张黛华 编

工业企业概率统计

上海科学技术文献出版社

工业企业概率统计

张黛华　编

上海科学技术文献出版社

工业企业概率统计

张黛华 编

*

上海科学技术文献出版社出版

（上海市武康路2号）

新华书店上海发行所发行

常熟文化印刷厂印装

*

开本787×1092 1/32 印张10.75 字数260,000

1986年4月第1版 1986年4月第1次印刷

印数：1—10,100

书号：17192·107 定价：2.00元

《科技新书目》103-248

前　言

概率统计是一门研究自然科学和社会科学中随机现象规律性的学科。随机现象的普遍存在决定了概率统计应用的广泛性，即几乎应用于一切领域。尤其是在工业企业管理中，计划、生产、质量管理、财务成本、物资和设备利用等方面都要用到概率统计。随着我国社会主义四化建设的迅速发展和计算机技术的普及，愈来愈多的科技人员迫切需要学习和掌握有关概率统计的知识。为了适应这一形势，在原管理工程系企业管理专业试用教材《工业企业概率统计》的基础上，进一步修改补充编写了这本《工业企业概率统计》。

在编写过程中，从工业企业实际需要出发，重点放在应用上，并结合教学中的体会，由具体到一般，对基本概念、公式和定理作了详细的阐述，力求条理清楚，通俗易懂。

全书共分十章，第一章至第四章介绍了概率论的基本知识；第五章至第十章介绍了现代工业企业管理中常用的统计方法，其中包括正交试验设计、多元线性回归、逐步回归和时间序列分析方法；同时搜集和整理了近期科研成果及毕业设计内容作为例子纳入本书。为了使读者更好地掌握各章的内容，除第十章外，其余各章都附有习题和答案。

本书可供高等工科院校和财经院校等有关专业作为选用教材；对于大专和中等技术学校的有关专业，适当加以取舍，同样也可选作教材；此外，可供广大经济管理工作者、科学技术人员等自学参考。

本书编写过程中，总校工程管理系周志诚教授，万伟勋副教授对书稿提出了宝贵的意见；运筹学教研室高俊芳老师参加了书稿的校阅工作，谨此表示衷心的感谢。

限于编者的水平，错误或不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

张黛华

1984年6月

于上海交大分校管理工程系

目　录

第一章　随机事件及其概率

第一节　随机试验、随机事件

概率论是数学的一个分支，属于“纯粹数学”，是研究随机现象规律性的学科。这一学科在随机现象的一般数学模型的基础上，从看起来是错综复杂的偶然事件中揭露出潜在的必然性，即事物的客观规律性。

一、随机试验

这里把试验当作一个广泛的术语，它包括各种各样的科学试验。如对某一事物的某一特征的观察也是一种试验。在工程技术和科学研究中，经常可以在不变的条件下重复进行某种试验(或观察)。

例1　记录电话交换台在一分钟内接到的呼唤次数。

例2　在一批灯泡中任意抽取一只，测试它的寿命(以小时计)。

例3　一口袋中装有红白两种颜色的乒乓球。从袋中任取一只球，观察其颜色。

以上这三种试验都具有以下一些特性：可以在相同的条件下重复地进行；每次试验的可能结果不止一个，并且能事先知道试验的所有可能结果；进行一次试验之前不能确定会出现哪一种结果。在概率论中，将具有上述特性的试验称为随机试验，简

称试验。

二、样本空间

为了用数学方法来描述与随机试验有关的问题，一般可以选取一个集合，这个集合的元素分别代表所有各种可能的试验结果，称这个集合为相应于这个随机试验的样本空间（即试验结果的全体称做样本空间），记作 Ω。对于例 1，由于可能的结果可以用非负整数来表示，所以样本空间Ω可以表示为

$$\Omega=\{0,1,2,3,\cdots\cdots\}。$$

对于例2，由于可能的结果可以用非负实数来表示（以小时计），所以样本空间Ω可以表示为

$$\Omega=\{t:t\geqslant 0\}。$$

例4　已知一批产品中有 5 件次品，从产品中任意抽取100件，观察其中次品的件数，由于可能出现的次品数为 1，2，3，4，5，所以样本空间可以表示为

$$\Omega=\{1,2,3,4,5\}。$$

例5　甲乙两人约定在时间$[0,T]$内见面，如果用x表示甲赴约的时刻，而用 y 表示乙赴约时刻，那么样本空间可以表示为

$$\Omega=\{(x,y):\ 0\leqslant x\leqslant T,\ 0\leqslant y\leqslant T\}。$$

要注意的是：样本空间的元素（试验结果）是由试验内容所确定的，如果在例 4 中观察正品、次品，那么样本空间可表示为

$$\Omega=\{正品,次品\}。$$

三、随机事件

在随机试验中，对于一次试验来说，可能出现也可能不出现，但在大量重复试验中却具有某种规律性的事情，称为此随机试验的随机事件，简称事件。例 1 中记录一分钟内呼唤次数的试验，可以考虑“呼唤次数不超过10”、“呼唤次数大于5”等随机事件。例 4 中，观察次品的试验，可以考虑“次品数小于5”、“次品

数小于或等于3"等随机事件。从以上可知，只要把样本空间中相应于随机事件出现的试验结果列出来就可表明这类随机事件。因此，在数学上这些随机事件可以用样本空间的子集来表示。例如，对于例 1 中的随机试验，"呼唤次数不超过10"，这一事件可以用样空间$\Omega=\{0,1,\cdots\cdots,n\}$ 的子集$\{1,2,\cdots\cdots,10\}$来表示。

为了讨论方便，通常把在每次试验中一定会出现的事件称为必然事件；把在每次试验中一定不出现的事件称为不可能事件。于是，必然事件可以用样本空间 Ω(是它本身的子集) 来表示；不可能事件可以用空集ϕ(是Ω的子集)来表示。

此外，在一随机试验中，它的每一个可能出现的结果，是这个试验的最简单的随机事件。通常称这些最简单的随机事件为基本事件。

第二节 事件间的关系及运算

在实际问题中，常常要在一个随机试验下同时研究几个事件及它们之间的关系。对于事件之间的关系及作用在事件上的运算可以用集合论的一些术语、记号来描述。

一、事件的包含与相等

设有两个事件A和B，如果事件A的发生必然导致事件B的发生，那么称事件B包含事件A，或称事件A含在事件B内，记作

$$B\supset A \text{ 或 } A\subset B,$$

图1-1表示$B\supset A$。

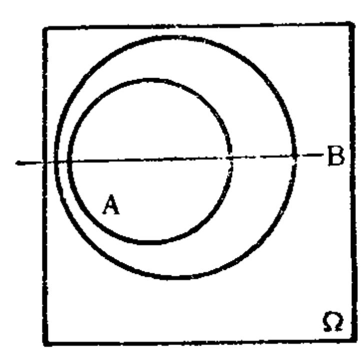

图1-1

例如 验收圆柱形产品时，要求产品的直径和长度都合格，这样的产品才算合格。如果用A表示"直径不合格"，用B表示

"长度不合格",用C表示"产品不合格",因为"直径不合格"或"长度不合格"必然导致"产品不合格",所以显然有$C\supset A$和$C\supset B$。

为方便起见,规定:对于任意一个事件A,有

$$\begin{cases} A\supset \phi, \\ \Omega\supset A, \end{cases}$$

如果$A\supset B$,同时有$B\supset A$,即两个事件A和B中任一事件的发生必然导致另一事件的发生,那么,事件A与事件B相等,记作

$$A=B。$$

二、和事件与积事件

"事件A与事件B中至少有一个事件发生"这一事件,称为事件A与事件B的和事件,记作

$$A\cup B,$$

图1-2(c)的阴影部分表示$A\cup B$。

例如 产品不合格是直径不合格与长度不合格的和事件。

"事件A与事件B同时发生"这一事件,称为事件A与事件B的积事件,记作

$$A\cap B或AB,$$

图1-2(d)的阴影部分表示$A\cap B$。

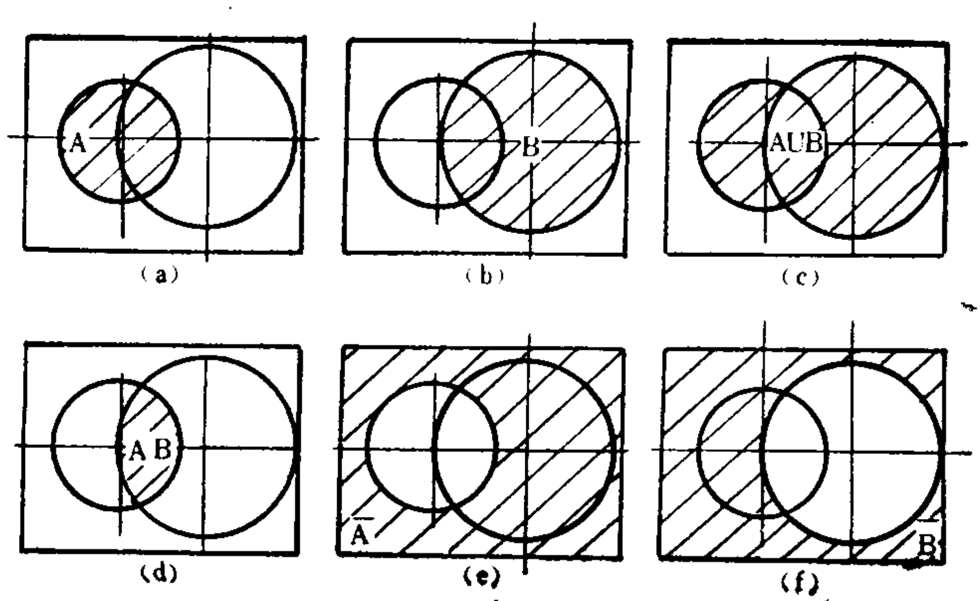

图 1-2

例如　产品合格是直径合格和长度合格的积事件。

事件的和与积可推广到多于两个事件的情形：

“n个事件$A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$中至少有一个事件发生”，这一事件称为事件$A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$的和事件，记作

$$A_1 \cup A_2 \cup \cdots\cdots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i。$$

“n个事件$A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$同时发生”这一事件称为事件$A_1, A_2, \cdots\cdots A_n$的积事件，记作

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots\cdots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} Ai。$$

三、互不相容事件（互斥事件）

如果事件A与B不能同时发生，即

$$AB = \phi,$$

则称事件A与事件B为互不相容事件（或互斥事件），当A与B为互不相容事件时，可把和事件$A \cup B$记作$A + B$。

若一组事件$A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$中任意两个都互不相容，则称这组事件两两互不相容。这时可把和事件$A_1 \cup A_2 \cup \cdots\cdots \cup A_n$记作$A_1 + A_2 + \cdots\cdots + A_n$。

四、互逆事件与差事件

如果事件A与事件B中必有一个发生，且仅有一个发生，亦即，事件A与事件B满足条件

$$A \cup B = \Omega, \qquad AB = \phi,$$

则称事件A与事件B是互逆的（或对立的），又称A是B的对立事件（同样B是A的对立事件），记作

$$A = \bar{B} \text{ 或 } B = \bar{A},$$

如图1-2中的(f)和(e)所示。显然

$$A \cup \bar{A} = \Omega。$$

“事件A发生，事件B不发生”这一事件称为事件A与事件B的差事件，记作

$$A-B,$$

图1-3中的阴影部分表示$A-B$。

例如　事件“直径合格，但长度不合格”是事件“直径合格”与事件“长度不合格”的差事件。

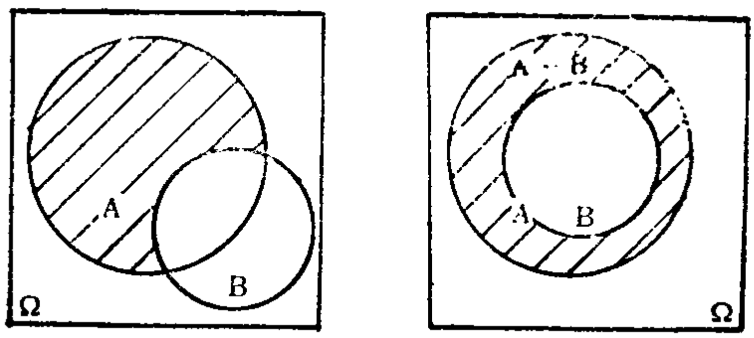

图 1-3

例 1　投掷一枚硬币两次，观察正面、反面出现情况。

设H,T分别表示出现正面和反面，则一枚匀称硬币投掷两次后有四种可能结果：

$$(H,H),(T,T),\ (H,T),\ (T,H)。$$

如果用A表示“第一次出现H”，B表示“两次出现同一面”，C表示“只出现一次H”，则有

$$A\cup B=\{(H,H),(H,T),(T,T)\},$$

$$AB=(H,H),$$

$$A-B=(H,T),\ B-A=(T,T),$$

因为　$B\cup C=\Omega$，且$BC=\phi$，

所以事件B和事件C互逆。

例 2　如图1-4所示的电路中，以A表示“信号灯亮”事件，以B,C,D分别表示“继电器接点Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ闭

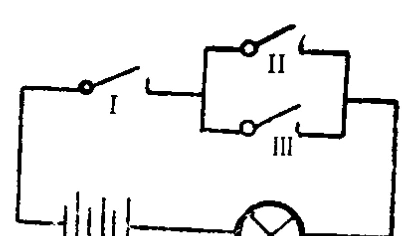

图 1-4

合”事件，那么有

$$A \supset BC,\ A \supset BD,\ A = BC \cup BD,\ \text{以及} \bar{B}A = \phi$$

即事件$\bar{B}$与事件A互不相容。

第三节　随机事件的概率

随机事件是客观存在的，我们不仅要判断某个事件是不是随机事件，而且更重要的是要研究它发生的可能性有多大，揭示这些事件出现的内在统计规律，只有这样，才有利于认识世界和改造世界。例如，如果知道了某电话总机在二十四小时内出现各种呼唤次数的可能性的大小，那么就可以根据这些数据配置一定数量的线路和管理人员等等。二十四小时内出现的呼唤次数是随机事件，我们希望能将一个随机事件发生的可能性的大小用一个数量指标来表示。

实验证明，事件发生的可能性大小是事件本身所固有的一种客观属性，因此可以用一个数量指标来描述随机事件发生的可能性大小，这个数量指标就是随机事件的概率。

一、概率的古典定义

在某些特殊情形下，人们利用研究对象的物理性质或几何性质所具有的对称性来确定某一随机事件的概率，其方法如下：

对于某一随机试验，如果它的样本空间$\{e_1, e_2, \cdots\cdots, e_n\}$中的基本事件是有限的，并且具有等可能性，那么对于任意事件A，它的概率$P(A)$可由下式算得

$$P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 包含的基本事件数}(k)}{\text{基本事件总数}(n)}。\qquad (3.1)$$

概率的古典定义在概率论发展的初期曾经是主要的研究对象，所以也称为古典概型。

由等可能性的假定，就很容易理解上述定义确实反映了随机事件发生的可能性的大小。

例 1　从一批由95件正品、3 件次品组成的产品中，任意地抽取一件产品，求取得正品的概率。

解　设想把这些产品进行编号，把95件正品依次编为1,2,3,……,94,95；把 3 件次品依次编为 96,97,98，那么样本空间 $\Omega=\{1,2,3,\cdots\cdots,98\}$。因为抽取是“任意”的，所以这意味着98个基本事件$\{1\},\{2\},\cdots\cdots,\{98\}$的发生是等可能的。设 A 表示“取得正品”的事件，那么由(3.1)式，取得正品的概率为

$$P(A)=\frac{95}{98}=0.97。$$

例 2　从例 1 中的那批产品中，接连抽取两件产品，第一次抽取的产品不再放回去，求第一次取得次品且第二次取得正品的概率。

解　假如把这批产品象例 1 解法中那样编号，抽到的结果可以用一对有序数$(i,\ j)$来表示，其中i和j依次表示第一次和第二次取得的产品的号数，那么，样本空间就是由所有这种数组成的。因为第一次抽得的产品不放回，所以$i\neq j$ $(i,j=1,2,\cdots\cdots,98)$，因此样本空间内共有$98\cdot97$个基本事件。第一次取得次品，而第二次取得正品这个事件 A 是由i取96到98中的一个、j 取1到95中的一个所构成的数组(i,j) 的全体构成的基本事件来表示，因此事件 A 中一共有$3\cdot95$个基本事件。按(3.1)式计算，所求概率为

$$P(A)=\frac{3\cdot95}{98\cdot97}=0.03。$$

例 3　在统计物理中要考虑下面的问题：设有 n 个粒子，每个以同样的概率$\frac{1}{N}$落到$N(N\geqslant n)$个格子中的每一格，假定粒子

是可以辨别的。试求某指定的n个格子中各有一个粒子的概率。

解　设事件A表示“某指定的n个格子中各有一个粒子”。由于每一个粒子都可以落入n个格子中的每一格，所以n个粒子按格子分配共有N^n种分配法，并且这N^n种分配法的出现是等可能的，其中使事件A发生的分配法显然有$n!$种，所以由(3.1)式可得$P(A)=\frac{n!}{N^n}$。

例 4　设有r个人，$r\leqslant365$，并且假设每人的生日在一年365天中的每一天的可能性是均等的。问此r个人有不同生日的概率是多少？

解　设A表示“r个人有不同的生日”事件，因为r个人都以等可能的机会在365天中的任一天出生，所以基本事件总数为365^r。根据题意，事件A包含的基本事件数为

$$365\times364\times\cdots\cdots\times(365-r+1)$$

它恰是365个数中任取r个数的排列$A_{365}^r=\frac{365!}{(365-r)!}$。因此所求的概率为

$$P(A)=\frac{365!}{(365-r)!365^r}$$

$$=\frac{365\times364\times\cdots\cdots(365-r+1)}{365^r}$$

$$=\left(1-\frac{1}{365}\right)\left(1-\frac{2}{365}\right)\cdots\cdots\left(1-\frac{r-1}{365}\right)。$$

从古典概率的计算公式(3.1)中可以得到下列性质

1．对于任意一个事件A，有

$0\leqslant P(A)\leqslant1$。

2．对于必然事件Ω、不可能事件ϕ，有