建国四十年高考试题大全

（理工本）

旭源　史琼　单雄

张雁　苏辰　汇编

花山文艺出版社

(理工本)

建国四十年高考试题大全

旭源　史琼　单雄
张雁　苏辰　汇编

花山文艺出版社
一九九二年·石家庄

（冀）新登字003号

建国四十年高考试题大全
（理工本）
旭源 史琼 单雄
张雁 苏辰 汇编

花山文艺出版社出版发行 （石家庄市北马路45号）
张家口地区印刷厂印刷 新华书店首都发行所经销

850×1168毫米 1/32 31.25印张 673千字 1990年8月第1版
1992年4月第2次印刷 印数：14,500—19,900 定价：13.00元

ISBN 7-80505-342-1/G·9

出版说明

这是一部资料性很强的书，同时具有较高的现实使用价值。分文史本、理工本两册，既有试题又有题解，可供理论工作者研究参考，可供教师教学参考，也可供学生学习参考。

由于年代久远，门类繁多，加之档案工作上的局限，把四十年间的高考题收集齐全，编辑成书，实在是一项不小的工程。由于种种客观原因，特作如下说明：

一，文化革命十年中，我国暂时终止了高考制度，后又实行推荐保送制度，各门功课自然也就没有了高考试题。

二，自六十年代以来，俄语考生甚少，故外语部份没有俄语试题。

三，文化革命前的政治试题以及其它门类的个别年份的试题，虽经百般努力，终未收集完备，与其残缺不全，不如略去为宜。

四，由于编选者知识水平所限，加之客观条件的不备和时间上的仓促，本书疏漏和错误之处难免，敬请教育界、出版界同仁和广大读者批评指教，以便逐步完善，修改再版。

编者 1990 年 5 月 5 日

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

数　　学

1950 年数学试题及题解

甲组　第一部分

(A) 将下列各题正确的答案填入括号内：

1. $x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0$ 的一根为 2，其它两根应为(　　).

(a) 两个 0，(b) 一个 0，一个实根，(c) 两个实根，

(d) 一个实根，一个虚根，(e) 两个虚根.

【解】 因为原方程可变为

$$x^2(x-2) - 2(x-2) = 0,$$

$$(x-2)(x^2-2) = 0,$$

所以除 2 外它的其它两根应为两个实根.

2. 已知

$\lg\sin 26°20' = \bar{1}.6470$，　$\lg\sin 26°30' = \bar{1}.6495$，

若 $\lg\sin x = \bar{1}.6486$，则 x 的近似值为(　　).

(a) $26°23'$，(b) $26°24'$，(c) $26°25'$，(d) $26°26'$，

(e) $26°27'$.

【解】 因为

$6495 - 6470 = 25, 6486 - 6470 = 16, 30' - 20' = 10'$，

所以有

$$\frac{25}{16} = \frac{10'}{y}, y = \frac{10' \times 16}{25} \approx 6',$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$x \approx 26°20' + 6' = 26°26',$$

所以 x 的近似值为 $26°26'$.

3. 若(ρ,θ) 为一点之极坐标,则 $\rho = 20\cos\theta$ 的形图为(　　).

(a) 圆,(b) 椭圆,(c) 双曲线,(d) 抛物线,

(e) 二平行直线.

【解】 将 $\rho = 20\cos\theta$ 的两边同乘以 ρ 得

$$\rho^2 = 20\rho\cos\theta,$$

以

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \text{及} \ \rho\cos\theta = x$$

代入上式得

$$x^2 + y^2 - 20x = 0,$$

所以 $\rho = 20\cos\theta$ 的图形为圆.

4. $x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0$ 之图形为(　　).

(a) 圆,(b) 椭圆,(c) 双曲线,(d) 抛物线,

(e) 二平行直线.

【解】 原方程即

$$(x + y)^2 + (x + y) - 2 = 0,$$

$$(x + y - 1)(x + y + 2) = 0,$$

所以原方程表示两条平行直线

$$x + y - 1 = 0 \text{ 及 } x + y + 2 = 0.$$

5. 展开二项式$(a + b)^{17}$,其第十五项为(　　).

(a) $238a^{15}b^2$,(b) $680a^3b^{14}$,(c) $736a^{14}b^3$,

(d) $(a + b)^{15}$,(e) a^8b^7.

【解】 $(a + b)^{17}$ 的第十五项为

$$T_{14+1} = C_{17}^{14}a^{17-14}b^{14} = C_{17}^{3}a^3b^{14} = 680a^3b^{14}.$$

(B) 将正确答案填在虚线上:

1. 二直线

$$x + y + 4 = 0 \text{ 及 } 5x - 2y = 10$$

相交之锐角之正切为______.

【解】 因为直线 $x+y+4=0$ 的斜率为 $k_1=-1$，而直线 $5x-2y-10=0$ 的斜率为 $k_2=\frac{5}{2}$，所以它们相交的锐角 θ 的正切为

$$\mathrm{tg}\theta=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|=\left|\frac{\frac{5}{2}-(-1)}{1+\left(\frac{5}{2}\right)(-1)}\right|=\left|-\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}.$$

2. 设 x、y 都是实数，$i=\sqrt{-1}$，且

$$(x+yi)-(8+4i)=(x+yi)\times(1+i), \qquad (1)$$

则 $x=$ ____，$y=$ ____.

【解】 (1) 式即

$$(x-8)+(y-4)i=(x-y)+(x+y)i,$$

由复数相等的定义有

$$\begin{cases} x-8=x-y, \\ y-4=x+y, \end{cases}$$

解得

$$x=-4,\ y=8.$$

3. $\begin{vmatrix} a & d & a+5d \\ b & e & b+5e \\ c & f & c+5f \end{vmatrix}=$ ______.

【解】 $\begin{vmatrix} a & d & a+5d \\ b & e & b+5e \\ c & f & c+5f \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & d & a \\ b & e & b \\ c & f & c \end{vmatrix}+5\begin{vmatrix} a & d & d \\ b & e & e \\ c & f & f \end{vmatrix}=0.$

4. 已知 x 在第四象限内，而 $\sin^2x=\frac{1}{9}$，则 $\mathrm{tg}x$ 之值至第二位小数为____.

【解】 由 $\sin^2x=\frac{1}{9}$ 得 $\sin x=\pm\frac{1}{3}$，因为 x 在第四象限，所以应取 $\sin x=-\frac{1}{3}$，从而有

$$\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{2},$$

所以

$$\mathrm{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \approx -0.35.$$

5. 参数方程

$$\begin{cases} x = 1 + 2t & (1) \\ y = t(t+1) & (2) \end{cases}$$

之直角坐标方程为______.

【解】 由方程(1)得 $t = \frac{x-1}{2}$,代入(2)得

$$y = \frac{x-1}{2}\left(\frac{x-1}{2}+1\right) = \frac{x^2-1}{4},$$

故直角坐标方程为

$$x^2 - 4y - 1 = 0.$$

甲组　第二部分

1. 证明

$$\frac{1+\sin x}{1-\sin x} = (\mathrm{tg}x + \sec x)^2.$$

【证】 因为

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{1}{\cos x}\right)^2 = \left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right)^2 \\ &= \frac{(1+\sin x)^2}{1-\sin^2 x} \\ &= \frac{(1+\sin x)^2}{(1+\sin x)(1-\sin x)} = \text{左边}. \end{aligned}$$

所以原式成立.

2. 设 t 及 s 为实数,已知方程

$$x^3 - 5x^2 + tx + s = 0$$

之一根为 $2 - 3i$,求 t 及 s 之值.

【解 1】 实系数方程有一根为 $2 - 3i$,必有另一根为 $2 + 3i$,又由韦达定理知三根之和为 5:

$$(2 - 3i) + (2 + 3i) + x = 5,$$

所以第三根为

$$x = 5 - 4 = 1.$$

再利用韦达定理即得

$$\begin{aligned} t &= (2 - 3i)(2 + 3i) + (2 - 3i) \cdot 1 + (2 + 3i) \cdot 1 \\ &= 4 - 9i^2 + 4 = 17, \end{aligned}$$

$$s = -(2 - 3i) \cdot (2 + 3i) \cdot 1 = -(4 + 9) = -13.$$

【解 2】 将已知根 $x = 2 - 3i$ 代入原方程得

$$(2 - 3i)^3 - 5(2 - 3i)^2 + t(2 - 3i) + s = 0,$$

展开并化简得

$$(2t + s - 21) + (51 - 3t)i = 0,$$

由复数相等定义得

$$\begin{cases} 2t + s - 21 = 0, \\ 51 - 3t = 0, \end{cases}$$

由此解得

$$t = 17, \ s = -13.$$

3. 用数学归纳法证明公式

$$\begin{aligned} &1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n + 1) \\ &= \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2). \qquad (1) \end{aligned}$$

【证】 (i) $n = 1$ 时

$$\text{左边} = 1 \cdot 2 = 2,$$

$$\text{右边} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 2) = 2,$$

故 $n = 1$ 时公式(1)为真;

(ii) 若 $n=k$ 时公式(1) 为真,即有

$$1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\cdots+k(k+1)$$
$$=\frac{1}{3}k(k+1)(k+2), \qquad (2)$$

则 $n=k+1$ 时有

$$[1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\cdots+k(k+1)]+(k+1)(k+2)$$
$$\overset{(2)}{=}\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$$
$$=[(k+1)(k+2)]\left(\frac{1}{3}k+1\right)$$
$$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3),$$

所以 $n=k+1$ 时公式(1) 亦为真;

总结(i) 及(ii) 即知公式(1) 对一切正整数 n 恒成立.

4. 设 $P_1(x_1,y_1)$ 及 $P_2(x_2,y_2)$ 为二定点,过 P_1 作直线交 Y 轴于 B(见图 1),过 P_2 作直线与过 P_1 之直线垂直,并交 X 轴于 A,求 AB 中点之轨迹.

【解】 设 AB 的中点为 $Q(x,y)$,则

$$A(2x,0),\ B(0,2y).$$

又因 $AP_2\perp BP_1$,所以 AP_2 与 BP_1 的斜率的乘积为 -1:

$$\frac{y_1-2y}{x_1-0}\cdot\frac{y_2-0}{x_2-2x}=-1,$$

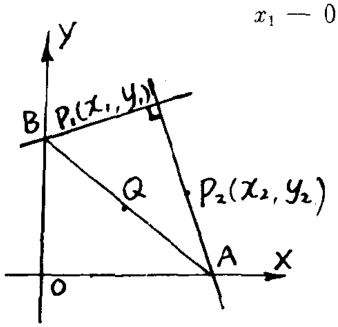

图 1

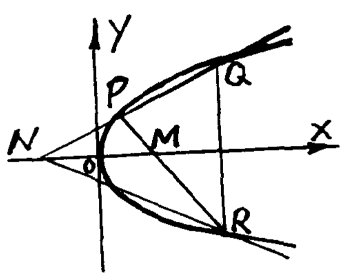

图 2

整理即得所求的直线方程

$$y-\frac{y_1}{2}=\frac{-x_1}{y_2}\left(x-\frac{x_2}{2}\right),$$

即 AB 的中点 Q 的轨迹是过点$\left(\frac{x_2}{2},\frac{y_1}{2}\right)$、斜率为$\frac{-x_1}{y_2}$的直线.

5. P 为抛物线(图 2)

$$y^2=4x \qquad (1)$$

上的一点,QR 为抛物线上一弦,并与其轴垂直,设 P、Q 交抛物线之轴于 N,PR 交抛物线之轴于 M,证明线段 MN 被抛物线之顶点平分.

【证】 此抛物线以 X 轴为轴,Q、R 对称于 X 轴. 因此,若设 Q 点的坐标为(x_1,y_1),P 点的坐标为(x_2,y_2),则 R 点的坐标为$(x_1,-y_1)$. 又因 P 及 Q 都在抛物线(1)上,故它们的坐标适合(1),因而有

$$x_1=\frac{y_1^2}{4},\ x_2=\frac{y_2^2}{4}$$

所以 P,Q,R 的坐标分别为

$$P\left(\frac{y_2^2}{4},y_2\right),\ Q\left(\frac{y_1^2}{4},y_1\right),\ R\left(\frac{y_1^2}{4},-y_1\right),$$

过 PQ 的直线方程为

$$\frac{y-y_2}{x-\frac{y_2^2}{4}}=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2}{4}-\frac{y_2^2}{4}},$$

因为 $y_1\neq y_2$(否则 P、Q 重合,此题无解),所以此方程可化为:

$$\frac{y-y_2}{4x-y_2^2}=\frac{1}{y_1+y_2},$$

N 点在此直线上,且 $y_N=0$,所以

$$x_N=-\frac{y_1y_2}{4};$$

同理,过 PR 的直线方程为

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com