概率论

内容简介

概率论是现代通信理论与工程的重要数学基础。本书从古典概率开始到讲完随机过程为止，概括了概率理论的基本内容；还讲到了有关数理统计的方法和近代通信理论与工程中出现的随机模拟、时间序列分析、谱密度估计等方面的问题。讲法是启发式的，力求深入浅出，突出概念，便于自学，使读者能掌握通信理论和工程中所需用的概率论知识。其中大量的应用实例都是从电信理论研究及工程实际中选取出来的，通过这些实例能够起到提高通信工作者理论水平和解决实际问题能力的作用，对通信工程技术人员、各通信院校师生均有参考价值。

通信工程丛书
现代通信工程数学(1)
概　率　论
谢衷洁　编著
责任编辑：董乐前
*
人民邮电出版社出版
北京东长安街27号
轻工业出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售
*
开本：850×1168 1/32　　1985年6月第一版
印张：14　页数：224　　1985年6月北京第一次印刷
字数：364千字　　印数：1—7,000册
统一书号：15045·总2990-无6317
定价：3.70元

丛书前言

为了帮助我国通信工程技术人员有系统地掌握通信学科有关专业的基础理论知识，提高解决专业科技问题、做好实际工作的能力，了解通信技术的新知识和发展趋势，以便为加快我国通信建设、实现通信现代化作出应有的贡献，我会与人民邮电出版社协作，组织编写这套"通信工程丛书"，准备陆续出版。

这套丛书的主要读者对象是从事通信工作不久的大专院校通信学科各专业毕业生、各通信部门的助理工程师、工程师和其他通信工程技术人员。希望能够有助于他们较快地实际达到通信各专业工程师所应有的理论水平和技术水平。

这套丛书的特点是力求具有理论性、实用性、系统性和方向性。丛书内容从我国实际出发，密切结合当前通信科技工作和未来发展的需要，阐述通信各专业工程师应当掌握的专业知识，包括有关的系统、体制、技术标准、规格、指标、要求，以及技术更新等方面。力求做到资料比较丰富完备，深浅适宜，条理清楚，对专业技术发展有一定的预见性。这套丛书不同于高深专著或一般教材，不仅介绍有关的物理概念和基本原理，而且着重于引导读者把这些概念和原理应用于实际；论证简明扼要，避免繁琐的数学推导。

对于支持编辑出版这套丛书的各个通信部门和专家们，我们表示衷心感谢。殷切希望广大读者和各有关方面提出宝贵的意见和建议，使这套丛书日臻完善。

中国通信学会

前　言

概率论是研究随机现象统计规律性的数学学科，它有自己一套严密而独特的理论和方法。概率论中出现的概念和使用的技巧对许多初学者来说可能是陌生的，这些特点给工程技术人员自修概率论带来了一定的困难。

本书力求以启发的方式，由浅入深地侧重讲述概率论的基本概念、基本方法和若干较近代的内容(如时间序列、随机模拟等)，并通过大量选自通信工程的理论研究课题和应用实例，来帮助读者掌握现代通信工程中出现的概率统计方法，提高运用概率论知识解决通信工程数学问题的能力。

鉴于本书主要是结合通信工程的特殊需要而写的，因此，在材料的选取上，主要篇幅用于讨论概率论的基础理论和平稳随机过程，数理统计部分只作简略介绍；在内容处理上，尽可能做到论证严格而又不过多拘泥于繁琐的数学推导，以照顾一般工程技术人员自学概率论的实际需要。为了顺利地阅读本书，要求读者具有微积分和线性代数的基础知识，个别段落需要有一点复变函数的知识。

恳切希望读者对书中的错误和不当之处提出批评指正。

谢衷洁

于北大燕东园

本书符号索引

$P\{A\}$或$P(A)$	事件A的概率，见定义1.2
$A\in\mathscr{F}$	A属于随机事件体$\mathscr{F}$，见第一章§2。
$A\cup B$或$A+B$	A,B之并，见式(1.4)
$A\cap B$或AB	A,B之交，见式(1.5)
$A\setminus B$	A,B之差，见式(1.6)
$\bar{A}$	A的逆事件，见式(1.7)
$\bigcup_{k=1}^{\infty}A_k$	可列个事件$\{A_k\}$之并，见式(1.19)
$\bigcap_{k=1}^{\infty}A_k$	可列个事件$\{A_k\}$之交，见式(1.20)
$(\Omega,\mathscr{F},P)$	概率空间，见式(1.23)～(1.28)
$P\{B\mid A\}$	A条件下B发生的概率(条件概率)，见式(1.50)。
$P_{ij}(n)$	在i状态下经n步转移后得j状态的概率，见式(1.76)。
$\operatorname{ld} x$	以2为底的对数，见式(1.89)
$H(\mathscr{E})$	随机实验$\mathscr{E}$的熵，见式(1.93)
$\cup(a,b)$	在(a,b)上均匀分布，见式(3.12)
$N(a,\sigma)$	正态分布，见式(3.14)
$\Gamma(b,p)$	Γ分布，见式(3.15)
χ_n^2	具有n个自由度的卡方变量，见式(3.17)
$F_\xi(x)$	随机变量ξ的分布函数，见式(3.19)
$F_\xi(x+0)$	$F_\xi(x)$在x点的右极限，见式(3.26)
$P\{\xi\in\Delta\}$	ξ出现在Δ的概率，见式(3.41)
$\int_A p(x)dx$	密度$p(x)$在A区域上的积分，见式(3.41)
$\mathscr{B}_1$	一维实数轴上常见集合的全体，见式(3.43)的说明
$\int_A f(x)dF_\xi(x)$	见式(3.45)～(3.47)
$\Phi(x)$	$N(0,1)$的分布函数，见式(3.48)
$\operatorname{erf}(x)$；$\operatorname{erfc}(x)$	误差函数，见式(3.53)，(3.54)

$F_{(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$	随机向量$(\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_n)$的$n$维分布函数，见式(4.1)，(4.45)
$P\{(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)\in D_n\}$	随机向量$(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)$出现在$D_n$区域上的概率
$\mathscr{B}_n$	n维欧氏空间中常见集合的全体，见式(4.16)的说明
$E[\xi]$	ξ的数学期望，见式(5.5)，(5.6)
$D[\xi]$	ξ的方差，见式(5.23)
$\inf\limits_{\xi\in\mathscr{A}} E[\eta-\xi]^2$	对$\mathscr{A}$中的一切ξ，取$E[\eta-\xi]^2$的下确界(极小值)，见式(5.75)
(σ_{ij})	以协方差σ_{ij}为元素的协方差矩阵，见式(5.52)
(σ^{ij})	(σ_{ij})的逆矩阵，见式(4.59)
$\det B$或$\lvert B\rvert$	B的行列式，见式(4.64)，(9.66)
$\varphi_\xi(t)$	ξ的特征函数，见式(4.99)
$\rho_{\xi\eta}$	ξ和η的相关系数，见式(5.57)
$L(\theta_1,\cdots,\theta_s)$	关于参数$\theta_1,\cdots,\theta_s$的似然函数，见式(7.22)
H_0,H_1	零假设和对立假设，见第七章，§ 4
$F_n^*(x)$	n个样本的经验分布函数，见式(7.82)
$\lambda(y)$	广义似然比，见式(7.116 a)，(7.116 b)
$P\{\xi_t\in A\mid\xi_s=x\}$	条件概率，见式(8.6)
$R_\xi(\tau),f_\xi(\lambda)$	ξ_t的协方差函数和功率谱密度。见式(8.16)，(8.17)
ARMA(p,q)	以p,q为阶的自迴归滑动平均序列，见式(9.1)
AR(p),MA(q)	p阶自迴归和q阶滑动平均序列，见式(9.4)，(9.5)
$\Theta(\cup)$，$\Phi(\cup)$	见式(9.28)
$\Gamma(z)$	见式(9.31)
Γ_p	p阶协方差阵，见式(9.69)
AIC(m)	赤池信息准则函数，见式(9.82)
$I_n(\lambda)$	周期图，式(9.107)，(9.109)
$A=\int_{-\infty}^{\infty}K^2(x)dx$	核函数的能量，见式(9.151)
$\{\cup_n\}$，$\{\hat{\cup}_n\}$	均匀分布随机数，见式(10.1)

目　　录

第一章　随机实验与概率

内　容
简　介

本章主要介绍随机现象的统计规律性以及对它们的数学描述。首先由简单的随机实验，引出研究概率论最重要的两个概念——随机事件及其概率。概率就是对随机事件发生的可能性大小的度量。为了能够从简单事件的概率出发，计算复杂事件的概率，本章引进了随机事件的运算关系和公式。在此基础上逐步介绍条件概率和三个重要的古典概率公式——乘法公式，全概公式和贝叶斯公式。

本章的核心内容是古典概型的概率计算和三个古典概率公式的运用。通过这些计算，使读者初步体会到数学上是如何定量地描述和研究随机现象及其统计规律的。

概率空间及概率的公理化定义是对随机实验的一种严格的数学描述，初学者看这一段(见§2)如不懂，可先跳过，学了以后各章，回过头来再看就容易掌握。

§1　随机现象及其统计规律性

随机现象是
普遍存在的

在我们的日常生活、科学实验和生产实践中，经常会遇到各种各样的随机现象。所谓随机现象就是人们通常说的偶然现象，即事先人们无法预料其出现与否的现象，例如：

1．投掷一枚匀称的五分硬币出现国徽。

2．买一只某厂生产的电视显象管，其寿命超过3000小时。

3．在某一时间间隔内，某部电话机接到的呼唤次数不超过5次。

4．某通信系统在十年内不发生一次故障。

5．购买某厂未经检验的同一型号的晶体管100只，没有发现废品。

6．某计算机能连续工作72小时不发生任何故障。

类似的例子还可以举出很多，可见随机现象是普遍存在的。

随机现象的统计规律性

人们虽然事先无法预料随机现象的结果，但仍然能够谈它们的规律性。历史上大量的科学实践以及近代的概率论都揭示出随机现象具有十分明显和稳定的规律性，只是这种规律性不同于人们通常所理解的诸如物理学的经典定律。它不是指个别随机现象会出现什么结果，而是指在大量同类随机现象中所出现的一种集体性质的必然规律，我们称之为统计规律。

例如，投掷一枚匀称的硬币，出现国徽是一个随机现象，人们无法事先预料某一次投掷它是否会出现。但是当人们多次地重复投掷同一硬币时，就会发现一种明显的规律性，即出现国徽的次数约占投掷总次数的一半。历史上许多有名的学者曾用实验证实了这一规律，表1.1就是一部分人的实验记录。

表 1.1

实验者	投掷次数	出现国徽次数	百分比
德·莫岗	2048	1061	0.5181
德·莫岗	2048	1048	0.5117
德·莫岗	2048	1017	0.4966
德·莫岗	2048	1039	0.5073
蒲　丰	4040	2048	0.5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005
维　尼	30000	14994	0.4998

由上述实验记录可看出，随着投掷次数的增多，这一比值愈来愈接近于50％。

再举一个例子。曾有人统计过某个国家每年因没有写清地址或其它原因而无法投递的信件数。这从常识上看，似乎没有什么规律性，但是经过统计之后惊人地发现，一年中这类信件数在全体信件中所占的比例数许多年几乎保持不变。如表 1.2 所示*。

表 1.2

年份	信件总数 n（以百万为单位）	无法投递的信件数 μ	$\frac{\mu}{n}$（百万分数）
1906	983	54861	56
1907	1076	53500	50
1908	1211	59627	49
1909	1357	62088	46
1910	1507	76614	51

这类例子不胜枚举，上述两例已令人信服地说明了大量的同类随机现象往往呈现十分明显和稳定的规律性，也就是统计规律性。

可能性大小的客观性

虽然随机现象发生与否无法事先预料，但其发生的可能性的大小却是可以用数量关系精确描述的，我们将在以后各章中逐步解决这一问题。在这里我们首先指出：随机现象发生的可能性的大小在大量的观察和实验中都表明它是客观存在的，不依人们的主观意志为转移的。例如：我们来讨论三个随机现象：

（A）邮局信袋中任指一封信它被收信人安全收到。

（B）投掷一匀称硬币出现国徽。

（C）邮局信袋中任指一封信，恰好它没有写清地址无法投递。

如果分别以$\gamma_A,\gamma_B,\gamma_C$表示上述$(A)$，$(B)$，$(C)$现象发生的可能性的大小，则按照常识大多数读者都肯定会给它们排出如下的次序：

$$\gamma_C<\gamma_B<\gamma_A \tag{1.1}$$

* 选自[1]