

## 内 容 提 要

本书分上、下两册,上册介绍电路基础,下册包括:信号的频域分析、信号的复频域分析、卷积积分、离散时间系统分析、振幅调制系统、角度调制系统、脉冲调制系统、数字通信系统和扩谱通信系统。

本书内容以介绍信号分析和通信系统的基本概念为主,并力求数学表达式与物理概念密切结合。

本书是邮电高等函授教材,在内容上力求深入浅出、通俗易懂、有便于自学的特点。在每章末还附有小结、习题,可供参考。

本书第一、二章由肖仲同志编写,第三、四章由孙希纯同志编写,其余各章的编写及全书的统编工作由詹汉强同志负责。

## 电 路、信 号 与 系 统

下 册

詹汉强 肖 仲 孙希纯 编  
周炯槃 谢沅清 审

\*

人 民 邮 电 出 版 社 出 版

北京东长安街27号

河 北 邮 电 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

\*

开本:  $787 \times 1092 \frac{1}{32}$  1981年12月 第 一 版

印张:16 16/32页数:264 1981年12月 河北第一次印刷

字数: 381 千字 印数: 1—16,000 册

统一书号: 15045·总 2523—无 6156

定价: 1.70 元

# 目 录

## 第二篇 信号分析

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 引言                       | 1   |
| 第一章 信号的频域分析              | 4   |
| 第一节 信号的付里叶级数表示法          | 4   |
| 第二节 周期性信号的频谱             | 18  |
| 第三节 非周期性信号的频谱            | 26  |
| 第四节 某些常用信号的付里叶变换         | 33  |
| 第五节 付里叶变换的性质             | 60  |
| 第六节 信号的功率频谱与能量频谱         | 72  |
| 第七节 信号通过线性系统的分析          | 75  |
| 第二章 信号的复频域分析             | 98  |
| 第一节 拉普拉斯变换的概念            | 98  |
| 第二节 常用函数的拉普拉斯变换          | 103 |
| 第三节 拉普拉斯反变换的求取           | 108 |
| 第四节 拉普拉斯变换的一些基本特性        | 122 |
| 第五节 线性系统的拉普拉斯变换分析法       | 137 |
| 第三章 卷积积分                 | 172 |
| 第一节 什么是卷积                | 172 |
| 第二节 卷积的运算                | 179 |
| 第三节 $\delta(t)$ 与任意信号的卷积 | 186 |
| 第四节 卷积的性质                | 189 |
| 第五节 卷积的应用                | 200 |
| 第四章 离散时间系统分析             | 218 |
| 第一节 离散时间信号与抽样定理          | 220 |

|     |                        |     |
|-----|------------------------|-----|
| 第二节 | 离散时间信号与离散时间系统的描述 ..... | 225 |
| 第三节 | 差分方程的经典解法 .....        | 242 |
| 第四节 | 用变换法求解差分方程 .....       | 265 |
| 第五节 | 网络的数字模拟 .....          | 292 |

### 第三篇 通信系统

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 引言 .....                    | 303 |
| 第五章 振幅调制系统 .....            | 306 |
| 第一节 频分复用和时分复用 .....         | 306 |
| 第二节 调幅波及其频谱 .....           | 313 |
| 第三节 抑制载波调幅系统(AM-SC) .....   | 325 |
| 第四节 具有大载波功率的振幅调制 (AM) ..... | 331 |
| 第五节 单边带通信 .....             | 333 |
| 第六节 各种振幅调制系统的比较 .....       | 340 |
| 第六章 角度调制系统 .....            | 345 |
| 第一节 什么叫角度调制 .....           | 345 |
| 第二节 调频波及其频谱 .....           | 348 |
| 第三节 调频信号的产生和解调 .....        | 365 |
| 第七章 脉冲调制系统 .....            | 377 |
| 第一节 抽样原理 .....              | 377 |
| 第二节 脉冲振幅调制(PAM)信号的传输 .....  | 385 |
| 第三节 其它型式的脉冲调制 .....         | 390 |
| 第八章 数字通信系统 .....            | 400 |
| 第一节 概述 .....                | 400 |
| 第二节 数字通信系统模型 .....          | 403 |
| 第三节 数字通信系统的主要指标 .....       | 410 |
| 第四节 基带传输系统 .....            | 412 |
| 第五节 脉冲编码调制(PCM) .....       | 424 |
| 第六节 载波传输 .....              | 430 |

|     |                  |     |
|-----|------------------|-----|
| 第七节 | 二进制信号的最佳检测 ..... | 461 |
| 第九章 | 扩谱通信系统 .....     | 487 |
| 第一节 | 什么是扩谱通信系统 .....  | 488 |
| 第二节 | 扩谱技术的优缺点 .....   | 494 |
| 第三节 | 处理增益和干扰容限 .....  | 498 |
| 第四节 | 各种扩谱通信系统 .....   | 502 |

## 第二篇 信号分析

### 引言

信号是运载信息的工具，这就是信号的任务和本质。换句话说，信号是信息的表现形式，而信息则是信号的具体内容。

众所周知，通信的根本目的是将信息可靠而有效地从一点传输到另一点。为了实现上述目的，除了需要研究通信系统的传输特性外，还必须研究信号的特征和性质。前者将在第三篇论述，后者是本篇的主题。

由于文字、语言、图像和数据等信息的复杂性，从而使欲传输的信号是多种多样的。但不管信号波形如何复杂，它们终归可以表现为一种物理量的变化，因而可以表示为一个时间的函数。

某些信号，当给定某一时间值，就可以确定一相应的函数值，这样的信号称为“确定性信号”。但是，有些信号往往具有不可预知的特性，当给定某一时间值，它不是一个确定的时间函数，通常只能知道取其某一数值的“概率”，这样的信号称为“随机性信号”。

信号表示为确定的时间函数后，如果在某一时间间隔内，除了若干不连续点外，该函数都给出确定的函数值，这样的信号就称为“连续时间信号”，例如正弦信号、阶跃信号和话音信号等。

与连续时间信号相对应的是“离散时间信号”，这类信号只

是在某些不连续的瞬间给出函数值。它可以在均匀的时间间隔上给出函数值，也可以在不均匀的时间间隔上给出函数值。实用上，一般都采用均匀间隔。

不但从时间上可以将信号区分为连续时间信号与离散时间信号。另外，还可按照信号幅度取值的特点来进行区分。若信号的幅度除了若干个间断点之外，其值是连续变化的，即波形是一光滑的曲线，则称为“幅度连续信号”。若信号的幅度只能取接近于预定的若干个有限值之一时，则称为“幅度离散信号”，也称“量化信号”。所取的各个幅度值，可以是等差的，也可以是不等差的。实际上，为了提高通信质量，在采用不等差取值时，有等比取值和对数取值等。

对于时间和幅度均为连续的信号，称为“模拟信号”，对于时间和幅度均系离散的信号，称为“数字信号”，对于幅度连续而时间离散的信号，则有时称为“抽样信号”。在实际应用中，往往将模拟信号笼统地称为连续信号，而将离散信号与数字信号两个名词进行通用。

确定性信号又可分为“周期性信号”和“非周期性信号”。所谓非周期性信号就是指在时间上不具有周而复始性质的信号。显然，周期性信号就是始终重复着某一变化规律的信号。

信号的特性首先表现为它随时间变化的规律即“时间特性”，与此同时，信号的特性也可表示为它随频率变化的规律即“频率特性”。

信号的时间特性和频率特性，对信号的处理和系统的传输提出了相应的要求。由于每个通信系统都有它自己的时间特性和频率特性，为了满意地达到信号处理和传输的预期目的，必须要求通信系统的时间特性和频率特性与所传输的信号的时间特性和频率特性相适应。这也就是我们研究信号特性的原

因。

本篇的重点是借助付里叶变换、拉普拉斯变换、卷积积分和 $Z$ 变换等数学工具，对各种信号深入地进行分析研究。

# 第一章 信号的频域分析

本章的主要内容是信号的频域分析，通过本章的学习，要求达到：

了解信号的基本类别及其特点，掌握“阶跃函数”和“冲激函数”的意义及其在时域和频域中的基本特性。

了解离散频谱和连续频谱间的区别和它们之间的关系。掌握付里叶级数分析法和付里叶变换法，并能利用它们对周期性信号和非周期性信号进行频域分析。

了解周期性信号通过线性系统的稳态分析法和非周期性信号通过线性系统的瞬态分析法以及信号通过线性系统的不失真条件。

在以上内容中，作为重点学习的是：付里叶级数分析法和付里叶变换法、信号的时域特性和频域特性间的对应关系以及信号通过线性系统的不失真条件。

## 第一节 信号的付里叶级数表示法

当一简单信号作用于一线性系统时，求解系统的响应一般是比较容易的。但当一复杂信号作用于线性系统时，系统响应的求解就不是那么方便了。为了解决这个问题，可以先将复杂信号分解为单元分量，这些分量都是同类波形的简单函数，例如，一些不同参数的正弦(或余弦)波。在求系统的响应时，先求出这些单元分量分别地加于系统时的响应，然后利用“迭加原理”以求得总响应。

下面将讨论根据什么原则来选择信号分量的单元函数和用什么样的一个函数集才能正确地表示各种复杂信号。

周期性信号的数学表示式为

$$f(t) = f(t + nT) \quad (1-1)$$

式中  $n$  是任意整数、 $T$  是重复周期(简称周期)。

一个周期性信号可以表示为三角付里叶级数或指数付里叶级数。要注意的是,这种表示方法只是用“正交函数集”来表示信号的特例,另外,还有许多其它的正交函数集也可同样用来表示一个信号。但是,在各种正交函数集中,付里叶级数是既方便而又有用的。因此,在信号分析中经常采用的是用付里叶正交函数集来表示各种复杂信号,而以正弦函数和余弦函数作为信号分量的单元函数。由于正弦函数(或信号)和余弦函数(或信号),在适当改变它们的相角时(二者的相角差为  $90^\circ$ ),是可以互相转化的。因而,为了方便起见,今后,在有些情况下,就使用“正弦”这个名词去概括地表示“正弦”或“余弦”。

### 一、正交函数集

为了便于后面的讨论,首先我们简要地说明一下“正交函数集”的概念。

当函数为突变函数时,如果两个函数  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  在区间  $(t_1, t_2)$  满足下列条件,即

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt = 0 \quad (1-2)$$

则称函数  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  在区间  $(t_1, t_2)$  为正交,而  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  就构成了一个正交函数集。

同样,当函数为复变函数时,如果两个函数  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  在区间  $(t_1, t_2)$  满足下列条件,即

$$\int_{t_1}^{t_1+T} f_1(t) f_2^*(t) dt = \int_{t_1}^{t_1+T} f_1^*(t) f_2(t) dt = 0 \quad (1-3)$$

式中，带 \* 号的函数为原函数的共轭函数。

我们称式(1-3)中的函数  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  在区间  $(t_1, t_2)$  为正交，因而  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  也就构成了一个正交函数集。

由于实变函数是复变函数虚部为零时的特殊情况。故对于实变函数，显然有  $f(t) = f^*(t)$ ，因而式(1-3)就简化为式(1-2)了。

## 二、三角付里叶级数

从高等数学中知道，余弦函数和正弦函数之间具有以下关系：

$$\left. \begin{aligned} \int_{t_1}^{t_1+T} \cos^2 n\omega_1 t dt &= \int_{t_1}^{t_1+T} \sin^2 n\omega_1 t dt = \frac{T}{2} \\ \int_{t_1}^{t_1+T} \cos m\omega_1 t \cos n\omega_1 t dt \\ &= \int_{t_1}^{t_1+T} \sin m\omega_1 t \sin n\omega_1 t dt = 0, m \neq n \\ \int_{t_1}^{t_1+T} \sin m\omega_1 t \cos n\omega_1 t dt &= 0, m, n \text{ 为任何整数} \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中  $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$ ,  $m$  和  $n$  均为整数

式(1-4)中各余弦函数和各正弦函数，在时间间隔  $(t_1, t_1 + T)$  内，均互相正交；即在此间隔内， $\cos n\omega_1 t$  和  $\sin n\omega_1 t$  合起来形成一正交函数集。式(1-4)中所表示的在三角函数系中任意两个不同函数的乘积在区间  $(t_1, t_1 + T)$  的积分为零，称为三角函数系的“正交特性”。如果将  $n$  用  $0, 1, 2, \dots$  等整数代入，并注意到  $\cos 0^\circ = 1, \sin 0^\circ = 0$ ，则此正交函数集为  $1, \cos \omega_1 t, \cos 2\omega_1 t, \dots, \cos n\omega_1 t, \dots, \sin \omega_1 t, \sin 2\omega_1 t, \dots, \sin n\omega_1 t, \dots$ 。当所取

函数有无限多个时，这就是一组完备的正交函数集。

对于任一周期为  $T$  的周期性信号  $f(t)$ ，都可求出它在上述函数组中的分量，从而将此函数在区间  $(t_1, t_1 + T)$  表示为

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos 2\omega_1 t + \cdots + a_n \cos n\omega_1 t + \cdots \\ &\quad + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin 2\omega_1 t + \cdots + b_n \sin n\omega_1 t + \cdots \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \end{aligned} \quad (1-5)$$

这就是函数  $f(t)$  在上述区间的三角付里叶级数表示式。式中的系数  $\frac{a_0}{2}$  和各  $a_n, b_n$  表示各分量间相关的程度，称为“相关系数”。

$\frac{a_0}{2}$  实际上就是函数  $f(t)$  在该区间内的平均值，亦即“直流分量”。当  $n$  为 1 时， $a_1 \cos \omega_1 t$  和  $b_1 \sin \omega_1 t$  合成一频率（为了方便起见，以后将角频率简称为频率）为  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  的正弦分量，称为“基波分量”， $\omega_1$  称为“基波频率”。当  $n$  大于 1 时， $a_n \cos n\omega_1 t$  和  $b_n \sin n\omega_1 t$  合成一频率为  $n\omega_1$  的正弦分量，称为  $n$  次“谐波分量”， $n\omega_1$  称为  $n$  次“谐波频率”。由三角函数集的正交特性，式(1-5)中的相关系数可由下列公式求得

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{\int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \cos n\omega_1 t dt}{\int_{t_1}^{t_1+T} \cos^2 n\omega_1 t dt} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \cos n\omega_1 t dt \\ b_n &= \frac{\int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \sin n\omega_1 t dt}{\int_{t_1}^{t_1+T} \sin^2 n\omega_1 t dt} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \sin n\omega_1 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

当  $\omega_1 = 0$  时,  $b_0 = 0$ ;  $a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) dt$ ; 而直流分量为

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) dt = \frac{a_0}{2} \quad (1-7)$$

式中  $\overline{f(t)}$  表示函数  $f(t)$  的平均值。将  $a_n \cos n\omega_1 t$  和  $b_n \sin n\omega_1 t$  合成一正弦分量为

$$a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t = A_n \cos (n\omega_1 t - \varphi_n)$$

此时式(1-5)成为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos (n\omega_1 t - \varphi_n) \quad (1-8)$$

系数  $a_n$ 、 $b_n$  和振幅  $A_n$ 、相位  $\varphi_n$  之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_n}{a_n} \\ \text{或} \quad a_n &= A_n \cos \varphi_n, \quad b_n = A_n \sin \varphi_n \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

由式(1-8)可以清楚地看出, 任意一个代表信号的函数可以用一直流分量和一系列谐波分量之和来表示。而式(1-6)、(1-7)和(1-9)则为直流分量和各次谐波分量的振幅和相位的具体表示式。由此看出, 系数  $a_n$  和振幅  $A_n$  都是频率  $n\omega_1$  的偶函数, 系数  $b_n$  和相位  $\varphi_n$  都是  $n\omega_1$  的奇函数。这些奇偶关系, 是很有用的概念。

需要指出的是: 要将一周期性信号分解为谐波分量, 代表这一周期信号的函数  $f(t)$  应当满足下列条件:

- (1) 在一周期内, 函数是绝对可积的, 即  $\int_{t_1}^{t_1+T} f(t) dt$  为有限值;
- (2) 在一周期内, 函数的极值数目为有限个;
- (3) 在一周期内, 函数  $f(t)$  或者为连续的, 或者具有有

限个这样的间断点，即当  $t$  从较大的时间值和较小的时间值分别趋向该间断点时，函数具有两个不同的有限极限值。这些条件称为“狄里赫利条件”简称“狄氏条件”在通信技术中的周期性信号，一般都能满足这个条件，因此以后除有需要，一般不作特别说明。

在实用中进行信号分析时，不可能取无限多次谐波项数，而只能取有限项数来近似地表示它。当然，这样就不可避免地会有误差。但是，当所取级数的项数愈多时，误差也就愈小；随着所取项数无限趋大而使该级数成为一完备正交函数集时，误差也就趋向于零。

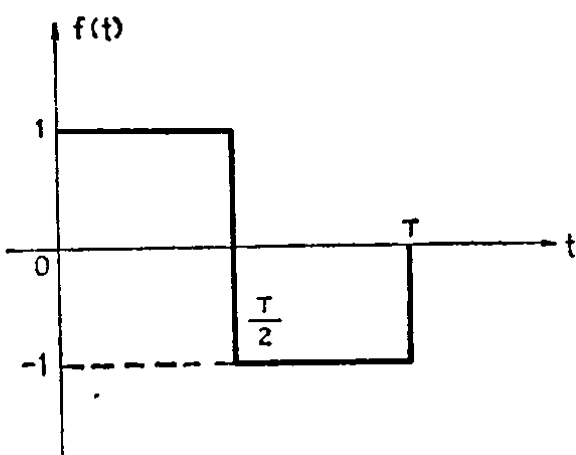


图 1-1 方波

现在用三角付里叶级数来研究如图 1-1 所示的信号，信号的正半周和负半周是形状完全相同的矩形，可用函数表示为

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 1, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ f(t) &= -1, & \frac{T}{2} < t < T \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

先把这函数展开为三角付里叶级数，为此，就要求出相关系数  $a$  和  $b$ 。用式(1-6)和(1-7)计算  $a_0$ 、 $a_n$  和  $b_n$  值，可得

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{\frac{T}{2}} dt - \int_{\frac{T}{2}}^T dt \right] = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_1 t dt = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{\frac{T}{2}} \cos n\omega_1 t dt - \int_{\frac{T}{2}}^T \cos n\omega_1 t dt \right]$$

$$\int_{\frac{T}{2}}^T \cos n\omega_1 t dt \Big] = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_1 t dt = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{\frac{T}{2}} \sin n\omega_1 t dt - \right.$$

$$\left. \int_{\frac{T}{2}}^T \sin n\omega_1 t dt \right] = \begin{cases} \frac{4}{n\pi} & (\text{当 } n \text{ 为奇数时}) \\ 0 & (\text{当 } n \text{ 为偶数时}) \end{cases}$$

因此，该非周期性方波在区间  $(0, T)$  可以表示为

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots \right) \quad (1-11)$$

级数求得以后，再进一步考察增加所取级数项数时，其近似程度如何改善。图 1-2 中的三个图是分别表示用基波，基波与三次谐波、基波与三次和五次谐波去近似地表示矩形波的情况。由图看出，随着所取项数的增多，近似程度逐步提高了，合成

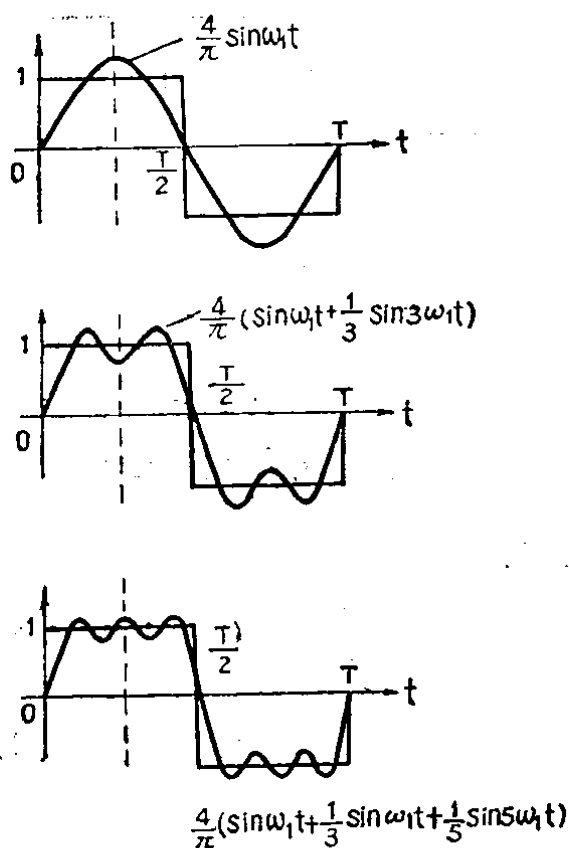


图 1-2 增加付里叶级数的项数时近似程度的改善情况

函数的边沿更趋陡峭，其顶部虽有较多起伏，但更趋于平坦，同时近似程度也愈趋改善。

### 三、指数付里叶级数

参照式(1-4)，可以证明，指数函数具有如下关系：

$$\left. \begin{aligned} \int_{t_1}^{t_1+T} (e^{jn\omega_1 t})(e^{jn\omega_1 t})^* dt &= T \\ \int_{t_1}^{t_1+T} (e^{jn\omega_1 t})(e^{jm\omega_1 t})^* dt &= 0, m \neq n \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

式中带 \* 号的是原数的共轭函数。式(1-12)说明上述指数函数也符合正交函数特性(参看附录 I)，因此，在函数  $e^{jn\omega_1 t}$  中用各正负整数代入所构成的函数集时，其在时间间隔  $(t_1, t_1+T)$  内亦成正交。当  $n$  取  $-\infty$  至  $+\infty$  间包括在内的所有整数时，则函数集  $e^{jn\omega_1 t}$  (其中  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 为一完备的正交函数集。任意函数  $f(t)$ ，可在区间  $(t_1, t_1+T)$  用此函数集来表示，即

$$\begin{aligned} f(t) &= c_0 + c_1 e^{j\omega_1 t} + c_2 e^{j2\omega_1 t} + \dots + c_n e^{jn\omega_1 t} + \dots \\ &\quad + c_{-1} e^{-j\omega_1 t} + c_{-2} e^{-j2\omega_1 t} + \dots + c_{-n} e^{-jn\omega_1 t} + \dots \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_1 t} \end{aligned} \quad (1-13)$$

由于指数函数集的正交特性，式(1-13)中的相关系数  $c_n$  可由下式(参看附录 I)求得

$$c_n = \frac{\int_{t_1}^{t_1+T} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt}{\int_{t_1}^{t_1+T} e^{jn\omega_1 t} e^{-jn\omega_1 t} dt} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \quad (1-14)$$

指数付里叶级数也可从三角付里叶级数直接导出。因为  $\cos$

$\theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta})$ , 将这个关系应用于式(1-8), 并且考虑到  $A_n$  是  $n$  或频率的偶函数, 而  $\varphi_n$  是  $n$  或频率的奇函数, 即  $A_{-n} = A_n, \varphi_{-n} = -\varphi_n$ , 又  $a_0 = A_0$ , 式(1-8)可化为

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{A_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [A_n e^{j(n\omega_1 t - \varphi_n)} + A_n e^{-j(n\omega_1 t - \varphi_n)}] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{j(n\omega_1 t - \varphi_n)} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n e^{jn\omega_1 t} \end{aligned} \quad (1-15)$$

式中  $\dot{A} = A_n e^{-j\varphi_n}$ 。此式就是式 (1-13), 只是两式的系数间具有  $c_n = \frac{1}{2} \dot{A}$  的关系而已。因此, 由式(1-14)可得

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \quad (1-16)$$

由此可见, 虽然三角付里叶级数和指数付里叶级数在形式上有所不同, 但实际上它们是属于同一性质的级数, 即都是将一信号表示为直流分量和谐波分量之和。式中  $\dot{A}_n$  是第  $n$  次谐波分量的复数振幅。在实用中, 常常是用指数级数更为方便, 因为, 只要由式(1-16)求得复数振幅  $\dot{A}_n$ , 信号分解的任务就基本完成了。

在指数级数中, 虽然因引用  $-n$  而出现了一  $n\omega_1$ , 但这并不表示存在着负频率, 而只是将第  $n$  次谐波的正弦分量分写成两个指数项后出现的一种数学形式。这里要注意的是, 在指数级数中,  $n$  为同值正整数和负整数的项都属于正交函数集。例如,  $e^{jn\omega_1 t}$  和  $e^{-jn\omega_1 t}$  两个函数符合式(1-3)的正交条件。但是, 在

三角级数中，例如， $\cos \omega_1 t$  和  $\cos (-\omega_1 t)$  或  $\sin \omega_1 t$  与  $\sin (-\omega_1 t)$  则不符合式(1-2)的正交条件，也就是说，函数  $\cos n\omega_1 t$  或  $\sin n\omega_1 t$  中，当  $n$  为同值正整数和负整数时所构成的一对函数并不互相正交。因此， $\sin (-\omega_1 t)$ 、 $\sin (-2\omega_1 t)$ 、 $\cdots$  等函数不包含在所讨论的三角级数集中。

上面对于付里叶级数的讨论，随时都指明了代表信号的函数，是在区间  $(t_1, t_1 + T)$  内可以表示为正交函数集中各分量之和为函数。至于区间之外，则未加说明。事实上，三角级数和指数级数中，所有各项都是按  $T$  作为周期而重复的函数。所以，用付里叶级数表示的函数，在区间  $(t_1, t_1 + T)$  之外都是此区间之内的重复，它是一周期性函数。反过来说，一个代表周期性信号的函数，只要在以任何时间  $t_1$  为起始点的一个周期内将它表示为付里叶级数，则此级数也就在从  $-\infty$  到  $+\infty$  的整个区间内表示了这一周期性信号。但是，对于有的函数，如果在区间  $(0, T)$  之外并未定义时，则所得级数只能表示在该区间的函数。只有当其构成一周期性信号时，所得级数才能在整个区间  $(-\infty, \infty)$  内表示这个周期性信号。由此可见，用一正交函数集来表示一个信号时，应当注意这个信号是否为周期性的以及这个表示式所适用的范围。

#### 四、函数的偶、奇性质及其与谐波含量的关系

当表示信号的时间函数满足式

$$f(t) = f(-t) \quad (1-17)$$

的关系时，则称为时间  $t$  的“偶函数”；而当其满足式

$$f(t) = -f(-t) \quad (1-18)$$

时，则称为时间  $t$  的“奇函数”。如图 1-3(a) 所示的周期性三角形脉冲就是偶函数，而图 1-3(b) 所示的周期性锯齿形脉冲