



全国优秀出版社
武汉大学出版社
WUHAN DAXUE
CHUBANSHE

混沌时间序列

分析及其应用

HUNDUN

SHIJIAN

XULIE

FENXI

JIQI

YINGYONG

◎ 吕金虎 陆君安 陈士华 编著



HUNDUN
SHIJIAN
XULIE
FENXI
JIQI
YINGYONG

混沌时间序列 分析及其应用

吕金虎

陆君安 编著

陈士华

©武汉大学出版社

内容提要

本书主要介绍了混沌时间序列的基本理论、方法及应用。全书共分七章，第一章介绍混沌的起源、本质及混沌时间序列的基本知识；第二章通过几个典型的例子引入混沌的基本概念，紧接着介绍了动力系统的基本知识，然后讨论了混沌时间序列的特征量，最后概括了混沌时间序列判别的基本方法；第三章讨论混沌时间序列重构相空间的基本理论和方法，着重论述了时间延迟的基本方法：自相关法和复自相关法、互信息量法和C-C方法等，这些基本方法对时间序列的相空间重构有着十分重要的意义；第四章介绍了混沌时间序列的 Lyapunov 指数的数值计算方法，主要有：定义法、Wolf 方法、Jacobian 方法、p-范数方法以及小数据量方法等；第五章给出了时间序列预测的基本方法：全域法、局域法、加权零阶局域法、加权一阶局域法、基于最大 Lyapunov 指数的预测方法和基于神经网络的时间序列预测方法等；第六章介绍了混沌时间序列在电力系统、经济、水利、机械、岩土工程及生命科学等方面的应用；第七章介绍了混沌的控制与同步的基本知识，同时引入了在混沌反控制过程中发现的一个新的混沌吸引子——Lü 吸引子，它链接了著名的 Lorenz 吸引子和 Chen's 吸引子，实现了从一个吸引子到另一个吸引子之间的转换。

本书是作者近几年从事混沌时间序列研究的一个总结，书中包含作者近年来所做的研究工作成果。

序

你不妨环顾一下身边的大自然，是否能够或多或少地找到一些形状笔直而又不是人造的东西呢？你很快就会心悦诚服：你不能够。因为自然的本质是非线性的，而线性的东西几乎都是人为地引入的。你很快就会品悟到，线性数学完全是人为地引入来对付复杂棘手的非线性的一种工具。你不会不知道，尽管线性数学是一种非常成功有效而又完美漂亮的工具，它无论如何只是对大自然真实的一种近似。你接着就会承认，用来刻画和对付大自然真实的最好的数学工具应该是非线性的——尽管它还很不成熟。

你又不妨再环顾一次在你身边的大自然，是否能够或多或少地找到一些刚才发生了的事情，它们不是由发生之前早已存在的某种确定性的原因而引起，而是完全随机地出现的呢？几经思考之后，你也许会同意：自然的本质是确定性的，而随机的概念只是作为描述和预测未来事件的一种数学工具而人为地引入的。这样，你或许就会想到：用来刻画和对付大自然真实的最好的数学工具应该是确定性的。

于是你就会试图去寻找一种非线性和确定性但又类似随机的东西。

你很幸运，你找到了它——混沌。

混沌存在于连续和离散系统之中。在离散情形中，它通常以时间序列的形式存在。你接着就想学习混沌时间序列分析的一些基本理论和方法。于是，你找来了这本小书。你会发现，这本书

虽小，却挺全面。除了基本知识之外，它还介绍了一些重要而有趣的应用例子。特别是，它包含了一些很新的题材——离散系统混沌的控制、同步和反控制（即混沌生成）。这些属于目前科研前沿的材料，对你的学习和研究会很有参考价值。你可以预料，读完这本小书之后，你会感到有所收获。

因此，我把这本新书推荐给你。希望你喜欢。

美国休斯顿大学教授
香港城市大学讲座教授

IEEE FELLOW

陈关荣

2001年10月

前 言

综观 20 世纪下半叶,非线性科学得到了蓬勃发展。其中,对混沌的研究就占了极大的份额。近半个世纪以来,人们对混沌运动的自然规律及其在自然科学和社会科学中的表现有了广泛而深刻的认识。但如何应用混沌研究的成果为人类服务,已经成为 21 世纪非线性科学发展所面临的挑战。一方面,混沌的应用将会直接促进人们对混沌本质的深刻认识;另一方面,混沌应用中提出的许多新问题也将进一步促进混沌研究的深入。

混沌的离散情况常常表现为混沌时间序列,而混沌时间序列中蕴涵着系统丰富的动力学信息,如何提取这些信息并应用到实际中去是混沌应用的一个重要方面。本书介绍了混沌时间序列的一些基本理论和方法,以及在电力系统、经济、岩土工程、水文预报、软件分析、DNA 序列分析等方面的应用。最后简要介绍了混沌控制与同步的基本知识,特别是介绍了混沌反控制(混沌生成)这一当今混沌研究的前沿课题。

作者感谢国家自然科学基金[No. 10171099]和中国科学院研究生科学与社会实践(创新研究类)的资助。作者在写作或从事研究的过程中得到了许多知名学者的支持和帮助,他们是:中国科学院应用数学所的张锁春研究员、冯贝叶研究员、郑作环副研究员,中国科学院系统科学所的郭雷研究员、秦化淑研究员,澳大利亚中昆士兰大学的余星火教授,中国原子能研究院的方锦清教授,上海大学的刘曾荣教授,南京电力自动化研究院的薛禹胜院士,华中科技大学的关治洪教授、廖晓昕教授,清华大学的周

天寿博士后等，在此作者一并表示由衷地谢忱。作者感谢北京大学的刘式达教授仔细审阅了书稿，并提出许多中肯的修改意见。作者还要特别感谢美国休斯顿大学教授、香港城市大学讲座教授、IEEE FELLOW 陈关荣 (G. Chen) 教授在百忙之中为本书作序，对书稿的结构体系安排及写作内容提出了宝贵的修改意见，并提供了相关资料。最后作者要感谢武汉大学出版社的领导和编辑，正是他们的辛勤工作使得本书得以正式出版。

由于作者水平有限，书中难免存在缺点和错误，衷心地盼望和期待读者批评指正。

中国科学院应用数学研究所

吕金虎

武汉大学数学与统计学院

陆君安、陈士华

2001年10月25日

目 录

第一章 引 言	1
§ 1 混沌的起源	1
§ 2 混沌的本质	5
§ 3 混沌时间序列	8
第二章 混沌动力学	11
§ 1 几个典型的例子.....	11
§ 2 动力系统的基本概念.....	21
§ 3 特征量.....	27
§ 4 混沌时间序列的判别方法.....	46
第三章 时间序列的重构相空间	57
§ 1 重构相空间及 Takens 定理	57
§ 2 自相关法和复自相关法.....	60
§ 3 互信息量法.....	63
§ 4 C-C 方法.....	66
第四章 Lyapunov 指数的数值计算方法	72
§ 1 定义法.....	73
§ 2 Wolf 方法	76
§ 3 Jacobian 方法	80
§ 4 p-范数方法	83

§ 5	小数据量方法及其改进	85
第五章	时间序列的预测	93
§ 1	全域法	94
§ 2	局域法	98
§ 3	加权零阶局域法	100
§ 4	加权一阶局域法	102
§ 5	基于最大 Lyapunov 指数的预测方法	106
§ 6	基于神经网络的时间序列预测方法	109
第六章	时间序列的应用	114
§ 1	在电力系统短期负荷预测中的应用	114
§ 2	证券市场股价波动的混沌分析	119
§ 3	在水文预报中的应用	135
§ 4	转子剩余寿命的预报	151
§ 5	计算机软件失效的预测	157
§ 6	在边坡位移中的应用	175
§ 7	在 DNA 序列中的应用	183
第七章	混沌控制与同步	188
§ 1	混沌控制	188
§ 2	混沌同步	204
§ 3	混沌反控制与 Lü 吸引子	214
	参考文献	227

第一章 引言

非线性科学是一门研究非线性现象共性的基础科学。它是 20 世纪 60 年代以来,在各门以非线性为特征的分支学科的基础上逐步发展起来的综合性学科,被誉为 20 世纪自然科学的“第三次大革命”。科学界认为:非线性科学的研究不仅具有重大的科学意义,而且具有广泛的应用前景,它几乎涉及到自然科学和社会科学的各个领域,并正在改变人们对现实世界的传统看法。在非线性的科学的研究中,已涉及对确定论与随机性,有序与无序,偶然性与必然性,量变与质变,整体与局部等范畴和概念的重新认识,它将深刻地影响人类的思维方法,并涉及现代科学的逻辑体系的根本性问题。一般认为非线性科学的主体包括:混沌(Chaos)、分形(Fractal)、孤子(Soliton)。

§ 1 混沌的起源

混沌研究的鼻祖是法国的庞加莱(H. Poincare, 1854 ~ 1912)^[64],他在研究能否从数学上证明太阳系的稳定性问题时,发现即使只有三个星体的模型,仍产生明显的随机结果。1903 年,庞加莱在他的《科学与方法》一书中提出了庞加莱猜想。他把动力学系统和拓扑学有机地结合起来,并提出三体问题在一定范围内,其解是随机的,实际上这是一种保守系统中的混沌。

1954 年,前苏联概率论大师柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov),在探索概率起源的过程中发表了《哈密顿(Hamilton)函数中微小变

化时条件周期运动的保持》一文，这一文章是 KAM 定理的雏形。1963 年，Kolmogorov 的学生，年轻的、具有超群才华的 V. I. Arnold 对此给出了严格的数学证明。差不多同时间，瑞士数学家 J. Moser 对此给出了改进表述，并独立地作出了数学证明。此文思想为混沌未发生之初，在保守系统中如何出现混沌提供了信息。这为早期明确不仅耗散系统有混沌，而且保守系统也有混沌的理论铺平了道路。

1963 年，洛伦兹在著名论文《确定性的非周期流》(Deterministic Non-periodic Flow, J. Atmos. Sci, 20, 130~141)中指出：在三阶非线性自治系统中可能会出现混乱解。他研究的是大气在温度梯度作用下的自然对流系统，这是天气预报的一种极端简化模型，即著名的洛伦兹方程

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sigma(x - y) \\ \dot{y} = -xz + rx - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$

方程右端不显含时间，它是一个完全确定的三阶常微分方程组。三个参数 σ (普兰德数 Prandtl 数), r (瑞利数与其临界值之比), b 为正实数，如取 $b=8/3, \sigma=10$ ，改变参数 r ：若 $r < 1$ ，其解的性质趋于无对流时的稳态；若 $r > 1$ ，其解为非周期的，看起来很混乱。这就是在耗散系统中，一个确定的方程却能导出混沌解的第一个实例。2000 年，《自然》杂志发表论文“The Lorenz Attractor Exists”，首次从数学上严格证明了 Lorenz 吸引子在自然界中存在。KAM 定理讨论的是保守系统，而洛伦兹方程讨论的是耗散系统，它们分别从不同的角度说明，两种不同类型的动力系统，在长期的演化过程中是怎样出现混沌态的。

1964 年，法国天文学家伊依(Henon)从研究球状星团以及洛伦兹吸引子中得到启发，给出了下面的 Henon 映射

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + by_n - ax_n^2 \\ y_{n+1} = x_n \end{cases}$$

在上述方程中,当参数 $b=0.3$,改变参数 a 时,发现其系统运动轨道在相空间中分布似乎越来越随机。伊依得到了一个最简单的吸引子,并用它建立了“热引力崩塌”理论,解释了几个世纪以来一直遗留的太阳系的稳定性问题。

1971年,法国数学物理学家 D. Ruelle 和荷兰学者 F. Takens 联名发表了著名论文《论湍流的本质》,在学术界第一个提出用混沌来描述湍流形成机理的新观点,并证明了 L. D. Landau 关于湍流发生机制的权威理论的不正确性。他们通过严格的数学分析,独立地发现了动力系统存在一套特别复杂的新型吸引子,描述了它的几何特征,证明与这种吸引子有关的运动即为混沌,发现了第一条通向混沌的道路,并命名这类新型吸引子为奇怪吸引子。

1975年,美籍华人学者李天岩和美国数学家约克(Yorke)在美国《数学月刊》上联名发表了一篇震动整个学术界的论文《周期3蕴涵混沌》,这是一个关于混沌的数学定理。基本思想是 Yorke 受 Lorenz 1963年的论文启发而得,李天岩给出了具体证明,这就是著名的 Li-Yorke 定理。

1976年,美国数学生态学家梅(May R)在美国《自然》杂志上发表了题为《具有复杂动力学过程的简单数学模型》综述文章,以单峰映射为对象,重点讨论了 Logistic 方程: $x_{n+1}=ax_n(1-x_n)$,系统地分析了方程的动力学特征,考察了混沌区的精细结构,绘制了分叉轮廓图,汇集了敏感函数、周期窗口、树枝分叉、切分叉、基本动力学单元、不动点谐波等混沌学词汇,促进了不同领域混沌学研究联成一体。

1978~1979年费根包姆(Feigenbaum)在梅的基础上独立地发现了倍周期分岔过程中分叉间距的几何收敛率,并发现了收敛率即每次缩小的倍数为 $4.6692\dots$ 是个常数,这就是著名的 Feigenbaum 常数。Feigenbaum 还把相变临界态理论中的普适性、标度性、重正化群方法引入混沌研究,计算出了一组新的普适常数,建立了关于一维映射混沌现象的普适理论,发现了怎样作尺度

变换,给出了一条走向混沌的具体道路,把混沌学研究从定性分析推进到定量计算阶段,成为混沌学研究的一个重要的里程碑。

20世纪80年代以来,人们着重研究系统如何从有序进入新的混沌,以及混沌的性质和特点。除此之外,借助于(单)多标度分形理论和符号动力学,还进一步对混沌结构进行了研究和理论上的总结。法国数学家曼德布罗特(Mandelbrot)于1980年用计算机绘出了世界上第一张Mandelbrot集的混沌图像。20世纪80年代初 Takens、Packard、Farmer 等人根据 Whitney 拓扑嵌入定理提出重构动力学轨道相空间的延迟法。Grassberger、Procaccia 首次运用这种相空间重构法,从实验数据时间序列计算出实验系统的奇怪吸引子的统计特征,如分数维、Lyapunov 指数和 Kolmogorov 熵等混沌特征量,从而使得混沌理论进入实际应用阶段。

1984年,我国著名科学家郝柏林编撰的《混沌》一书在新加坡出版,为混沌科学的发展起到了一定的推动作用。1986年,中国第一届混沌会议在桂林召开。我国科学家徐京华提出三种神经细胞的复合网络,并证明它存在混沌而且得到与人脑脑电图相似的输出。1988年,丁明洲和郝柏林对洛伦兹模型周期窗口进行了系统研究,找出了与反对称三次映射的关系。1989年,郝柏林、郑伟谋在《现代物理学国际杂志》上发表文章,抛弃了人工造作的“反谐波”与“谐波”概念,推广了星号组合律。这是混沌学理论上近年来的重要进步。1989年,卢侃、林雅谷、卢火在人脑脑电图的分维数上找出了与脑功能锻炼历史时间的回归方程,即林雅谷功能方程式。这为应用混沌维数找出了可行的方式。1994年,谢法根和郝柏林在《Physica》A202卷上发表论文,完全解决了具有多个临界点的一维连续映射的周期数目问题。对于某些具备有限个断裂点的映射,周期数目也已清楚,而且绝大多数周期轨道都是不稳定的(参见1995年《Communications in Theoretical Physics》第23卷(175~180)上面的文章)。

著名物理学家 J. Ford 认为混沌是 20 世纪物理学第三次大革命,前两次是量子力学和相对论。1975 年,混沌(Chaos)作为一个数学名词首次在科学文献中出现,20 多年来,它以前所未有的速度,迅猛发展成为有丰富的非线性物理背景和深刻数学内涵的现代学科。数学家认为,混沌是数学的新分支;而物理学家却认为,混沌是非线性物理的新分支。其实,混沌应该是物质科学和数学科学两栖的边缘科学。它讨论系统对初值的敏感依赖性、拓扑传递性与混合性、周期点的稠密性、随机性和遍历性、正的 Lyapunov 指数、分数维和奇怪吸引子等。同时,混沌在许多领域得到或开始得到广泛应用,如声学、光学、湍流、化学反应中的混沌变化、地震的混沌特性、天气长期预报的“蝴蝶效应”、商业周期中蕴涵着有序性、股市细微分散的交易和大规模变动情况之间的重要关系等。

§ 2 混沌的本质

当今科学认为,混沌无处不在:一支上翘的香烟,烟纹袅袅涡卷;在风中旗帜前后拍动;滴水的自来水龙头其滴水的花样由稳态变为随机;在气候变化中,在飞行中的飞机的性态中,在高速公路上汽车拥挤的性态中,在地下油管内油的流动性态中,都会出现混沌,不管介质是什么。这些性态都遵循着同一条或同一类新发现的定律。这一事实改变了管理人员有关保险的决策,改变了天文学家观测太阳系的方式,也改变了政治理论家讨论紧张局势导致武装冲突的方式。

从本质上说,混沌是直接研究我们所看得见摸得着的宇宙,以及在人类本身的尺度大小差不多的对象中发生的过程,所有日常生活经验与这个世界的真实都是我们研究混沌时所探索的目标。因此,混沌是一种关于过程的科学而不是一种关于状态的科学,是关于演化的科学而不是关于存在的科学。

一个动力学系统呈现出混沌现象,既不是因为系统中存在的

随机力或受环境中外界噪声源的影响,也不是由于无穷多自由度的相互作用,更不是与量子力学的不确定性有关。决定论规律的非线性,是混沌运动存在的必要条件。而非线性系统的内在对称性,又赋予混沌行为以某种结构与秩序。混沌行为最本质的特点是非线性系统对于初始条件的极端敏感性。对于一个给定的系统,我们希望弄清楚以下三个问题:1. 怎样判断一个系统是否为混沌系统;2. 对于一个混沌系统,怎样进行定量和定性描述;3. 对于一个混沌系统,怎样根据历史信息进行预测。

我们的世界究竟是一个必须用严格决定论描述的有序世界,还是一个必须用概率论描述的混沌世界呢?这两种世界观何者更基本呢?爱因斯坦主张前者,他说“上帝不会玩骰子”;而玻尔则认为,“我们不能断言上帝该干什么”。这两种观点是不可调和的。由于混沌学的兴起,一些人认为决定性与随机性之间的鸿沟正趋于消失:由决定性可以产生随机性,而且是内在的随机性(即不是由于外界偶然干扰所产生的外随机性)。如福特指出:混沌是决定性的随机性。另一种说法更清楚:“混沌是决定性系统的内在随机性”。由决定性可产生随机性,确是惊人之谈。他们论证如下:

迭代式 $x_{n+1} = f(x_n)$ 是决定性的,但对某些敏感函数 f ,当 n 很大时 $\{x_n\}$ 不可预测,因而是随机的。著名的例子是 Ulam von Neumann 映射 $f: (-1, 1) \rightarrow (-1, 1)$ 。

$$f(x) = 1 - 2x^2 \quad (1.1)$$

迭代式为

$$x_{n+1} = 1 - 2x_n^2 \quad (1.2)$$

作变换 $x = \cos t$ 后,可解得

$$x_n = -2\cos(2^n \cos^{-1} x_0)$$

如取 x_0 使 $\frac{\cos^{-1} x_0}{2\pi}$ 为无理数,则

$$\theta_n = 2^n \cos^{-1} x_0 \pmod{2\pi} \quad (1.3)$$

是一伪随机数列,从而 $\{x_n\}$ 亦然。如 θ 在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布,则

$x = -\cos\theta$ 有分布密度为 $\frac{1}{(\pi \sqrt{1-x^2})}$, 故可认为 $\{x_n\}$ 来自具有密度为 $\frac{1}{(\pi \sqrt{1-x^2})}$ 的母体, $|x| < 1$ 。于是, 从确定系统 (1.2) 产生了“随机性”。

其实这是一种误解, 根源在于混淆了随机性与伪随机性两个不同的概念^[65], 伪随机性并不等同于随机性。我们称事件 A 在某条件 C 下是随机的, 是指在 C 下进行试验时, A 可能发生也可能不发生, 即使在上次试验中发生了, 下次实验中仍不一定发生。如抛硬币, 第一次得国徽, 第二次未必仍是国徽, 即“出现国徽”是随机事件。甲扔三次是“正、正、反”, 而乙扔三次一般不会相同, 因为这样的概率只有 $1/8$ 。设 F 为某概率分布, 从母体 F 中独立地抽取 m 个数 x_1, x_2, \dots, x_m , 称此数列为 F -随机数。此数列具有若干与 F 有关的性质 F_1, F_2, \dots, F_l , 例如 $(x_1 + x_2 + \dots + x_m)/m$ 当 m 充分大时应该接近 F 的平均值等。 F -随机数列的一个显著特征是: 设甲从 F 中抽得 x_1, x_2, \dots, x_m ; 乙也从 F 中抽得 y_1, y_2, \dots, y_m 。则一般 $\{x_i\}$ 不会全等同于 $\{y_i\}$, 尽管它们都具有性质 F_1, F_2, \dots, F_l 。这种不可准确预测性正是“随机性”的精髓所在。现假设我们用某种决定性方法 (如 (1.2) 式) 也得到一系列数 x'_1, x'_2, \dots, x'_m , 通过统计检验, 发现 $\{x'_i\}$ 也具有性质 F_1, F_2, \dots, F_l , 但却失去了上述精髓性。即, 从同一初值 b_0 出发, 甲、乙各用此法得到两数列 $\{x'_i\}$ 、 $\{y'_i\}$, 因方法是决定性的, 故必有 $x'_i = y'_i (i=1, 2, \dots, m)$ 。显然, 不能称 $\{x'_i\}$ 为 F -随机数 (向量) 列, 有人称其为 F -伪随机数列。故 (1.2) 式仅是一种伪随机数列的“发生器”, 如 Monte-Carlo 方法发生器。由此, 用决定性迭代, 至多只能产生伪随机数列。从而上述“混沌是决定性系统的内随机性”, 应更精确地称为“混沌是决定性系统的伪随机性”, 或“混沌是决定性的伪随机性”。

另一方面, 一些研究者如美国圣克鲁斯加州大学动态系统研究组的四位教授于 1987 年 4 月在《Scientific American》上发表的

文章《混沌现象》中说：“混沌现象是丝毫不带随机因素的固定规则所产生的”。从纯理论的观点看，这有一定的道理，因为迭代函数 f 是决定性的，但还需要一个理想的条件，即始值和每次迭代运算都必须绝对精确，不能有丝毫误差。但在现实中，这不可能。

在日常生活中，撇开掷骰子和湍流等随机性，人们发现：气候变化、地震发生、人脑电波、股票行情和社会发展等，尽管可以看作是受到某种决定论性规则的支配，但其长时间的行为仍然是无法进行预测的。

§ 3 混沌时间序列

科学的目的是要发掘出事物的因果关系。一个理论能否被接受，很重要的一个条件在于它能否对事物的客观规律作出一定的预测。根据万有引力定律，人们可以说出数千年后的日食或月食；爱因斯坦的相对论曾预测出光线能在强引力场中发生弯曲，并得到了实验的证明。然而在自然界中也存在一些不可精确预言的现象，如大气运动同行星运动一样都遵从物理学定理，但目前人们只能从一定的概率作天气预报。天气的变化，山溪的奔流，以及股市的涨落等等均有其不可预测的一面。由于不存在确定的因果关系，我们就称这类现象中存在着随机性的因素。混沌现象的发现开创了科学模型化的一个新典范：一方面，混沌现象所固有的确定性表明许多随机现象实际上是可以预测的；另一方面，混沌现象所固有的对初值的敏感依赖性又意味着预测能力受到新的根本性限制。混沌现象是短期可以预测，而长期不能预测的。

自 20 世纪 90 年代以来，混沌科学与其他科学相互渗透。无论是在数学、物理学、生命科学、地球科学、信息科学，还是在经济学、天文学等领域，混沌均得到了广泛的应用。20 多年来，混沌科学虽然在基础理论方面取得了很大的进展，但还没有取得根本性的突破，还有许多问题没有解决。所以，混沌的研究及应用主要仍是用