

高等学校教材

# 固体成像器件和系统

陈东波 编著



兵器工业出版社

# 固体成像器件和系统

陈东波 编著

兵器工业出版社

## 内 容 简 介

本书内容包括固体成像器件的基本理论、各类成像器件及固体摄像系统特性的理论分析等。它是光电成像技术专业的一门专业课。

本书系统地介绍了各类固体成像器件的物理模型、结构原理、探测机理、性能参数、探测能力、噪声分析及测量方法等。全书力图突出固体成像器件的理论性及实用性，对研究固体成像技术具有参考价值。

本书可作为光电成像技术专业本科生教材，也可供从事光电成像技术、热成像技术、红外技术、航天技术等领域的科技工作者及高等院校有关专业的师生参考。

(京)新登字049号

### 固体成像器件和系统

陈东波 编著

\*  
兵器工业出版社 出版

(北京市海淀区车道沟10号)

新华书店总店科技发行所发行

各地新华书店经销

通县向阳印刷厂印装

\*

开本：787×1092 1/16 印张：14.875 字数：361.92千字

1991年9月第1版 1991年9月第1次印刷

印数：1~1000 定价：3.80元

ISBN 7-80038-303-2/TN·10(课)

## 出版说明

遵照国务院关于高等学校教材工作的分工，原兵器工业部教材编审室自成立之日起就担负起军工类专业教材建设这项十分艰巨而光荣的任务。由于各军工院校，特别是参与编审工作的广大教师积极支持和努力，及国防工业出版社、兵器工业出版社和北京理工大学出版社的紧密配合，自1985年到1988年共编审出版了89种教材。

为了使军工类专业教材更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映军工科学技术的先进水平，达到打好基础、精选内容、逐步更新、利于提高教学质量的要求，在总结第一轮教材编审出版工作的基础上，制订了军工教材编审工作的五个文件。指导思想是：以提高教材质量为主线，完善编审制度，建立质量标准，明确岗位责任，充分发挥各专业教学指导委员会的学术和咨询作用，加强从教材列选、编写到审查整个教材编审过程的科学管理。

1985年，根据教学需要，我们组织制订了“七五”教材编写规划，共列入教材176种。这批教材主要是从经过两遍教学使用、反映较好的讲义中遴选出来的，较好地反映了当前军工教材的科学性和适合我国情况的先进性，并不同程度的更新了教材内容，是一批较好的新型教材。

本教材由果玉忱主审，经机械电子工业部光电技术教学指导委员会复查，军工教材编审室审定。

限于水平和经验，这批教材的编审出版难免有错误之处，希望广大读者批评指正。

机械电子工业部军工教材编审室

1989年8月

## 前　　言

本书是根据1988年高等学校光电成像技术专业教材会议审定的《固体成像器件和系统》教材的编写大纲，参考国内外有关资料和教学与科研实践编写的。

由于本学科的内容正处于迅速发展阶段，因此它所涉及的理论及技术不仅十分广泛，而且在不断扩展，要全面地讨论本学科内容及技术知识，会使篇幅过于庞大。所以，本书尽力在合理的篇幅内使选材适当、完整充实、新颖丰富，以便突出基本理论、探测机理及主要特性分析，较全面地、系统地反映这一领域的技术发展。

全书共分十二章。第一章概括介绍了固体成像器件的基本理论；第二至第四章讲述了各类成像探测器的基本理论、探测机理、噪声分析，并在此基础上深入地阐述了本征光电导探测器、杂质光电导探测器、光伏探测器、窄带自滤探测器、SPRITE探测器等的主要性能参数；第五章讲述了各类热探测器的基本理论，重点分析了热释电探测器的响应率、噪声等参数；第六章介绍了光子探测器和实际探测器性能，分析了探测器性能极限的理论，讨论了在背景噪声限制下的响应率；第七至第八章介绍了成像探测器在民用、科研和国防上的应用，并重点论述了热成像系统的组成、特性参数、像质评定、信号检测的精度等；第九至第十一章系统地论述了电荷耦合器件的工作原理、物理性能、特性参数、设计方法等；第十二章详细地讲述了固体摄像系统的成像理论、特性分析、调制传递函数、驱动电路设计原则、信息处理等，并着重讨论了IR-CCD的机理、性能，以及红外光电智能器件这一新技术的发展方向。

本书承蒙北京理工大学邹异松教授审定，并聘请华东工学院果玉忱教授主审，由机械电子部兵器教材编审室主任杨实诚高级工程师审核。作者谨向他们表示深切谢意，并向被引用为本书参考资料的作者和译者致以谢意。

由于作者水平有限，缺少经验，书中可能有许多缺点和错误，诚恳地希望读者批评指正。

作者

1990.2.

0AB97/63

# 目 录

<b>第一章 固体成像器件的物理基础</b> .....	(1)
§ 1-1 载流子浓度的统计分布 .....	(1)
§ 1-2 导带电子和价带空穴的浓度 .....	(3)
§ 1-3 本征半导体的载流子浓度的统计分布 .....	(4)
§ 1-4 杂质半导体的载流子浓度的统计分布 .....	(6)
§ 1-5 载流子的简并化 .....	(10)
§ 1-6 载流子在半导体中的输运现象 .....	(12)
§ 1-7 复合理论 .....	(13)
§ 1-8 载流子在电场中的运动方程 .....	(20)
<b>第二章 成像探测器概论</b> .....	(24)
§ 2-1 导论 .....	(24)
§ 2-2 成像探测器的类型 .....	(25)
§ 2-3 成像探测器的工作条件 .....	(29)
§ 2-4 成像探测器的性能参数 .....	(31)
§ 2-5 成像探测器性能参数的测量 .....	(35)
§ 2-6 常用成像探测器性能参数和光谱响应曲线 .....	(38)
<b>第三章 成像探测器的理论基础</b> .....	(41)
§ 3-1 导言 .....	(41)
§ 3-2 成像探测器的基本方程 .....	(41)
§ 3-3 本征光电导探测器理论 .....	(45)
§ 3-4 杂质(非本征)光电导探测器理论 .....	(51)
§ 3-5 光伏探测器理论 .....	(56)
§ 3-6 窄带自滤探测器 .....	(67)
§ 3-7 SPRITE探测器(扫积型探测器)理论分析 .....	(70)
§ 3-8 肖特基势垒探测器 .....	(79)
<b>第四章 成像探测器的噪声分析</b> .....	(81)
§ 4-1 导言 .....	(81)
§ 4-2 成像探测器的噪声 .....	(81)
§ 4-3 热噪声 .....	(82)
§ 4-4 散粒噪声 .....	(83)
§ 4-5 产生-复合噪声(G-R噪声).....	(85)
§ 4-6 $1/f$ 噪声 .....	(87)
§ 4-7 温度噪声 .....	(88)
§ 4-8 介质损耗噪声 .....	(90)

<b>第五章 理想热探测器的特性分析</b>	(93)
§ 5-1 热敏电阻探测器理论分析	(93)
§ 5-2 温差电堆及其他各类热探测器	(96)
§ 5-3 测辐射热计	(97)
§ 5-4 热释电探测器特性分析	(98)
§ 5-5 实例——TGS探测器	(105)
§ 5-6 热释电探测器的现状和展望	(109)
<b>第六章 理想光子探测器与实际探测器的性能分析</b>	(110)
§ 6-1 引言	(110)
§ 6-2 光电子事件的随机分布	(110)
§ 6-3 信号噪声限制探测器性能	(111)
§ 6-4 背景噪声限制探测器性能	(112)
§ 6-5 不同噪声限制探测器性能	(114)
§ 6-6 理想热探测器性能极限	(119)
<b>第七章 成像探测器的应用</b>	(125)
§ 7-1 红外测温技术	(125)
§ 7-2 红外无损探伤	(126)
§ 7-3 红外跟踪系统	(127)
§ 7-4 红外搜索系统	(128)
§ 7-5 热成像系统性能分析	(129)
§ 7-6 红外成像制导技术	(148)
<b>第八章 成像系统信号的检测</b>	(150)
§ 8-1 涅曼-皮尔顿 (Neyman-Pearson) 准则	(150)
§ 8-2 噪声统计特性	(150)
§ 8-3 虚警时间	(152)
§ 8-4 跟踪概率	(154)
§ 8-5 红外跟踪系统的信噪比	(156)
<b>第九章 电荷耦合器件的理论分析</b>	(157)
§ 9-1 导言	(157)
§ 9-2 CCD工作的理论基础	(157)
§ 9-3 MOS结构电容	(163)
§ 9-4 功函数对MOS结构C-V特性的影响	(166)
§ 9-5 氧化层中电荷对MOS结构C-V特性的影响	(167)
§ 9-6 CCD电荷的存贮与转移	(168)
§ 9-7 CCD表面势的计算	(171)
§ 9-8 信号电荷的注入原理	(174)
§ 9-9 输出信号电荷的检测原理	(175)
<b>第十章 CCD像敏器的物理性能</b>	(176)
§ 10-1 CCD的开启电压 $V_t$	(176)

§ 10-2	电荷负载量 .....	(177)
§ 10-3	转移效率的理论分析 .....	(177)
§ 10-4	CCD的工作频率.....	(183)
§ 10-5	CCD噪声的理论分析.....	(184)
§ 10-6	暗电流 .....	(189)
§ 10-7	单元尺寸和功率耗散 .....	(190)
<b>第十一章</b>	<b>电荷耦合器件的设计与结构 .....</b>	(192)
§ 11-1	表面CCD的设计方程 .....	(192)
§ 11-2	埋沟CCD的设计方程 .....	(196)
§ 11-3	自由电荷转移的分析 .....	(197)
§ 11-4	界面态俘获的定量计算 .....	(199)
§ 11-5	转移损失率的分析 .....	(200)
§ 11-6	暗电流对器件的影响 .....	(203)
§ 11-7	功率耗散对器件的影响 .....	(203)
§ 11-8	时钟脉冲的综合选择 .....	(205)
§ 11-9	CCD的结构.....	(205)
<b>第十二章</b>	<b>固体摄像系统特性分析 .....</b>	(209)
§ 12-1	固体摄像系统的基本原理 .....	(209)
§ 12-2	光学系统 .....	(209)
§ 12-3	CCD摄像性能的分析.....	(210)
§ 12-4	调制传递函数MTF.....	(212)
§ 12-5	面阵CCD(CCAID)的结构及工作原理 .....	(214)
§ 12-6	面阵CCD工作波形的分析 .....	(215)
§ 12-7	驱动电路的设计 .....	(216)
§ 12-8	增强型电荷耦合器件 .....	(220)
§ 12-9	红外电荷耦合器件(IR-CCD) .....	(221)
§ 12-10	红外光电智能器件 .....	(224)

# 第一章 固体成像器件的物理基础

固体成像器件是成像探测器中的一类。它所使用的材料，绝大部分是半导体。大家知道，半导体的自由载流子的数目虽然很少，作用却很大。可以通过掺杂、光照、改变温度等方法来控制半导体中的自由载流子数目。这些自由载流子的分布、浓度、随温度变化的规律等，是本章研究的主要课题。

目前，在各种半导体材料中，锗(Ge)、硅(Si)研究得最深入。其次，砷化镓(GaAs)、锑化铟(InSb)、碲镉汞(HgCdTe)等也得到了研究。因为这些材料在成像探测器中应用得最广泛，所以，学习一些半导体物理的基本知识，对于了解成像探测器的结构机理、性能是非常必要的。下面介绍与成像探测器性能有关的一些半导体物理学的知识。

## §1-1 载流子浓度的统计分布

众所周知，半导体中有两种载流子，就是导带中的电子和价带中的空穴。这两种载流子的浓度分布，从量子统计物理学知道，每个量子态中能够容纳粒子数目是否受限制，分为两种情况。一种是，对于自旋量子数为半整数的粒子适用，由这种粒子组成的体系，称为费米-狄拉克统计分布，即每个量子态中最多只能容纳一个粒子，这类粒子称为费米子，如电子、中子、质子等；另一种是，对于自旋量子数为整数的粒子适用，由这种粒子组成的体系，称为玻色-爱因斯坦统计分布。在每个量子态中能容纳的粒子数目不受限制，这类粒子称为玻色子，如光子、介子等。

电子的自旋量子数为 $\frac{1}{2}$ ，它们是属于费米子。电子在量子态中的分布，要受泡利不相容原理的限制，每个单电子量子态只能容纳一个电子，故电子在状态中的分布，服从费米-狄拉克统计分布。

对于一定的统计分布，可以推导出一定的分布函数来描述粒子在量子态中的分布规律。在一个单电子系统中，在给定温度下，某个能量为 $E$ 的单电子量子态被电子占据的几率为

$$f_e(E) = 1 / [\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1] \quad (1-1)$$

式中 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 为玻耳兹曼常数； $T$ 为绝对温度； $E_F$ 为一个特定参数，它具有能量的量纲，称为费米能级； $f_e(E)$ 是费米-狄拉克统计分布函数，它描述每个量子态被电子占据的几率随能量变化而变化。

在实际问题中，费米-狄拉克统计分布函数的应用指出，费米能级 $E_F$ 以下的能级基本上是被电子填满的， $E_F$ 以上能级基本上是空的。若

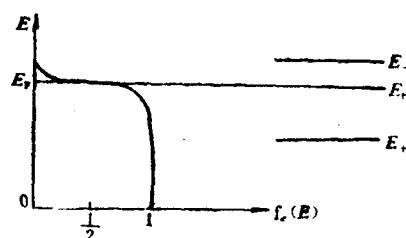


图1-1 费米-狄拉克统计分布

以 $f_e(E)$ 为横坐标，能量 $E$ 为纵坐标作图，得到 $f_e(E)-E$ 的关系曲线，如图1-1所示。由图1-1和公式(1-1)式可知：

(1) 在低温下，即 $T \rightarrow 0$ 的情况

由于温度 $T \rightarrow 0$ ，即 $kT \rightarrow 0$ ，此时(1-1)式可分为两种情况讨论：

①若 $E < E_F$ 时， $(E - E_F)/kT \rightarrow -\infty$ ，故由(1-1)式，得到 $f_e(E) = 1$ 。这表明，当 $T \rightarrow 0$ ， $E < E_F$ 时，在 $E_F$ 以下的能级被电子占据的几率为100%。

②若 $E > E_F$ 时， $(E - E_F)/kT \rightarrow +\infty$ ，故由(1-1)式，得到 $f_e(E) = 0$ 。这表明，当 $T \rightarrow 0$ ， $E > E_F$ 时，在 $E_F$ 以上所有能级被电子占据的几率为0。也就是说， $E_F$ 以上能级全部空着。

(2) 在有限温度下，即 $T \neq 0$ 的情况

由(1-1)式看出， $f_e(E)$ 随能量增加而下降，也就是说，随着能量的增加，每个量子态被电子占据的几率逐渐下降，而空着的几率则逐渐增加。

当 $E = E_F$ 时， $(E - E_F)/kT = 0$ ，则 $f_e(E) = \frac{1}{2}$ 。这表示一个量子态，它相应的能级 $E$ 恰好与 $E_F$ 重合。能级被电子占据或空着的几率相等。

当 $E > E_F$ 时， $(E - E_F)/kT > 0$ ，则 $f_e(E) < \frac{1}{2}$ 。特别是当 $E - E_F \gg kT$ 时，即 $(E - E_F)/kT \gg 1$ 时，由(1-1)式，得

$$f_e(E) \approx \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right) = \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (1-2)$$

上式表明，电子分布几率与指数函数 $\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$ 成正比，而它前面的因子 $\exp(E_F/kT)$ 是一个待定的比例系数。分布函数的这种形式，同经典的麦克斯韦-玻耳兹曼分布完全一致。这个结果，并非偶然的。因为对于这些比 $E_F$ 高很多的能级被电子占据的几率远小于1，泡利不相容原理的限制就显得不重要了。费米分布自然与经典的玻耳兹曼分布相一致。这一点由图1-1也可以看出。

以上讨论了电子在各能级占据的几率。同样，可以得到能级被空穴占据的几率。因为一个能级，被电子占据的几率为 $f_e(E)$ ，那末被空穴占据的几率就为 $f_p(E)$ ，而两几率之和等于1，于是得到

$$f_p(E) = 1 - f_e(E) = 1 / \{1 + \exp[(E_F - E)/kT]\} \quad (1-3)$$

上式就是空穴的费米分布函数。

在(1-3)式中，当 $E - E_F \gg kT$ 或 $E_F - E \ll kT$ 时，价带能级非常接近费米能级， $f_p(E) = 1$ ，即价带能级基本被空穴占据，电子很稀少。当 $E_F - E \ll kT$ 时，可以得到

$$f_p(E) \approx \exp[-(E_F - E)/kT] = \exp(-E_F/kT) \exp(E/kT) \quad (1-4)$$

上式表明， $E$ (价带项)远低于 $E_F$ 时，价带中空穴分布也近似地符合经典的麦克斯韦-玻耳兹曼统计分布。将(1-2)和(1-4)式进行比较，可以发现，能级 $E$ 和费米能级 $E_F$ 前相差一个负号。也就是说，在前面讨论的能带图是以电子能量为坐标的，即由下至上表示电子能量增加。如果要在这样的能带图中表示出空穴的能量，则恰恰和电子相反。对电子来说，是能量高的能级，对空穴来说，则是能量低的能级。由此可知，能量愈高的能级被电子占据的几率愈大，而被空穴占据的几率就愈小。

## §1-2 导带电子和价带空穴的浓度

在杂质浓度不太高的半导体中，导带电子和价带空穴很稀少。这时，费米能级位于禁带内，而且同导带底和价带顶之间的距离远大于 $kT$ 。对于这种情况，电子在导带中和空穴在价带中的分布规律，基本上同经典的玻耳兹曼分布一致。导带中每个量子态被电子占据的几率和价带中每个量子态被空穴占据的几率，可近似地分别由(1-2)和(1-4)式确定。通常把导带中电子和价带中空穴适用于经典统计情况的半导体，称为非简并半导体。

其次，我们再考虑导带和价带中量子态的分布。电子在量子态中的分布几率随能量增加而迅速下降，空穴分布几率随能量下降而迅速下降。导带中这些少量的电子，主要集中在导带底附近的状态中，而价带中的这些少量空穴，主要集中在价带顶附近的状态中。因此，我们只要考虑在导带底和价带顶附近的量子态分布即可。

可以证明，在导带底 $E_-$ 附近，能量在 $E$ 到 $E+dE$ 范围内的量子态数目，与 $V(E-E_-)^{1/2} \cdot dE$ 成正比例。此处 $(E-E_-)$ 表示导带中能级 $E$ 与导带底 $E_-$ 之差， $V$ 为半导体材料的体积。在单位体积中，能量在导带底附近 $E$ 到 $E+dE$ 范围的量子态数目 $N_-(E)dE$ 可表示为

$$N_-(E)dE = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} (E-E_-)^{1/2} dE \quad (1-5)$$

式中 $h=6.625 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ，称为普朗克常数； $m_e^*$ 为电子的有效质量； $N_-(E)$ 称为导带电子的状态密度。将分布状态几率(1-2)式和(1-5)式相乘，便得到非简并情况下，在单位体积中，导带内能量在 $E \sim E+dE$ 范围内的电子数为

$$f_-(E)N_-(E)dE = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E-E_F}{kT}\right) (E-E_-)^{1/2} dE \quad (1-6)$$

要计算出导带电子浓度，需要对上式进行积分。由于分布几率随能量增加而迅速下降这一事实，则把积分范围由导带底 $E_-$ 一直延伸到正无穷，并不会引起明显误差。因为，实际对积分有贡献的区域，仍然是导带底附近的那些量子态。所以，导带的电子浓度 $n_0$ 为

$$\begin{aligned} n_0 &= \int_{E_-}^{\infty} f_-(E)(N_-(E))dE \\ &= 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{E_-}^{\infty} \exp\left(-\frac{E-E_F}{kT}\right) (E-E_F)^{1/2} dE \end{aligned} \quad (1-7)$$

令 $\frac{E-E_-}{kT}=x$ 代入上式，则有

$$n_0 = 4\pi \left(\frac{2m_e^* k T}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_- - E_F}{kT}\right) \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx \quad (1-8)$$

由于定积分  $\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \sqrt{\pi}/2$

若令  $N_- = 2(2\pi m_e^* k T)^{3/2} / h^3$  (1-9)

把(1-9)式代入(1-8)式，得

$$n_0 = N_- \exp\left(-\frac{E_- - E_F}{kT}\right) \quad (1-10)$$

其中 $m^*$ 为有效电子质量。对Si来说， $m^*=1.08m_0$ ，而 $m_0=9.108 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，为自由电子静止质量； $N_-$ 为导带底的有效状态密度。 $(1-10)$ 式中的指数因子，在经典统计中，是导带底被电子占据的几率。

$(1-10)$ 式是半导体导带中的自由电子浓度的基本公式。它的意义是，在计算导带中的电子浓度时，设想在单位体积中，导带有 $N_-$ 个量子态，它们全都同 $E_-$ 相对应。这样一来，导带电子浓度正好是 $(1-10)$ 式两个因子的乘积。正因为有这种关系，故称 $N_-$ 为导带底的有效状态密度。与导带中量子态相对应的能级，实际上并不只是导带底 $E_-$ ，而是一个能带。就计算导带电子浓度而言，如同每单位体积中有 $N_-$ 个量子态，它们全都相当集中于导带底 $E_-$ 一样。

用类似的方法，利用 $(1-4)$ 式与 $(1-5)$ 式相似的价带顶附近能量，在 $E \sim E + dE$ 范围内的量子态数，便可计算出价带的空穴浓度 $p_0$ 为

$$p_0 = N_+ \exp\left(-\frac{E_F - E_+}{kT}\right) \quad (1-11)$$

而

$$N_+ = \frac{2(2\pi m_p^* kT)}{\hbar^3} \quad (1-12)$$

式中 $N_+$ 为价带空穴的有效状态密度， $E_+$ 为价带顶的能量。 $m_p^*$ 为空穴的有效质量，对Si来说， $m_p^*=0.59m_0$ ，对于Ge， $m_p^*=0.37m_0$ 。

由 $(1-10)$ 和 $(1-11)$ 式可知，导带中电子浓度和价带中空穴浓度都与费米能级有关，而 $E_F$ 值与半导体的材料、能级状态、掺杂情况和温度有关。因此，在一定温度下，即或在同一类半导体中，由于所含杂质不同，导带电子和空穴浓度也不相同。把 $(1-10)$ 和 $(1-11)$ 两式相乘，则得到 $n_0$ 和 $p_0$ 的乘积为

$$n_0 p_0 = N_- N_+ \exp\left(-\frac{E_- - E_+}{kT}\right) = N_- N_+ \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad (1-13)$$

式中 $E_g = E_- - E_+$ ，称为半导体的禁带宽度。

上式表明，电子和空穴浓度的乘积与 $E_F$ 无关，对于一定的材料，它们只是温度的函数。在经典统计适用的非简并情况下，当温度一定时，对于同一种半导体材料，不管含有杂质情况如何。导带电子和空穴浓度的乘积，都是相同的。这是实际工作中常遇到的一个重要关系式。为了计算方便起见，将 $(1-13)$ 式改写成

$$np = 2.32 \times 10^{31} \left(\frac{m_e^* m_p^*}{m_0^3}\right) T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad (1-14)$$

在电子和空穴浓度的一般表达式中都含有一个待定参数 $E_F$ 。只有结合具体情况，利用电中性条件确定公式中的 $E_F$ 值，才能对载流子浓度与材料本身结构、杂质浓度、温度的关系有真正的了解。这就是下面研究的问题。

### §1-3 本征半导体的载流子浓度的统计分布

设想一个完整而没有杂质和缺陷的半导体，在这种情况下，能带特别单纯，只有导带和

价带，如图1-2所示，称为本征半导体。

为了确定本征半导体的费米能级 $E_F$ 之值，令 $n_i$ 和 $p_i$ 表示在任何有限温度下，本征半导体的电子和空穴浓度。由于温度的变化，引起了导带中电子电荷增加，密度为 $-n_i e$ ，价带中空穴增加，密度为 $+p_i e$ ，要保持电中性条件，则有

$$n_i = p_i \quad (1-15)$$

换句话说，要保持电中性，系统中的电子就不能多于或少于空穴数。因此，导带中产生每一个电子都必须由价带激发上去，所以，导带电子电荷密度与空穴电荷密度大小相等，符号相反。

利用电中性条件，可以由(1-10)式和(1-11)式确定费米能级之值，即

$$N_- \exp\left(-\frac{E_- - E_F}{kT}\right) = N_+ \exp\left(-\frac{E_+ - E_F}{kT}\right) \quad (1-16)$$

上式两边取对数，有

$$\ln N_- \left(-\frac{E_- - E_F}{kT}\right) = \ln N_+ \exp\left(-\frac{E_+ - E_F}{kT}\right)$$

由此解出 $E_F$ 值，便可得到本征半导体的费米能级，它用 $E_F$ 表示

$$E_F = \frac{1}{2}(E_- + E_+) + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_+}{N_-} \quad (1-17)$$

如果令 $T \rightarrow 0K$ ，则(1-17)式中的第二项将等于零，即

$$E_F = \frac{1}{2}(E_- + E_+) \quad (1-18)$$

这就是说， $E_F$ 值等于导带底和价带顶的平均代数值，即 $E_F$ 恰好位于禁带的中央。 $N_-$ 和 $N_+$ 不完全相等，它们的比值等于 $(m_p^*/m_e^*)^{3/2}$ 。不过 $\ln(N_+/N_-)$ 基本上是1的数量级，而 $E_F$ 值在禁带中央上下为 $kT$ 的范围内，在300K下， $kT$ 大约为0.026eV。这个值和一般半导体的禁带宽度相比是很小的，即使 $T \neq 0K$ 时，本征的 $E_F$ 也非常接近于禁带中央。但有少数半导体材料，本征费米能级相对于禁带中央的偏离较明显。例如锑化锢， $m_p^*/m_e^* \approx 20$ ， $E_F = 0.2eV$ ，在室温下，本征能级移向导带。

把(1-17)式代入(1-10)和(1-11)式，便得到本征载流子浓度 $n_i$ 和 $p_i$ 为

$$n_i = p_i = (N_- N_+)^{1/2} \exp(-E_F/2kT) \quad (1-19)$$

上式表明，本征载流子浓度只与半导体材料本身的能带结构和温度有关。但 $E_F$ 越窄的半导体，电子从价带激发到导带越多，本征载流子浓度就越大。对于一定半导体材料，本征载流子浓度随温度升高而迅速增加，这主要由(1-19)式中的指数因子确定，而因子 $(N_- N_+)^{1/2}$ 随 $T^{3/2}$ 而变化，比较缓慢。

对于同一种类的半导体材料，在非简并情况下， $n_0 p_0$ 与材料含杂质无关。在含杂质的非本征半导体的 $n_0 p_0$ ，应该同本征情况下的 $n_i p_i$ 相等。根据关系式(1-13)式，有

$$n_0 p_0 = N_- N_+ \exp(-E_F/kT) = n_i^2 \quad (1-20)$$

将上式两端开方，可以直接得到本征载流子浓度的表达式。因此，在一定温度下，任何

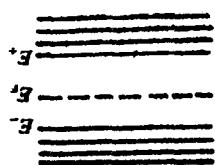


图1-2 本征半导体能带图

非简并半导体载流子浓度的乘积 $n_0 p_0$ 等于该温度时本征载流子浓度 $n_i$ 的平方，与所含杂质无关。故(1-20)式不仅适用于本征半导体，而且也适用于非简并的杂质半导体。

### § 1-4 杂质半导体的载流子浓度的统计分布

前面讨论了本征半导体的费米能级。在红外探测器、电荷耦合器件中，使用的材料是掺杂半导体，如何确定杂质半导体的费米能级，问题比较复杂。下面就几种典型情况，分别讨论掺杂半导体的费米能级和载流子浓度。

#### 一、掺一种杂质的情况

对于一种施主存在的n型半导体，其能带图如图1-3所示。在温度不太高的情况下，本征激发不太明显，半导体处在杂质电离范围内，导带电子主要来源于施主。假设施主浓度为 $N_D$ ，那末在单位体积内， $N_D$ 个施主杂质中，未被电离的电子浓度 $n_0$ 为

$$n_0 = N_D f_0(E) = \frac{N_D}{1 + \exp\left(\frac{E_0 - E_F}{kT}\right)} \quad (1-21)$$

电离施主浓度 $n_D^+$ 为

$$\begin{aligned} n_D^+ &= N_D - n_0 = N_D [1 + f(E_D)] \\ &= N_D / [1 + \exp(E_F - E_D)/kT] \end{aligned} \quad (1-22)$$

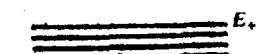


图1-3 杂质半导体能级图  
显然，要求出 $n_D$ 、 $n_D^+$ 是很复杂的。为了简单起见，把分析局限于本征激发可以忽略的温度范围内。在0K时，施主带有电子而处于电中性状态，导带是空的。在有限温度下，部分施主电离(其浓度为 $n_D^+$ )，而提供了导带电子，此时电中性条件为

$$n = N_D - n_D = n_D^+ \quad (1-23)$$

把(1-10)式和(1-22)式代入(1-23)式，得

$$N_- \exp\left(-\frac{E_- - E_F}{kT}\right) = N_D / [1 + \exp(E_F - E_D/kT)] \quad (1-24)$$

令  $x = \exp[-(E_- - E_F)/kT]$ ，则有

$$\exp\left(\frac{E_F - E_D}{kT}\right) = x \exp\left(\frac{\Delta E_D}{kT}\right) \quad (1-25)$$

式中 $\Delta E_D = E_- - E_D$ 称为施主杂质电离能。把(1-25)式代入(1-24)式，并化简可得

$$x^2 + x \exp\left(-\frac{\Delta E_D}{kT}\right) - \frac{N_D}{N_-} \exp\left(-\frac{\Delta E_D}{kT}\right) = 0 \quad (1-26)$$

上式是一个二次方程，我们要求解的 $E_F$ 值，它包含在 $x$ 中。因为，在给定的半导体中， $N_D$ 及 $\Delta E_D$ 均为已知，所以，由(1-26)式求解，可得

$$E_F = (E_- - \Delta E_D) + kT \ln \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{4N_D}{N_-} \exp\left(\frac{\Delta E_D}{kT}\right) \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (1-27)$$

上式之值代入(1-10)式，可得杂质半导体载流子浓度为

$$n = \frac{N_-}{2} \exp\left(-\frac{\Delta E_p}{kT}\right) \left[ \left(1 + \frac{4N_p}{N_-} \exp\frac{\Delta E_p}{kT}\right)^{1/2} - 1 \right] \quad (1-28)$$

(1-27)和(1-28)式是具有一种施主杂质半导体的 $E_F$ 与 $n$ 的一般表达式。 $E_F$ 与半导体材料的性质、杂质浓度、掺杂原子种类及温度有关。它的形式比较复杂，这里只讨论两种极端情况。

### 1. 弱电离

此时，电离施主很少，即相当于温度较低的情况，或者说，当(1-27)式根号中的第二项满足

$$\frac{4N_p}{N_-} \exp\frac{\Delta E_p}{kT} \gg 1 \quad (1-29)$$

(1-27)式可以简化为

$$\begin{aligned} E_F &= E_- - \frac{\Delta E_p}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_p}{N_-}\right) \\ &= \frac{1}{2}(E_- + E_p) + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_p}{N_-}\right) \end{aligned} \quad (1-30)$$

由(1-30)式可知， $E_F$ 与温度、杂质浓度以及掺杂原子有关。

$E_F$ 是随温度变化的，上式中第二项，不仅有明显的温度 $T$ 的因子，而且 $N_-$ 也是温度的函数，即 $N_- \propto T^{3/2}$ ，当 $T \rightarrow 0K$ 时，由于

$$\lim_{T \rightarrow 0K} T \cdot \ln T \rightarrow 0$$

所以(1-30)式中的第二项趋于0，于是

$$\lim_{T \rightarrow 0K} E_F = \frac{1}{2}(E_- + E_p) \quad (1-31)$$

也就是说，在极低温度下，费米能级恰好位于施主能级与导带的正中间。

为了解 $E_F$ 的位置如何随温度升高而变化，可取(1-30)式对温度的微商

$$\begin{aligned} \frac{dE_F}{dT} &= \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_p}{N_-} + \frac{1}{2} kT \frac{d(-\ln N_-)}{dT} \\ &= \frac{1}{2} k \left[ \ln\left(\frac{N_p}{N_-}\right) - \frac{3}{2} \right] \end{aligned} \quad (1-32)$$

当 $T \rightarrow 0K$ 时， $N_- \rightarrow 0$ ，上式方括号中前一项有极大值，因而在低温时， $\frac{dE_F}{dT}$ 为正值，即 $E_F$ 随温度上升而升高，如图1-4所示。当温度升高到使

$$N_- = N_p \exp\left(-\frac{3}{2}\right) = 0.21N_p \quad (1-33)$$

则(1-32)式为零。这时，费米能级上升到极大值。温度再升高，(1-32)式变为负值， $E_F$ 开始不断下降，在图1-4中，示意地表示出 $E_F$ 随温度变化的情形，显然 $E_F$ 到达极大值的温度与

杂质浓度 $N_D$ 有关，杂质愈多，温度就愈高。很容易由(1-33)式估计到，如果 $N_D$ 在 $10^{16} \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ，则 $E_F$ 到达极大值的温度约为 $1 \sim 10 \text{ K}$ 的范围。

把(1-30)式的 $E_F$ 值代入(1-10)式可得到导带电子浓度为

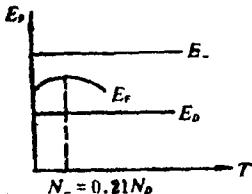


图1-4  $E_F$ 随 $T$ 的变化

$$n = (N_D N_-)^{1/2} \exp(-\Delta E_D / 2kT) \quad (1-34)$$

式中 $\Delta E_D = E_v - E_D$ 为施主电离能。

由上式可见，不等 $E_F$ 的升降，载流子浓度总是随温度升高而增加。 $n$ 对温度的依赖关系主要由(1-34)式的指数因子确定。因子 $(N_D N_-)^{1/2}$ 随 $T^{3/2}$ 而变化，比较缓慢。利用实验测得的 $\ln n$ 与 $1/T$ 的直线关系，由直线斜率可以确定施主能级的电离能。

## 2. 强电离(饱和电离)

当温度足够高时，施主杂质基本上全部电离，称为强电离，此时

$$\frac{4N_D}{N_-} \exp \frac{\Delta E_D}{kT} \ll 1 \quad (1-35)$$

把(1-27)式的平方根项展开，并取级数的一次项，近似得

$$E_F = E_v + kT \ln(N_D/N_-) \quad (1-36)$$

在这里，因 $N_-$ 总是大于 $N_D$ ，故上式第二项为负，于是 $E_F$ 随温度上升，近似线性地下降，这是由于施主杂质全部电离。因此，可以把导带电子浓度表示为

$$n \approx N_D \quad (\text{多子}) \quad (1-37)$$

在这种情况下，导带中的电子主要来自施主，而从价带激发到导带的电子只是极少数，可以忽略。但这些由价带激发到导带的电子，终究在价带留下少数的空穴。将(1-36)式代入(1-2)式中，利用(1-20)式，便得到在饱和电离条件下，少数载流子(空穴)的浓度为

$$p = n_1^2 / N_D \quad (\text{少子}) \quad (1-38)$$

上式表明，在杂质饱和电离条件下，少数载流子浓度比 $n_1$ 要少得多。因此，少子浓度与本征载流子浓度的平方成正比，而与多子浓度成反比。

在一般情况下，很多半导体都处于杂质电离饱和状态下，根据不等式(1-29)和(1-35)式，可以写成如下等式

$$\frac{4N_D}{N_1} \exp(\Delta E_D / kT) = 1 \quad (1-39)$$

利用上式作为判断杂质电离强弱的分界线。

同理，用上述类似方法，可以处理一种受主杂质的情形。在受主浓度为 $N_A$ 的P型半导体中， $E_F$ 在 $T \rightarrow 0 \text{ K}$ 时的极限位置位于受主能级和价带顶的中央。随温度上升而费米能级下降，然后， $E_F$ 单调上升。这时，在弱电离区，则有

$$E_F = \frac{1}{2}(E_v + E_A) - \frac{1}{2}kT \ln \left( \frac{N_A}{N_+} \right) \quad (1-40)$$

和  $p = (N_A N_+)^{1/2} \exp(-\Delta E_A / 2kT) \quad (1-41)$

式中 $\Delta E_A = E_A - E_+$ 称为受主杂质电离能。

对于饱和电离区，则有

$$E_F = E_+ + kT \ln(N_A/N_+) \quad (1-42)$$

$$\begin{aligned} p &= N_A && (\text{多子}) \\ n &= n_s^2 / N_A && (\text{少子}) \end{aligned} \quad (1-43)$$

## 二、同时掺有施主和受主杂质的情形

通常N型半导体中，都存在着少量的受主杂质。乍看起来，似乎这些受主在N型半导体中产生自由空穴，使半导体导电电荷增加。实际上恰恰相反，在N型半导体中存在少量受主杂质会使导电电荷减少。这是因为这些受主并不产生自由空穴，而只是减少自由电子。特别是原来施主处于电离范围，自由电子减少比较显著。就是说，这些受主电离时，所俘获的不是价带电子，而是导带电子。

在P型半导体中，也常存在着少量的施主杂质。它们使P型半导体中的自由空穴浓度减少，而又不提供自由电子，结果使半导体导电下降。对上述结果，可作如下的定量分析。

设想 $N_D > N_A$ 的N型半导体，施主能级上的电子一部分首先要去填满受主能级，使受主杂质完全电离。于是，受主上的束缚空穴浓度 $p_A$ 等于零。在杂质电离范围内，本征激发不明显，同导带电子浓度 $n$ 相比，价带空穴浓度可以忽略。在此情况下，电中性条件为

$$n + N_A = N_D - n_D \quad (1-44)$$

由上式可知，施主能级上的 $N_D$ 个电子，除去 $N_A$ 个填充受主能级外，剩下的 $(N_D - N_A)$ 个电子，一部分激发到导带，构成导带电子，余下的部分 $n_D$ 还留在施主能级上。

当温度足够高时，施主杂质全部电离，而本征激发可以忽略，出现载流子饱和区。此时，载流子浓度为

$$n = N_D - N_A \quad (1-45)$$

当 $N_D \approx N_A$ 时，则几乎全部补偿，这种情形下的半导体表现出相似于本征半导体的性质，称为强补偿。

若在低温下，激发到导带的电子浓度 $n$ 同填满了受主能级的电子浓度 $N_A$ 相比，只是极少数，则由(1-44)式可得

$$N_A = N_D - n_D \quad (1-46)$$

把(1-22)式代入(1-46)式，得

$$N_A = N_D / [1 + \exp[(E_F - E_D)/kT]] \quad (1-47)$$

由上式解出费米能级 $E_F$ 为

$$E_F = E_D + kT \ln \frac{N_D - N_A}{N_A} \quad (1-48)$$

当温度 $T$ 趋向于0K时， $E_F$ 与 $E_D$ 重合。若 $N_D - N_A > N_A$ 时，(1-48)式中的对数值为正的。在低温下， $E_F$ 随温度逐渐升高，开始时费米能级呈线性上升。

把(1-48)式代入(1-10)式得到低温下导带电子浓度为

$$n = \frac{N_A}{N_D} (N_D - N_A) \exp(-\Delta E_D/kT) \quad (1-49)$$