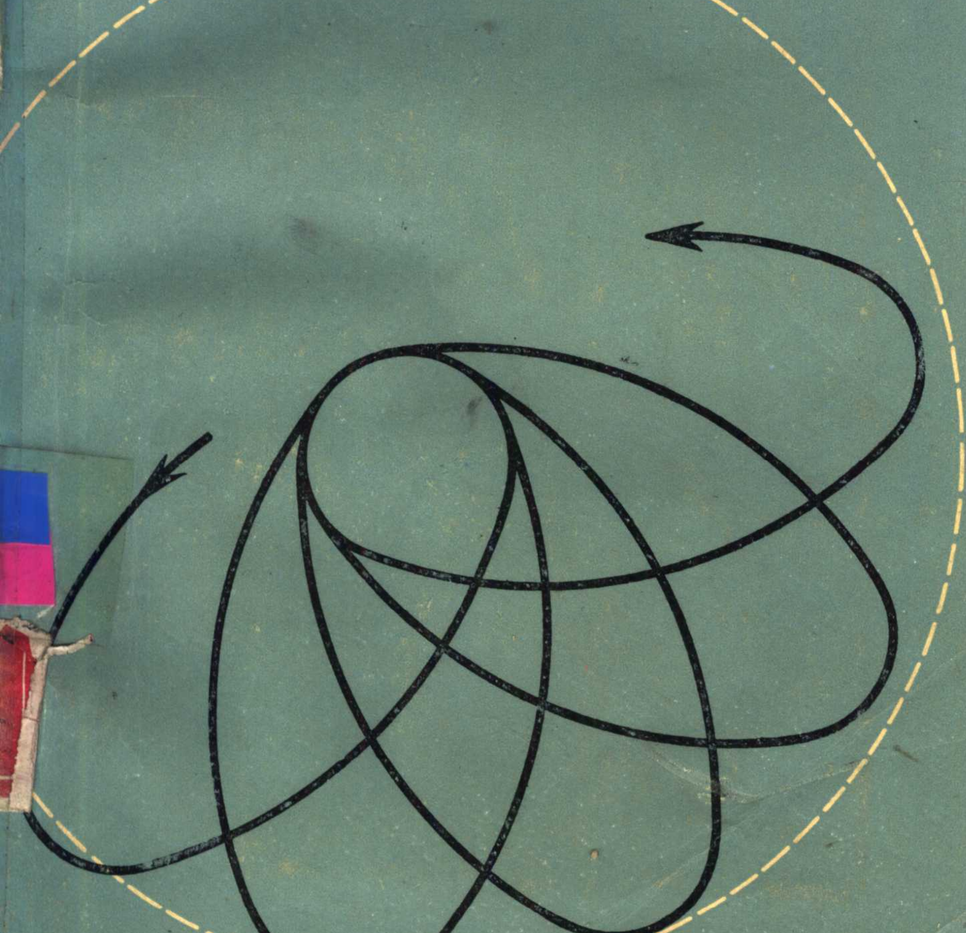
大学基础物理学习与解题指导

电磁学

张民生　吴庭竺　张梦心　编著

上海科学技术出版社



大学基础物理学习与解题指导

电 磁 学

张民生 吴庭竺 张梦心 编著

上海科学技术出版社

内 容 简 介

本书精选电磁学的典型例题113道，习题205道。内容包括静电场、导体周围的静电场、静电场中的电介质、稳恒电路、稳恒电流的磁场、电磁感应和暂态过程、磁介质、交流电路、电磁场与电磁波等。每道例题都作出详尽分析，文字简炼，深入浅出，解法多样。能帮助读者系统掌握电磁学的基本理论，提高分析能力和解题能力。

本书可作为高等院校、电视大学、职工大学理工科学生及自学者的学习参考书，也可作为各类高等院校教师的教学参考书。

大学基础物理学习与解题指导
电磁学
张民生 吴庭竺 张[illegible] 编著
上海科学技术出版社出版
（上海瑞金二路450号）
新华书店上海发行所发行 上海东方印刷厂印刷
开本787×1092 1/32 印张11.625 字数256,000
1989年3月第1版 1980年3月第1次印刷
印数 1—2,900

ISBN 7-5323-0761-1/O·83
定价：5.95 元

前　言

《电学》是《大学基础物理学习与解题指导》丛书中的一册。

电磁学是理工科大学的主要基础课程之一，电磁学中讨论电磁场的概念、定律、定理。由于求解电磁场这种矢量场问题往往要求学生能够先对场的分布特征作出一定的分析和判断，继而应用矢量代数、微积分及“通量”、“环量”形式的积分公式来进行数学处理，对于初学者来说往往会遇到不少困难。本书着重分析解答电磁学问题的原理和方法，对学习电磁学课程的学生或初次从事电磁学教学工作的教师都将有一定参考价值。

本书共分九章：第一章讲静电场的基本规律，第二章讲导体周围的静电场，第三章讲静电场中的电介质，第四章讲稳恒电流，第五章讲稳恒电流的磁场，第六章讲电磁感应与暂态过程，第七章讲磁介质，第八章讲交流电路，第九章讲电磁场与电磁波。若按“场”和“路”的不同性质来归类的话，第四章与第八章是讨论“路”的规律，其他七章是讨论“场”的规律。

本书每章分成四个部分：第一部分是“本章目的”，扼要说明每章应达到的目标。第二部分是“内容提要”，把一章中的主要概念、定律和定理进行提纲挈领的说明，便于读者系统掌握每章的内容。第三部分是“解题示例”，每道例题都作出详尽解答。解答中一般先在[分析]栏中对解题思路和方法进行分析；再在[解]栏中具体演算求解过程；最后在[讨论]栏中对解题结果的物理意义及有关问题进行说明和讨论。使例题的求

解过程层次分明，有利于读者掌握解题方法，提高解题能力。对于比较简单的例题，只设[解]栏。第四部分是"习题"，对少量难度较高的习题，设有[提示]栏。在书后还列出了全部习题的答案。

例题和习题的选择以加强基本训练为主，部分题目还反映出电磁学在现代科学技术上的应用。为适应不同读者的需要，也有一些难度比较大并有一定的灵活性的题目，使选题有足够的深度和广度。例题和习题的编排既考虑到典型性，也考虑到系统性。本书共有例题113道，习题205道。

本书每章的"本章目的"、"内容提要"和第一、二、三章由吴庭竺编写，第五、六、七章由张梦心编写，第四、八、九章由张民生编写。由于我们水平有限，书中存在的错误和不妥之处，请读者批评指正。

编　者

1987．11．

目　录

第一章　真空中的静电场

本 章 目 的

1. 掌握静电场电场强度概念与场强叠加原理，掌握电位概念与电位叠加原理。

2. 掌握高斯定理和静电场环路定理这两个静电场基本方程式的物理意义，并了解它们与库仑定律之间的关系。

3. 掌握应用高斯定理或场强叠加原理计算场强，应用电位定义式或电位叠加原理计算电位。

4. 熟悉静电场力的计算方法。

内 容 提 要

一、库仑定律

实验证明，真空中两个相距为 r 的点电荷 q_1 与 q_2 之间相互作用的电力为：

$$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0r^2},\tag{1-1}$$

式中 q_1 与 q_2 同号时为斥力，异号时为引力，力的方位沿两点电荷的连线。ϵ_0 是真空的绝对介电常数，它等于 8.8542×10^{-12} 库仑^2/(牛顿·米^2)。

二、描写静电场的物理量

电场强度

电场中某一场点处的电场强度定义为单位正电荷在该点

所受的电力。若试探电荷 q_0 置于场点时受力 $\boldsymbol{F}$，则该场点处的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}。\tag{1-2}$$

当一点电荷 Q 处在场强为 $\boldsymbol{E}$ 的场点上时，此点电荷所受电力为

$$\boldsymbol{F}=Q\boldsymbol{E}。\tag{1-3}$$

可见，电场强度是描写电场对处于其中的电荷有电力作用的特性的物理量。

电位

电场中某一场点 P 的电位定义为单位正电荷从 P 点移到参考点 P_0 过程中静电场力所作的功。若试探电荷 q_0 从 P 移到 P_0 的过程中静电场力作功为 A，则 P 点的电位定义为

$$U=\frac{A}{q_0}=\int_P^{P_0}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}。\tag{1-4}$$

此电位定义式自然地限定了参考场点 P_0 上的电位等于零。

当电荷分布不延伸到无限远时，一般把电位参考点 P_0 选在无限远处，此时电位定义式为

$$U=\int_P^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}。\tag{1-5}$$

它表示电场中 P 点处的电位 U 等于把单位正电荷从 P 点移到无限远处的过程中电场力所作的功。显然，此式限定了无限远处的电位为零。

三、场强叠加原理与场强公式

场强叠加原理

实验指出：几个点电荷同时存在时所产生的在电场中某一场点 P 处的电场强度，等于各个点电荷单独存在于原位时在同一场点 P 所产生的各个电场强度的矢量和，这一客观规

律称为场强叠加原理。

若总共有 n 个点电荷，第 i 个点电荷单独存在时在场点 P 产生的场强为 $\boldsymbol{E}_i$，则 n 个点电荷同时存在时在同一场点 P 处的总场强

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i。\tag{1-6}$$

点电荷的场强公式

根据库仑定律和场强定义可以得出点电荷 q 的场强公式

$$\boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r},\tag{1-7}$$

其中 $\hat{r}$ 是从点电荷 q 到场点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 的单位矢量。点电荷的场强公式直接来自库仑定律，一般把(1-7)式也称为库仑定律，它是场强计算的基础。

点电荷系的场强公式

按场强叠加原理可知 n 个点电荷的电场中某一场点处的场强

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2}\hat{r}_i,\tag{1-8}$$

其中 $\hat{r}_i$ 是从第 i 个点电荷 q_i 处到场点的矢径 $\boldsymbol{r}_i$ 的单位矢量 $\boldsymbol{E}_i=\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2}\hat{r}_i$ 是 q_i 在场点处的场强。

连续分布电荷的场强公式

把连续分布电荷无限分割成无限多个无限小的电荷元，把每个电荷元 dq 都视为点电荷，根据点电荷场强公式和场强叠加原理可得连续分布电荷的场强公式为

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\Omega}\frac{dq}{r^2}\hat{r},\tag{1-9}$$

其中 $\hat{r}$ 是从电荷元 dq 到场点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 的单位矢量。电荷为体分布时 $dq=\rho dV$，积分域 Ω 为电荷所在的体积 V；电荷为

面分布时 $dq=\sigma dS$，积分域 Ω 为电荷所在的曲面 S；电荷为线分布时 $dq=\eta dl$，积分域 Ω 为电荷所在的曲线 L。ρ、σ、η 依次为电荷体密度、电荷面密度和电荷线密度。

四、电位叠加原理与电位公式

电位叠加原理

实验指出：n 个点电荷所产生的在电场中某场点 P 上的电位 U，是各点电荷 q_i 单独存在于各自的位置上时在同一场点 P 上所产生的电位 U_i 的代数和。这一客观规律称为电位叠加原理，它的数学表式为

$$U=\sum_{i=1}^{n}U_i。\tag{1-10}$$

点电荷的电位公式

根据库仑定律和电位的定义，在选择无限远处的场点为电位参考点时，点电荷的电位公式

$$U=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}。\tag{1-11}$$

点电荷系的电位公式

按电位叠加原理可知 n 个点电荷在电场中某场点处的电位

$$U=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i},\tag{1-12}$$

其中 $U_i=\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$ 是第 i 个点电荷 q_i 在离它为 r_i 处的场点所产生的电位。

连续分布电荷的电位公式

把连续分布电荷作无限分割，每个电荷元 dq 都视为点电荷，根据点电荷电位公式和电位叠加原理可得连续分布电荷的电位公式为

$$U=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\Omega}\frac{dq}{r}。\tag{1-13}$$

五、场强与电位的关系

电位与场强的积分关系式就是电位的定义式，即公式(1-4)或(1-5)。电位与场强的微分关系式为

$$\boldsymbol{E}=-\nabla U,\tag{1-14}$$

此式的意义为：电场中某场点处电位梯度的负值等于该点的电场强度。

六、静电场的基本方程

高斯定理

$$\Phi=\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{q}{\epsilon_0}。\tag{1-15}$$

高斯定理表示真空静电场中高斯闭曲面 S 上的场强 $\boldsymbol{E}$ 的电通量 Φ，等于面内电荷的代数和 q 除以真空的绝对介电常数 ϵ_0。通量 Φ 与闭面外的电荷无关，与面内电荷的位置无关。应该注意到高斯面 S 上各处的 $\boldsymbol{E}$ 是面内外所有电荷共同激发的场强。

静电场环路定理

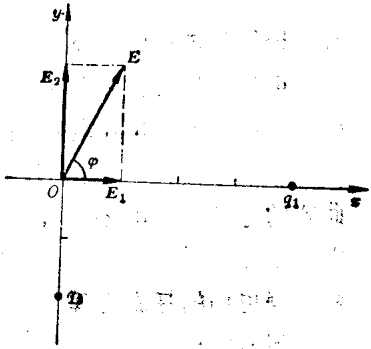
$$\oint_L \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=0。\tag{1-16}$$

静电场环路定理表示静电场力作功与路径无关，静电场是保守场或有位场，可以引入电位来描写静电场。

解 题 示 例

【例 1-1】 例 1-1 图表示 xOy 坐标系中 $(4m,\ 0)$ 处的点电荷 $q_1=-8\times10^{-8}C$，$(0,\ -2m)$ 处的点电荷 $q_2=4\times10^{-8}C$。试求坐标原点 O 处的场强和电位(参考点选在无限远)。

分析：按场强叠加原理，两点电荷 q_1、q_2 在周围所产生的电场中，任一场点上的总场强 $\boldsymbol{E}$ 应该等于 q_1、q_2 单独存在时在同一场点各自所产生的场强 $\boldsymbol{E}_1$ 与 $\boldsymbol{E}_2$ 的矢量和。再按电位叠加原理，两点电荷在任一场点产生的电位 U 应等于 q_1、q_2 单独存在时在同一场点各自所产生的电位 U_1 与 U_2 的代数和。



例 1-1 图

解：(1) 场强的计算

q_1 在场点 O 处产生的场强 $\boldsymbol{E}_1$ 的大小为

$$E_1=\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-8}}{4^2}$$
$$=45\ \mathrm{N/C}。$$

$\boldsymbol{E}_1$ 的方向沿 x 轴正方向（见例 1-1 图）。

q_2 在场点 O 处产生的场强 $\boldsymbol{E}_2$ 的大小为

$$E_2=\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-8}}{2^2}$$
$$=90\ \mathrm{N/C}。$$

$\boldsymbol{E}_2$ 的方向沿 y 轴正方向（见例 1-1 图）。

总场强矢量

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2=E_1\hat{x}+E_2\hat{y}$$
$$=(45\hat{x}+90\hat{y})\ \mathrm{N/C},$$

总场强的大小

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{45^2+90^2}=101\ \mathrm{N/C},$$

总场强与 x 轴的夹角

$$\varphi=\text{arc tg}\frac{E_2}{E_1}=\text{arctg}\,2=63.4°。$$

(2) 电位的计算

q_1 在场点 O 处的电位

$$U_1=\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}=9\times10^9\frac{-8\times10^{-8}}{4}=-180\,\text{V},$$

q_2 在场点 O 处的电位

$$U_2=\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}=9\times10^9\frac{4\times10^{-8}}{2}=180\,\text{V},$$

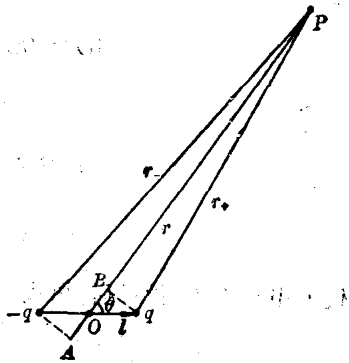
所以场点 O 处的电位

$$U=U_1+U_2=-180+180=0\,\text{V}。$$

可见，场点 O 处的电位为零而场强不为零。在第三象限中 q_1 与 q_2 连线的延长线上可以找到场强为零而电位不为零的场点

【例 1-2】 试求真空中电偶极子远区场的电位与场强。已知电偶极子由距离为 l 的两个等值异号点电荷 $-q$ 与 $+q$ 组成。

分析：电偶极子电场中的电位应等于组成电偶极子的两个点电荷的电位的叠加，电场中的场强应等于两个点电荷的场强的叠加。另外，在用电位叠加原理求出电位之后可以通过电位梯度的计算，按公式(1-14)来求出场强；在用场强叠加原理求出场强之后可以按电位定义式(1-5)用积分计算来求出电位。



例 1-2-1 图

解：1．用电位叠加原理求电位

例 1-2-1 图表示场点 P 到 $-q$ 的距离为 r_-，P 到 $+q$ 的

距离为 r_+。两个点电荷分别单独存在时，在场点 P 产生的电位分别为

$$U_- = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_-},$$

$$U_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_+}。$$

按电位叠加原理可得场点 P 的电位

$$U = U_+ + U_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right)。$$

用 r 表示电偶极子中心 O 到场点 P 的距离，对于离电偶极子距离很远的区域，有条件 $r \gg l$。以下用近似计算方法得出很重要的电偶极子远区场中的电位公式。

用 θ 表示 r 与 l 之间的夹角，以 P 为中心作两个圆弧分别通过 $-q$ 与 $+q$，弧与 PO 联线分别交于 A、B 两点。$\overline{PA} = r_-$，$\overline{PB} = r_+$。由于 $r \gg l$，两个弧线可以近似地看成是 $\overline{PO}$ 的垂线。所以

$$\overline{AO} \cong \overline{BO} \cong \frac{l}{2}\cos\theta,$$

于是

$$r_- \cong r + \frac{l}{2}\cos\theta, \tag{1}$$

$$r_+ \cong r - \frac{l}{2}\cos\theta。 \tag{2}$$

代入电位 U 的表式后，可得

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r - \frac{l}{2}\cos\theta} - \frac{1}{r + \frac{l}{2}\cos\theta}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{l\cos\theta}{r^2 - \left(\frac{l}{2}\cos\theta\right)^2},$$

略去 l 的平方项之后，得到

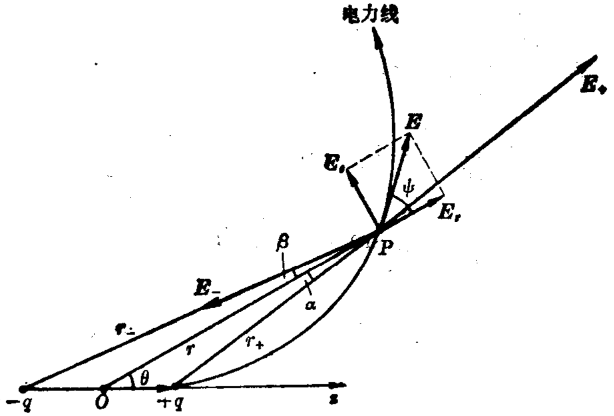
$$U=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{ql\cos\theta}{r^2}=\frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{3}$$

或

$$U=\frac{\boldsymbol{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}。 \tag{4}$$

上述计算实际上是采用了球坐标系，坐标原点在偶极子的中心，把 z 轴与 $\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$ 重合之后，θ是球坐标的纬度角，所以电偶极子的电位与经度角 φ 无关。电位与 p 成正比，与矢径 r 的平方成反比，与 θ 的余弦值成正比。$\theta=\frac{\pi}{2}$ 的赤道平面上电位处处为零，$\theta<\frac{\pi}{2}$ 区域中 $U>0$，$\theta>\frac{\pi}{2}$ 区域中 $U<0$。公式(3)、(4)是中心在球坐标系原点，方向沿 z 轴的电偶极子远区场的电位表式。

2．用场强叠加原理求解场强



例 1-2-2 图

按例 1-2-2 图选择球坐标系之后，两点电荷在场点 P 处

的场强分别为

$$\boldsymbol{E}_+=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_+^2}\hat{r}_+,$$

$$\boldsymbol{E}_-=-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_-^2}\hat{r}_-。$$

把上述场强在球坐标系中求出正交分量，再应用场强叠加原理可得总场强的正交分量为

$$E_r=\boldsymbol{E}_+\cdot\hat{r}+\boldsymbol{E}_-\cdot\hat{r}=E_+\cos\alpha-E_-\cos\beta,$$

$$E_\theta=\boldsymbol{E}_+\cdot\hat{\theta}+\boldsymbol{E}_-\cdot\hat{\theta}=E_+\sin\alpha+E_-\sin\beta,$$

$$E_\varphi=0。$$

由于

$$\cos\alpha=\frac{r-\frac{l}{2}\cos\theta}{r_+},\quad \cos\beta=\frac{r+\frac{l}{2}\cos\theta}{r_-},$$

$$\sin\alpha=\frac{\frac{l}{2}\sin\theta}{r_+},\quad \sin\beta=\frac{\frac{l}{2}\sin\theta}{r_-},$$

把上述关系式代入场强表式可得

$$E_r=\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{r-\frac{l}{2}\cos\theta}{r_+^3}-\frac{r+\frac{l}{2}\cos\theta}{r_-^3}\right],$$

$$E_\theta=\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\frac{l}{2}\sin\theta}{r_+^3}+\frac{\frac{l}{2}\sin\theta}{r_-^3}\right]。$$

对于远区场有 $r\gg l$，所以可利用公式(1)、(2)，并有

$$\frac{r-\frac{l}{2}\cos\theta}{r_+^3}-\frac{r+\frac{l}{2}\cos\theta}{r_-^3}$$

$$\cong\frac{1}{r_+^2}-\frac{1}{r_-^2}=\frac{r_-^2-r_+^2}{r_+^2r_-^2}$$