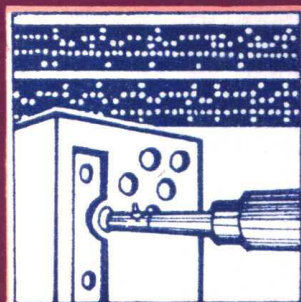
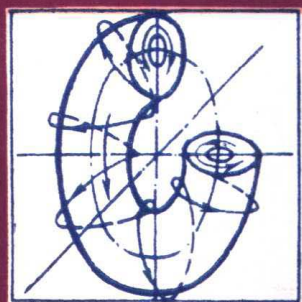


高等学校试用教材



机械制造中的 计算机辅助设计

上海交通大学 俞长高 蒋锡藩 主编



机械工业出版社

高等学校试用教材

机械制造中的计算机辅助设计

上海交通大学 俞长高 蒋锡藩 主编



机械工业出版社

机械制造中的计算机辅助设计

上海交通大学 俞长高 主编
蒋锡藩

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

沈阳市第二印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 $1/16$ ·印张 $17\frac{1}{4}$ ·418千字

1982年2月沈阳第一版·1982年2月沈阳第一次印刷

印数 00.001—7.500·定价1.80元

*

统一书号: 15033·5091

前 言

本书是根据1978年4月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会的精神,和1979年10月一机部教编室在上海召开的本书初稿的审稿会议所审订的大纲编写的。以后又根据1980年暑假一机部在北京举办的全国高校新教材讲习班上全面试用本教材的经验修改定稿的。内容围绕计算机辅助设计的作业过程,分章介绍计算机辅助设计的系统、有关的程序和数据、人机对话、自动绘图和优化技术的基本原理和应用方法。书中主要引用了当前国外在计算机辅助设计方面的新资料,也结合我国当前的实际情况介绍了有关的经验。

本书可作为机械设计和机械制造类专业的高年级学生或研究生的选修课教材。在学习本课程之前,学生应在计算机原理、FORTRAN语言、线性代数等方面有一定的基础。

由于计算机辅助设计是综合应用其它学科的一门新课,吸收了其它学科的一些内容,因此本课程与其它课程的一些内容有些重复,如第二章的计算方法部分,第五章的优化方法等。考虑到各校的教学计划有一定的灵活性,选修课的内容可根据各校的具体情况来组织。各校在使用本教材时,可根据实际教学过程对内容进行取舍或补充。

计算机辅助设计是近十多年来发展起来的一门新技术,国内只是七十年代才开始进行这方面的探索研究,成熟的经验和资料还不多。国外有的大学已开设了这门课程,但有关机械制造方面的完整教材还未见到,这给本书的编写工作造成了一定的困难。由于编者的水平有限,书中难免有缺点和错误,热忱欢迎读者批评指正。

本书由俞长高同志、蒋锡藩同志主编,第一、三章和附例由俞长高同志编写,第二章由蒋锡藩同志、俞长高同志编写,第四章主要由龚佐明同志编写,陆中和、朱毅、陶关源、吴锦康等同志也参加了编写。第五章由郁永熙同志编写,丁怡同志也参加了部分编写。本书由上海工业大学王荣航同志担任主审,并在审稿过程中补充了§3—6的内容。在审稿会及讲习班过程中,本书承各兄弟院校有关教师认真审阅并提出了许多宝贵的意见。此外在本书的整个编写过程中,朱骥北同志认真细致地审阅和校核了全书,在此一并谨致谢意。

作者 1980年9月

目 录

第一章 计算机辅助设计引论	1
§ 1-1 计算机辅助设计的作业过程	2
一、传统的机械设计过程	2
二、计算机辅助设计的过程	4
§ 1-2 数学模型	5
一、数学模型的概念	5
二、数学模型的分类	8
三、建立数学模型的一般步骤和方法	8
§ 1-3 机械工程中计算机辅助分析的基本方法	8
一、解析法	9
二、数值解法	9
三、优化方法	10
§ 1-4 计算机辅助设计系统的型式	11
一、信息检索型设计系统	11
二、试行型设计系统	12
三、自动设计系统	13
四、会话型设计系统	14
§ 1-5 计算机辅助设计系统的硬件	15
一、硬件的组成	15
二、硬件的工作原理	16
§ 1-6 计算机辅助设计系统的软件	21
一、语言加工系统	21
二、通用标准子程序及程序库	27
三、操作系统	27
四、文件系统和数据库管理系统	28
§ 1-7 CAD 概念的产生及其发展简况	28
第二章 程序库和数据库基础	31
§ 2-1 CAD 中的程序及程序库	31
一、程序库的意义	31
二、程序库的建立和使用	32
§ 2-2 计算式程序化的基本要求	33
一、解题的精度和误差	34
二、计算量和解题时间	34
三、内存单元的需用量	36
四、程序的结构	36
§ 2-3 方程求根	37

一、二分法·····	38
二、牛顿迭代法·····	39
三、弦截法·····	41
§ 2-4 线性方程组的求解 ·····	44
§ 2-5 数值积分 ·····	48
一、梯形法·····	48
二、抛物线法·····	48
§ 2-6 常微分方程的数值解法 ·····	53
一、欧拉方法·····	53
二、改进的欧拉方法·····	53
三、龙格-库塔方法 ·····	54
§ 2-7 数表的程序化及函数插值 ·····	57
一、数表的程序化·····	57
二、数表的文件化·····	59
三、函数插值·····	60
§ 2-8 线图的程序化 ·····	67
§ 2-9 数表的公式化 ·····	69
一、多项式拟合·····	70
二、最小二乘法的 FORTRAN 程序·····	71
三、指数为非整数的公式的建立·····	73
§ 2-10 数据结构 ·····	75
一、基本概念及术语·····	75
二、数据的逻辑结构·····	77
三、数据的存贮结构·····	79
四、数据结构在 CAD 中的应用·····	84
§ 2-11 数据库和数据库管理系统 ·····	85
一、数据库的意义及特点·····	86
二、数据库系统的构成·····	87
三、数据库数据的存取过程·····	89
第三章 光笔图形显示器 ·····	90
§ 3-1 光笔图形显示器的组成 ·····	90
一、图形显示器的组成·····	91
二、图形显示器的构成方式·····	96
§ 3-2 显示器的工作原理 ·····	97
一、CRT 的结构·····	97
二、显示图象的方法·····	98
三、图形再现·····	98
四、CRT 的偏转方式及偏转量 ·····	99
五、光笔的操作方式·····	100
§ 3-3 751 型光笔图形显示器的软件系统 ·····	102
一、软件系统的形式、功能与工作流程·····	102

二、光笔应用程序的结构与格式	103
三、基本显示子程序	104
§ 3-4 图形变换	114
一、点的变换	115
二、齐次坐标	117
三、二维图形的坐标变换	117
四、三维图形的坐标变换	119
§ 3-5 隐藏线的消去	126
一、边的评价	127
二、点的评价	128
三、可见面和不可见面的评价	128
§ 3-6 光笔图形显示器的应用举例	129
一、设计形式的分类	129
二、结构复杂程度分析	130
三、会话程序	132
第四章 自动绘图	136
§ 4-1 概述	136
一、自动绘图的过程	136
二、绘图原理	137
三、自动绘图机的主要功能	137
四、自动绘图系统	138
§ 4-2 自动绘图机	139
一、平台式自动绘图机	139
二、卷筒式自动绘图机	143
三、超高速平面电机式自动绘图机	145
§ 4-3 自动绘图机的插补原理	148
一、直线插补	148
二、圆弧插补	150
三、抛物线插补	152
§ 4-4 手工编程	153
一、绘图功能指令	153
二、绘图指令	154
三、支架图的程序编制	156
§ 4-5 计算机辅助编程	157
一、基本概念	158
二、BENSON 绘图软件	159
三、应用子程序的编制方法	168
四、绘图程序的编制	175
第五章 优化方法	181
§ 5-1 概述	181
一、设计变量、目标函数和等值线	181

二、约束和约束面·····	183
三、优化问题的数学模型·····	183
§ 5-2 无约束问题的优化方法 ·····	185
一、最优解存在的必要和充分条件·····	186
二、一维搜索方法·····	189
三、最速下降法·····	195
四、共轭梯度法·····	197
五、牛顿方向法和变尺度法·····	200
六、共轭方向法·····	203
§ 5-3 优化问题直接解法 ·····	204
一、单纯形法·····	204
二、伸缩保差法·····	210
§ 5-4 有约束问题的优化方法 ·····	214
一、有约束问题转化为无约束问题的方法·····	214
二、拉格朗日乘子法·····	215
三、SUMT 法·····	216
附例 组合机床主轴箱的计算机辅助设计 ·····	242
§ 1 用传动树形图描述主轴箱的传动系统 ·····	242
一、树形图的概念及其描述传动系统的方法·····	242
二、传动树形图上各元素间的内在联系·····	245
§ 2 主轴箱传动设计程序化的原则和方法 ·····	248
§ 3 原始数据和设计步骤 ·····	249
§ 4 对设计过程中几个基本问题的处理 ·····	252
一、类型识别的数学模型·····	252
二、“圆周分布”类型设计时的优化目标·····	259
三、主轴箱齿轮的可用系列·····	259
四、子程序的编制及调用·····	259
§ 5 主轴箱的设计举例 ·····	264

第一章 计算机辅助设计引论

机械设计是机械工程中的一项基本技术,是各种机械设备或装置从社会需要到具体制成的过程中必不可少的重要环节。设计的完善与否对所设计的机械的性能、使用价值和制造成本都有决定性的影响,进而也影响到使用机械的其他各个部门的工作质量和效果。因此,如何提高机械设计的质量和技术水平是机械工程中的一个重要问题。

机械设计一般要经过调查研究(资料检索)、拟订方案(方案构思)、计算分析(论证方案)、绘图和编制文件(方案表达)等一系列的反复过程。对其中每一部分的工作,设计人员都要付出巨大的复杂劳动。因此,在主要是人工的资料检索、手工计算和绘图的传统设计中,往往需要较多的人力和较长的设计周期。有时为了节省人力和缩短设计周期,对于一些费时的分析计算,常常只能采用精度较差的近似计算、作图法或类比定值等的粗糙方法进行,影响了设计的质量。随着社会生产和科学技术的飞速发展,对机械产品以及机械设计的要求越来越高,如传统的经验设计需代之以理论设计,静态分析需代之以动态分析,近似设计需代之以精确设计等,设计工作量也随之大为增加。另一方面,由于新技术、新材料和新工艺等不断出现,机械产品的更新迭代周期日益缩短,相应地要求缩短设计周期,提高设计工效。这样,传统的手工设计方法越来越显得适应不了这种发展着的需要。

随着电子计算机技术的不断发展和应用领域的日益扩大深入,使用铅笔、圆规、图纸、绘图板和计算尺等的传统设计方式正在进行着重大的改革。这是因为计算机不仅具有快速、准确的运算功能,而且机器的存贮功能使它获得了“记忆能力”;机器的逻辑判断功能又使它获得了“思维能力”;新出现的光笔图形显示器为人们与计算机进行对话提供了良好的条件,设计人员能在荧光屏上对计算或设计的结果进行实时修改和进行具体的结构设计;精密的自动绘图机又可把设计结果直接以图纸的形式输出等。这样,计算机已不只是一种单纯的高效率计算工具,而是越来越成为人们进行创造性设计活动的得力助手。因此进入六十年代以来,逐渐形成了一门新兴学科——计算机辅助设计或简称 CAD (Computer-Aided Design)。七十年代以后,由于硬件、软件技术的进一步发展,又使这门新兴学科日趋完善化。

CAD的出现引起了人们的极大注意,许多国家和地区对它进行了大量的研究试验。十多年来发展较快,目前已在电子、造船、航空、机械、化工、土建和运输等部门中得到应用。在机械制造中,也已在机床、工具和其它工艺装备的设计中如组合机床的主轴箱设计、机床基础件、主轴、轴承、齿轮、凸轮等零部件的设计以及液压传动和电气控制等设备的设计中开始应用或研究试用。

本章主要介绍有关计算机辅助设计的作业过程、数学模型、机械工程中计算机辅助分析的基本方法、CAD系统的型式及其所涉及的硬件、软件等知识。通过学习,希望能对这一门新兴学科的基本内容及其发展趋势有一个概略的了解和认识。

§ 1-1 计算机辅助设计的作业过程

一、传统的机械设计过程

先让我们通过一个具体的设计例子来简单地回顾一下一般机械设计的大致过程及其存在的问题。

凸轮机构是机械中一种常见的机构。它通常被用来转换下列形式的运动：将一个构件的转动变为另一构件的连续或间歇的往复移动或摆动；或者将一个构件的移动转变为另一构件的移动。图 1-1 就是把绕 o 点的转动转变为沿 oA 方向作往复运动的凸轮机构。

凸轮与滚子从动杆相对运动时，滚子中心将描绘出曲线 4，称为凸轮的理论曲线。它与凸轮的实际廓线 3 之间保持着大小等于滚子半径 r 的距离，如图 1-1 所示。凸轮设计的主要内容是确定凸轮的实际廓线。设计方法一般是将理论曲线向内移动一个滚子半径的距离，即以滚子的半径为半径，以理论曲线上的各点为中心作一连串的圆，然后作这些圆的包络线，即得凸轮廓线。凸轮廓线一经决定后，从动杆的运动规律也就随之决定，不同的从动杆运动规律就要求凸轮具有不同形状的廓线，因此在设计凸轮机构时，首先应根据它在机械中所执行的任务，确定合适的从动杆的运动规律，然后再按照这个运动规律设计出相应的凸轮廓线。

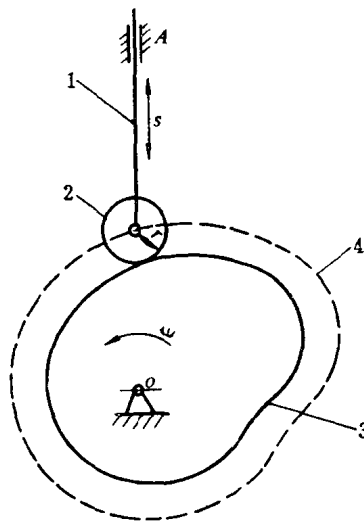


图 1-1 具有滚子从动杆的凸轮机构

具体设计时，一般按如下的步骤进行：

第一步 拟定设计模型。即根据凸轮机构在机械中所要执行的任务，拟定凸轮机构的形式和从动杆的运动规律。初步选择凸轮机构的基本参数，如基圆半径 r_0 和滚子半径 r 等。把一个具体的设计任务通过调查研究、方案构思，拟定成一个初步的设计方案，这称为拟定“设计模型”。因此“设计模型”综合了为完成具体设计任务所要确定的初步内容。在这些内容中有的如凸轮机构的形式和机构的基本参数等是可以通过调查研究、结合设计经验来初步确定的；有的如从动杆的运动规律和最终希望确定的凸轮廓线则要通过建立一定的数学模型来表达，而数学模型又往往要进行解析后才能得出结果。所以在建立设计模型的阶段，也常常伴随着建立数学模型的要求。

第二步 解析数学模型。设我们已经选定了如图 1-1 所示的凸轮机构的形式，凸轮机构的基圆半径 r_0 和滚子半径 r ，从动杆要求有正弦加速度的运动规律

即

$$a = C_1 \sin \omega t$$

式中 C_1 ——加速度运动规律的幅值；

ω ——数值上相应于凸轮旋转的角速度。解析的目的就是要通过从动杆的运动规律 $a = C_1 \sin \omega t$ 求出位移方程式 $s = f(t)$ 。从动杆的速度 v 和位移 s 的方程为：

$$v = \int a dt = \int \frac{C_1}{\omega} \sin \omega t d(\omega t) = -\frac{C_1}{\omega} \cos \omega t + C_2 \quad (1-1)$$

$$s = \int v dt = -\frac{C_1}{\omega^2} \sin \omega t + C_2 t + C_3 \quad (1-1')$$

式中 C_2, C_3 ——积分常数, 这些常数可由初始条件得到。

$$\text{当 } t = 0 \text{ 时, } v = 0, \text{ 于是 } C_2 = \frac{C_1}{\omega};$$

$$\text{当 } t = 0 \text{ 时, } s = 0, \text{ 于是 } C_3 = 0。$$

把这些常数代入式 (1-1) 并化简得:

$$s = \frac{C_1}{\omega^2} (\omega t - \sin \omega t) \quad (1-2)$$

$$v = \frac{C_1}{\omega} (1 - \cos \omega t) \quad (1-2')$$

式 (1-2) 的第一式就是所求的从动杆的位移规律 $s = f(t)$ 。把式 (1-2) 和已知的正弦加速度运动规律 $a = C_1 \sin \omega t$ 表达成线图形式如图1-2所示。

知道了从动杆的位移规律 s , 就可以求出它的以凸轮回转中心为极点的凸轮廓线的极坐标方程组

$$\begin{aligned} R &= r_0 + s \\ \theta &= \omega t \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中 R ——凸轮相应各转角 θ 时的向径值。

式 (1-3) 就是凸轮理论曲线的数学模型。据此可以作出凸轮的理论曲线。进而在其上通过作图法, 向内求出相应于该从动杆滚子的包络线, 就可得到凸轮的实际廓线。

在传统的设计中, 一般是按式 (1-2) 和 (1-3) 用计算尺逐点解出不同 t 时的位移量 s 和相应凸轮转角 θ 下的向径 R , 然后在图纸上用作图法连结这有限个 s 值的离散点, 得到凸轮的理论曲线, 进而作出凸轮廓线。依靠这样一种人工计算, 即逐点作图的方法联成的曲线, 作为凸轮廓线的依据, 常常产生两个严重的问题: 一是化费的时间长, 二是精度差, 往往不能很好地实现预期的运动要求, 如果从动杆的运动规律比较复杂, 则这个矛盾就更加突出。

第三步 审查研究。即通过绘图来审查研究凸轮的廓形在任何位置是否发生“变尖”和“失真”; 在已知基圆半径 r_0 和滚子半径 r 的条件下, 各点的压力角 α 是否小于允许值 $[\alpha]$ 等, 如果不符合, 或者说明原定的凸轮参数 r_0 和 r 不够合理应予修正, 或者说明前面建立的数学模型误差太大, 应该修改模型, 重复进行解析、审查研究等不断优化工作, 直到符合工程要求为止。

第四步 结构设计。包括确定凸轮机构各个零件的材料、尺寸并绘制机构零件图和部装图等。进而检查所设计的凸轮机构的界限尺寸是否符合整机的总体设计, 是否满足相连部分的

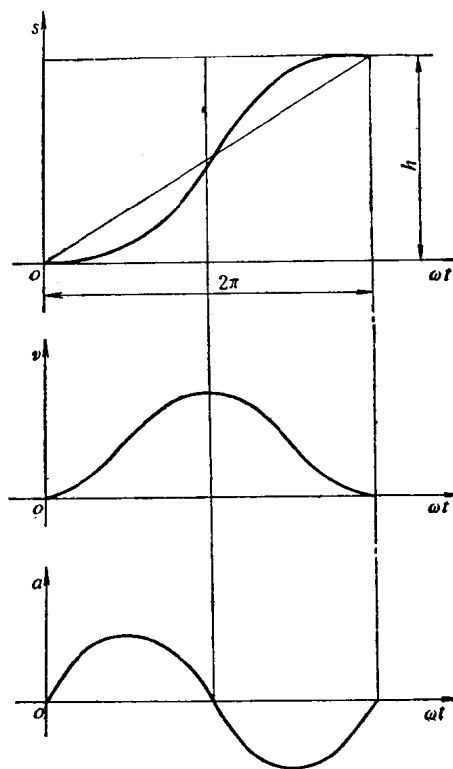


图1-2 从动杆的运动规律线图

称为会话式（或交互式）计算机辅助设计。

这一作业过程由于有电子计算机参与，因而使得设计工作的面貌大为改观，设计的质量和作业的效率也大大提高。这是因为：

（1）计算机辅助设计可把人们的经验、智慧和创造力与计算机高速运算的功能更有效地结合起来，有利于发挥人和机器各自的特长。如设计中对模型的分析计算和绘图等繁重的工作可由计算机来完成，而经验判断和探索性的假设则可由人来进行。

（2）机械设计最后大多要反映在几何设计上。由于CAD过程中能用光笔图形显示器直接作图形的输入和输出，因而结果直观清晰，人们对设计结果能迅速方便地作出判断，设计中的错误也能及时发觉。如凸轮的廓线设计时，可把设计出的实际廓形显示在屏幕上，如有廓线变尖或失真等情况就可方便地作出判断，进而可实时修改滚子半径或基圆半径重行设计。再如在机械的结构设计时往往要通过画装配图来检查各部件和零件在空间的布置是否合理，有否相互干涉或空间有否充分利用等问题。这些都可通过图形显示器来迅速作出判断，以便及时地作出处理。

（3）结构设计往往是费时而工效较低的作业，而在CAD的作业过程中就可以大大提高工效。例如在某项设计装配图的作业中需设计选用紧固件（如六角螺钉）。设计人员可通过操作命令由显示器显示出多种型式的紧固件以供选用，设计者根据经验选定某种型式，然后通过操作命令再显示出被选定的紧固件的规格表，供选定合适的规格之用。同时可由设计者指点把它装在部件的某个位置上，然后由显示器把画有此零件的装配图显示出来，设计人员认可后再用类似方法设计出其它零件或组件，全部完成后通往绘图机输出所设计的装配图或其它信息。

这样就把传统的设计过程代之以人机结合的高效的设计过程，因而CAD成为当前设计工作的一个重要的发展方向。

§ 1-2 数 学 模 型

一、数学模型的概念

数学模型是现象的特征或本质的数学表现，是反映物理（或工程）现象各主要因素间内在联系的一种数学形态。因此正确地建立了某种工程问题的数学模型，也就把握住了它的内在联系和解决这一问题的方法。在前节所举的凸轮廓线设计的例子中，由于建立了从动杆的运动方程和凸轮廓线的极坐标方程等的数学模型，就为完成设计凸轮廓线的任务提供了正确的途径。

但是，并不是任何工程问题都能用数学式子来加以正确描述的。在相当多的情况下，往往由于对现象的机理不很清楚而不能给现象以某种明确的数学表示。因此在建立数学模型以前，一方面应对本现象的特征、机理加以仔细的研究，抓住主要因素，并进行简化和抽象化的工作；另一方面，还应通过大量的实验，从实验数据中来构造数学模型。在这种情况下所建立起来的模型，可以理解成是一种用数学式子表示的假定。

在科学实验或工程设计中，往往建立这样一种数学模型（或假说），但它必须满足如下两个条件：

（1）这种假定除了要能说明特定的事实外，还应说明此特定事实之外的较多的事

实。而且如用这个模型来对现象加以预测，也应能成立。

(2) 数学模型还要便于其后的处理，如果所建立的模型过于复杂，不便于其后的数学处理，那么这种模型本身就没有多大意义。

建立数学模型的方法基本上分成两类：一类适用于能用物理公式加以描述的工程问题，如前节建立凸轮理论曲线的数学模型就是一例；另一类适用于不能用物理公式加以描述、而常常要通过大量的实验数据，应用概率论和回归分析等数学方法来构造数学模型的工程问题，如本书 § 2-9“多项式拟合”的方法以及下述方法都是这类工程问题建立数学模型的例子。

下面举例说明根据现象建立数学模型的方法。例如，在成批、大量生产中，尽管加工条件相同，但依次加工出来的同一种工件，其尺寸并不完全一致，而是呈现忽大忽小的波动。对于这种现象我们要研究的是：这种尺寸波动是否有规律性？影响波动规律的主要因素是什么以及如何通过实验来构造这类问题的数学模型？下面通过某轴承厂从无心磨床上半精磨轴承外环的外圆加工（外圆名义直径为100毫米）为例来加以研究。

首先依先后加工的顺序连续测出100个工件的直径，略去名义尺寸取其尾数列成表1-1。

表1-1 工件直径尾数表

工 件 序 号	1~10	11~20	21~30	31~40	41~50	51~60	61~70	71~80	81~90	91~100
工 件 直 径 尾 数 (微 米)	16	16.5	13.5	17.5	19	16	15.5	17.5	13	17
	15.5	18	18	19.5	20.5	19	15	12	13.5	13.5
	15.5	18	15	15	16.5	19	15	15	15.5	15
	12.5	18	14	16	12.5	15.5	16	13.5	15	14
	15.5	21	15	15.5	16.5	14.5	15.5	14	12.5	17.5
	16.5	19	11.5	19.5	17.5	13	16.5	15	15.5	11.5
	14	19	14.5	19	16.5	18	15.5	15.5	14	13.5
	17.5	18	14.5	18	18	15	15	16	16	12.5
	19	17.5	17	18	15.5	15.5	14	13.5	15.5	15
	19	14.5	16	17.5	15.5	13.5	19	15	15	17.5

表1-2 频数统计表

组 距 (微米)		频 数 统 计	频 数	频 率
从	到			
11	12.4	III	3	3%
12.5	13.9	IIIIIIIIIIII	13	13%
14	15.4	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII	24	24%
15.5	16.9	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII	28	28%
17	18.4	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII	19	19%
18.5	19.9	IIIIIIIIII	11	11%
20	21.4	II	2	2%

从表 1-1 可见，依次加工出来的工件直径呈现忽大忽小的波动，波动范围为 10 微米 左右。现将其等分为 7 个小组，并把落在每个小组里的每个工件用一个“ I ”标记出来，于是就

得出如表 1-2 所示的频数统计表，在该表的最后两列中列出了在每个小组里的件数（频数）及其所占全部件数的百分比（频率）。

从表 1-2 看出，落在最中央那个小组里的工件数目最多，而愈向两边的小组里的工件则愈少。并且两边大致相对称，从而揭示了这一加工中工件尺寸波动的初步规律。

如果以表 1-2 中各小组工件直径（尾数）范围为横坐标，而把相应的（频率/组距）为纵坐标，画出一系列的矩形，则可得出如图 1-4 的频率直方图。图中每一矩形面积恰好等于相应小组内的频率，而所有矩形面积之和等于各小组频率的总和，即等于 1。

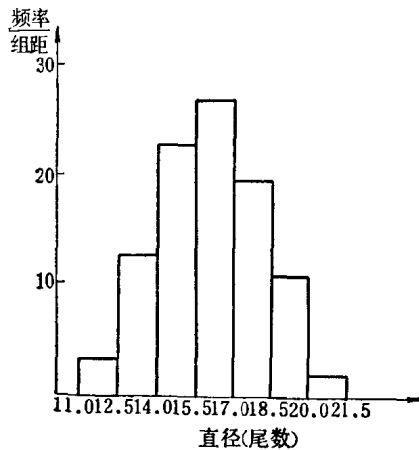


图1-4 频率直方图

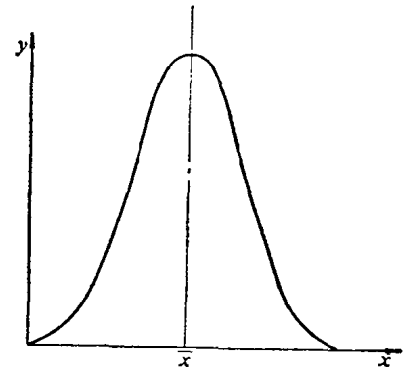


图1-5 加工误差分布曲线

如果被测量的工件数不断增加、样件的组距取得愈来愈小，即小组数目愈来愈多，则频率直方图将转化成如图1-5那样的加工误差分布曲线，它代表了一种概率分布，一般称为正态分布。理论研究和生产实践表明：在调整好的机床上，如果没有突出的因素起作用，加工情况正常，则一批工件的加工误差分布曲线符合正态分布的规律。这种通过实验所得的客观现象的规律性可根据概率论建立起如下式所示的数学模型：

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (1-3)$$

式中 x —— 工件尺寸的可能变化值；
 $\bar{x}$ —— 全部工件尺寸的平均值或分散中心；
 σ —— 均方根误差；
 y —— 概率密度（即频率的稳定值）。

$\bar{x}$ 和 σ 可根据实测的结果按下式计算求得：

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

式 (1-3) 表明：影响 y 与 x 关系式的主要因素是 $\bar{x}$ 和 σ ， $\bar{x}$ 表达了工件尺寸分散带的中

心位置,即实际尺寸大部分都集中在平均值 $\bar{x}$ 的周围。均方根误差 σ 则反映了分散带的大小或曲线的宽窄, σ 值愈小,曲线愈窄,即尺寸分散愈小,精度愈高,反之则尺寸分散大,精度低。

一般就把式(1-3)的函数式称为正态分布模型。这个模型不仅可以用来说明特定的事实,而且能够说明该特定事实以外的其它较多的事实,还能利用它来评价加工精度和预测废品率等。因此把握住了正态分布模型的内在联系,就可以为分析随机误差等问题提供正确的途径。

二、数学模型的分类

数学模型与观察现象的方法密切有关。同一种现象用不同的观察方法就会得到不同的数学模型。譬如说,前例所研究的在成批、大量生产中加工一批零件的尺寸误差分布问题,如果着眼于从平均值的角度去观察,那么这个现象的模型就有确定的值,就是这批工件直径的平均值;如果从概率统计的观点去观察,则认为这个现象即工件的尺寸误差分布并不是完全确定的,而是呈现某种规律性的波动,在加工情况稳定的条件下,符合正态分布规律。

数学模型也可按动态和静态两种方法来建立。如果着眼于任何事物随时间变化而流动的观察方法就是动态的方法,反之,忽略时间的变动,把事物作为静止的去观察,这就是静态的方法,例如力学中的动力学和静力学。

其它还有微观和宏观的观察方法等,不同的观察方法,都会有相应的数学模型。

此外,当组成数学表达式的变量之间构成线性关系时,则称为线性模型;若表达式中含有非线性项时,则成为非线性模型。

三、建立数学模型的一般步骤和方法

建立数学模型的具体方法是多种多样的,因此不可能在有限的篇幅中来一一详细介绍,需要时可以参阅本书末的参考文献^[1]。这里扼要叙述一下建立数学模型的一般步骤和方法如下:

(1) 首先必须对所要研究的现象加以仔细地观察,并尽力抓住现象的主要特征。

(2) 当一开始用数学形式表现有困难时,可以先表达成如框图那样的型式,以叙述现象各因素之间的联系和相互依存的状态。

(3) 选择对现象有本质关系的、对结果影响最重要的因素,先构造尽可能简单的模型,同时应该注意区别哪些是自变量,哪些是不变的量。

(4) 把前面提出的简单模型与现象加以比较,必要时可以再取二次项、三次项影响的因素,以逐次逼近现象的方式修正模型。

工程中所建立的数学模型往往是一种较为复杂的数学方程,要解析它,计算工作量可能很大,人工无法完成,也可能很难用一般解析法来求解,必须用计算机来协助进行。因此需进一步研究机械工程CAD中常用的一些基本分析方法。

§ 1-3 机械工程中计算机辅助分析的基本方法

机械产品结构设计的目的就是要确定一个能承受载荷的由多个零件构成的组合体,在各种运行条件下,其内应力和变形须保持在容许的范围内。此外,在选定设计方案的过程中,还希望使所选定的方案在选用的材料、构件重量、工艺方法等的技术限制内达到最佳的状态。

因此通常是利用计算机和借助于近代的一些数学工具来做大量的结构组合和分析研究工作，包括对多种方案的分析比较，这是计算机辅助设计的重要组成部分。

用计算机来对产品结构进行分析，或对设计方案进行评价、比较，一般都是通过所建立的反映结构（或设计方案）这一现象特征的数学模型来进行的。当前在这方面所用的基本分析方法如图1-6所示。

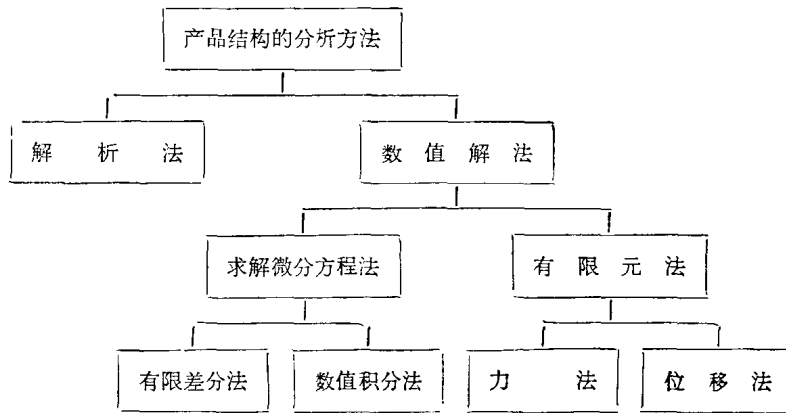


图1-6 用计算机进行分析的基本方法

一、解析法

解析法是以弹性力学和材料力学等原理结合高等数学的分析方法为基础而建立起来的一种古典方法。它只能求解只含少量未知数的数学模型。一般适于分析、计算简单的构件，如杆、梁、柱、索以及形状比较简单的板和壳等，不能用来解决复杂构件的分析问题。在CAD的条件下，由于有电子计算机的帮助，因此用数值解法来分析复杂构件的可能性大大增加，且效果显著，除了一般常用的数值计算方法外，其中应用较多的是有限差分法和有限元法，后者的应用尤为广阔。

二、数值解法

数值解法就是运用计算机来求解各种数值解的方法。由于现代科学技术的发展提出了大量复杂的数学问题，这些问题的解决远非前述的解析法所能解决的，通常都要用电子计算机来进行这类计算，因此数值解法现在已经发展成数学上的一个重要分支。常用的数值解法如方程求根，函数插值，数值积分，微分方程数值解，曲线拟合以及时间序列分析，蒙特卡罗法，有限差分法和有限元法……等等，其中一部分将在第二章中深入讨论，这里仅对产品结构分析中目前应用较多的有限差分法和有限元法扼要地加以介绍。

1. 有限差分法 机械产品设计中所遇到的分析问题大多属于“物理场”的范畴。例如结构件的应力场，流体内的压力流量场，动力机械内部的温度场等。这些物理场的数学模型是一致的。当用有限差分法的原理来分析这些问题时，就是把场的偏微分方程加以离散化，变为近似的差分方程，这样就可利用算术方法来求解。

这些差分方程是联立的线性方程组，一般不用矩阵或行列式求解，而是用松弛法、迭代法等计算机上求得解答。有限差分法目前还用得较多，但对结构形状及边界条件复杂的构件，由于解题的精度有局限性，因此不如有限元法有发展前途。