●研究生用书●

ADVANCED ENGINEERING MATHEMATICS

华中理工大学出版社

于寅

高等工程数学

第二版

(鄂)新登字第10号

图书在版编目(CIP)数据

高等工程数学/于寅编—2版(修订本)

武汉:华中理工大学出版社, 1995年6月

ISBN 7-5609-0977-9

Ⅰ. 高…

Ⅱ. 于…

Ⅲ. 工程数学—高等学校—教材

Ⅳ. TB11

高等工程数学

于　　寅

责任编辑:龙纯曼

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山　邮编:430074)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

*

开本:850×1168　1/32 印张:19.25　插页:2　字数:480000

1995年6月第2版　1995年6月第3次印刷

印数:5001-8000

ISBN　7-5609-0977-9/O·124

定价:14.50元

内 容 提 要

本书为研究生课程“高等工程数学”的教材，内容包含矩阵论、数值计算方法和数理统计三部分。其主要内容有：线性空间与线性变换，Jordan 标准形，矩阵分析，矩阵分解(矩阵论部分)；误差分析，线性方程组的数值解法，矩阵特征值和特征向量的计算，计算函数的零点与极值点的迭代法，插值与最佳平方逼近，数值积分与数值微分，常微分方程数值解法(数值计算方法部分)；抽样和抽样分布，参数估计，假设检验，线性统计分析(数理统计部分)。

本书可作工学(含工程类型)硕士研究生的教材或参考书，也可供有关教师和工程技术人员参考。

Abstract

This book is primarily written for the graduate course "Advanced engineering mathematics" in Huazhong University of Science and Technology. It consists of three parts: Matrix theory, Numerical methods and Mathematical statistics. The main topics are Linear space and linear transformation, Jordan canonical form, Matrix analysis, Matrix decomposition (Part of Matrix theory); Error analysis, Numerical methods for solving systems of linear algebraic equations, Computation of eigenvalues and eigenvectors of Matrix, Iterative methods for evaluting zeros and extremum points of function, Interpolation and approximation, Numerical integration and numerical differentiation, Numerical solutions of ordinary differential equations (Part of Numerical methods); Random sampling and sampling distribution, Parameter estimation, Significance tests, Linear statistical analysis (Part of Mathematical statisties).

The book can serve as textbook or reference for graduate students in Master degree. It can also be consulated by relevent teachers and engineers.

“研究生用书”总序

研究生教材建设是提高研究生教学质量的重要环节，是具有战略性的基本建设。各门课程必须有高质量的教材，才能使学生通过学习掌握各门学科的坚实的基础理论和系统的专门知识，为从事科学研究工作或独立担负专门技术工作打下良好的基础。

我校各专业自1978年招收研究生以来，组织了一批学术水平较高，教学经验丰富的教师，先后编写了公共课、学位课所需的多种教材和教学用书。有的教材和教学用书已正式出版发行，更多则采用讲义的形式逐年印发。这些讲义经过任课教师多年教学实践，不断修改、补充、完善，已达到出书的要求。因此，我校决定出版“研究生用书”，以满足本校各专业研究生教学需要，并与校外单位交流，征求有关专家学者和读者的意见，以促进我校研究生教材建设工作，提高教学质量。

“研究生用书”以公共课和若干门学位课教材为主，还有教学参考书和学术专著，涉及的面较广，数量较多，准备在今后数年内分批出版。编写“研究生用书”总的要求是从研究生的教学需要出发，根据各门课程在教学过程中的地位和作用，在内容上求新、求深、求精，每本教材均应包括本门课程的基本内容，使学生能掌握必需的基础理论和专门知识；学位课教材还应接触该学科的发展前沿，反映国内外的最新研究成果，以适应目前科学技术知识更新很快的形势；学术专著则应充分反映作者的科

研硕果和学术水平，阐述自己的学术见解。在结构和阐述方法上，应条理清楚，论证严谨，文字简炼，符合人们的认识规律。总之，要力求使"研究生用书"具有科学性、系统性和先进性。

我们的主观愿望虽然希望"研究生用书"的质量尽可能高一些，但由于研究生的培养工作为时尚短，水平和经验都不够，其中缺点、错误在所难免，尚望校内外专家学者及读者不吝指教，我们将非常感谢。

华中理工大学研究生院院长

黄树槐

1989.11.

前　言

近几年来，我们以工程类型硕士研究生为主要对象开设了一门综合性数学课程——高等工程数学。其内容包括矩阵论、数值计算方法和数理统计等课程的基本内容，并考虑到最优化方法在工程技术中日益广泛的应用，所以也含有无约束优化问题的基本方法。目标是以掌握解决工程问题的数学方法为主导，使工科研究生既掌握一定的数学基础理论，又具有较宽广的数学知识面，能为今后学习后续课程和进一步提高数学素质、开展工程科学研究打下必要的基础。高等工程数学课程开设之后，受到同学们的欢迎，他们对这门课程的建设提出了一些意见和建议。华中理工大学研究生院对这门课程非常重视，关心和支持编写有关的讲义和教材。编者是受他们的鼓励才着手编写本书的。

本书根据国家教育委员会下达的矩阵论、数值分析和应用统计三门工学硕士研究生数学课程的教学基本要求，参考国内外有关的教材，在高等工程数学课程讲义的基础上，经过整理、修改和充实后写成的。全书由矩阵论、数值计算方法和数理统计三部分组成。在编写时，力求精选内容，突出基本概念、基本方法和基本理论，从几何和物理意义上阐明有关的概念和理论，并通过一些例子说明有关的方法，以使读者理解和掌握。对于必要的理论推导和分析，力图精析和简洁，强调证明的思路和问题的实

质，尽量避免繁琐冗长的推导和演绎，突出理论的内涵和应用，体现“重概念、重方法、重应用、重能力培养”的精神。文字叙述和表达力求条理清楚、深入浅出，便于自学。每章（或节）都配备适量的习题，有些是基本的，也有少量的是有关内容的拓宽和深入。

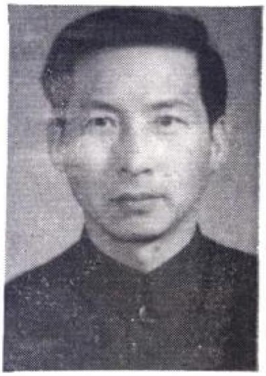
本书内容的选取也考虑了单独开设矩阵论、数值计算方法、数理统计课程的教学要求，以及各层次读者的需要。如果使用本书作为以工程类型研究生为主要对象的综合性数学课程的教材，则有些章节可以根据具体情况仅作简介或略去不讲，如矩阵论§1.3和§2.3的部分内容以及§4.4节；数值计算方法§1.2和§4.3的部分内容以及§5.5和§7.5节；数理统计§3.3、§3.4、§3.5、§4.3和§4.5的部分内容，这样讲授全书约需108学时左右。阅读本书所需的基础知识是高等数学、线性代数和概率论，因此具备高等工业学校本科（或相当于本科）学历的读者完全能够比较顺利地阅读本书。

余鄂西、林升旭、施超群和汪昌瑞等老师分别对原稿的矩阵论、数值计算方法和数理统计进行了仔细审阅，提出了宝贵意见。华中理工大学研究生院和出版社对本书的出版给予了大力的支持和帮助，在此谨向他们表示衷心的感谢。在本书编写过程中参考了所列参考书，得到这些参考书的编著者的支持和帮助，在此向他们致谢。

由于编者水平有限，书中的缺点和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者

1995年2月于华中理工大学



作者简介

于　寅，1960年毕业于北京大学数学力学系。现为华中理工大学数学系教授。

长期从事研究生的教学工作和应用数学的研究工作。开设过高等工程数学、最优控制理论与算法、随机滤波和控制等研究生课程，编写过《最优控制的某些基本方法》、《估计理论》等讲义，发表论文多篇。

目　录

第一部分　矩阵论

第二部分 数值计算方法

第三部分　数理统计

第一部分　矩　阵　论

应用矩阵的理论和方法解决工程技术和社会经济领域中的实际问题已越来越普遍，矩阵论已成为最有实用价值的数学分支之一. 它是讨论有限维线性空间的空间形式与数量关系的有力工具，其中许多思想、概念和方法对学习数学的其它分支有重要的作用. 无限维线性空间的理论和方法(这是泛函分析研究的主要对象)是在矩阵论的基础上发展起来的；而计算机的广泛使用和数值计算方法的普及与发展，更为矩阵论的应用开辟了广阔的前景. 许多数值计算方法的理论基础就是矩阵论，学习本书的数值计算方法后会有更深的体会.

这一部分讲述矩阵论中最主要的一些基本概念、基本理论和方法，其中也涉及一些较深的内容，但从应用的角度来说，它们是重要的、有用的. 为了便于读者理解和掌握所述的内容，我们力求叙述清楚，论证详细，并多举一些例题，同时，几乎在每节末都附有习题，其中有些是基本的，也有少量是所讲内容的拓广和延伸，希望读者能多做些习题，这对于深入理解概念，提高运算能力和培养分析问题与解决问题的能力都是极有效的.

第一章　线性空间和线性变换

§1.1　线性空间

线性空间是由具体的几何平面和空间的特征经过抽象提炼出来的一个数学概念. 粗略地说，在一个非空集合上定义了线性运算，并且这种运算满足一定的规则，那么这个非空集就成为一个线性空间. 因此，一个线性空间必有由线性运算规定的代数结构，以便于用数学方法对它进行研究.

由于线性空间的定义中涉及数域，所以我们先叙述数域的含义. 设 F 是一个包含 0 和 1 的一个数集，如果 F 中任意两个数(它们可以相同)的和、差、积、商(除数不是 0)仍是 F 中的数，那么称 F 为数域. 例如，全体实数集 R；全体复数集 C；全体有理数集 Q 等都是数域. 而全体正实数集 R_+，全体整数集 Z 等都不是数域.

定义　设 V 是一非空集，F 是数域(本书仅用实数域 R 或复数域 C). 对 V 中任意两个元 α,β，定义一个加法运算，记为"＋"：$\alpha+\beta\in V$(元 $\alpha+\beta$ 称为 α 与 β 的和)；定义一个数乘运算：$k\alpha\in V$，$k\in F$(元 $k\alpha$ 称为 k 与 α 的数积). 这两种运算 (也称为 V 的线性运算)满足下列规则：

(1)对任意 $\alpha,\beta\in V$，有 $\alpha+\beta=\beta+\alpha$；

(2)对任意 $\alpha,\beta,\gamma\in V$，有$(\alpha+\beta)+\gamma=\alpha+(\beta+\gamma)$；

(3)存在 $0\in V$，使得对任意 $\alpha\in V$，都有

$$\alpha+0=\alpha,$$

这个元"0"称为 V 的零元；

(4)对任意 $\alpha\in V$，存在 $-\alpha\in V$ 使得

$$\alpha+(-\alpha)=0,$$

这个元"$-\alpha$"称为 α 的负元;

(5)对任意的 $k\in F$ 和任意 $\alpha,\beta\in V$,有

$$k(\alpha+\beta)=k\alpha+k\beta;$$

(6)对任意 $\alpha\in V$ 和任意的 $k,l\in F$,有

$$(k+l)\alpha=k\alpha+l\alpha;$$

(7)对任意 $\alpha\in V$ 和任意的 $k,l\in F$,有

$$k(l\alpha)=(kl)\alpha;$$

(8)F 中的数 1,使得对任意 $\alpha\in V$,有 $1\alpha=\alpha$. 那么称 V 为 F 上的**线性空间**(或向量空间),记为 $V(F)$;V 中的元称为向量. 不管 V 中的元具体是什么,当 F 为实数域 R 时称它为实线性空间,而当 F 为复数域 C 时称它为复线性空间.

下面,在不需要强调数域时,就称 V 为线性空间.

例 1 全体实 n 维向量组成的集,对于通常意义的向量加法和数乘向量运算,构成一个实线性空间,记为 R^n. 全体复 n 维向量组成的集,对于通常的向量加法和数乘向量运算也构成线性空间. 但这时既可用实数乘向量,从而构成实线性空间;又可以用复数乘向量构成复线性空间,记这个复线性空间为 C^n.

例 2 由 F 中的数形成的 $m\times n$ 矩阵全体,对于通常定义的矩阵加法和数乘矩阵,构成 F 上的线性空间,记之为 $F^{m\times n}$.

例 3 区间$[a,b]$上的连续函数的全体,对于通常意义的函数加法和数乘函数,构成线性空间,记之为 $C[a,b]$. 而 $C^1[a,b]$表示由区间$[a,b]$上连续可微函数的全体,对于通常的函数加法和数乘函数所构成的线性空间.

回顾一下多项式的概念. 设 $a_i\in F,0\leqslant i\leqslant m,t$ 为变量,则

$$p(t)=a_0t^m+a_1t^{m-1}+\cdots+a_{m-1}t+a_m$$

称为 F 上的一个多项式. 当 $a_0\neq 0$ 时,$p(t)$称为 m 次多项式,a_0t^m 称为 $p(t)$的首项. 特别,当 $a_0=1$ 时,则称 $p(t)$为 m 次首一多项式. 系数全都是零的多项式称为零多项式,记为 o. 零多项式是唯一不定义次数的多项式,它与零次多项式是有本质区别的.

例 4 实数域 R 上的多项式全体，按通常意义的多项式加法及数与多项式乘法，构成实线性空间，记为 $P(t)$. 如果只考虑次数不大于n的多项式全体，再添加零多项式所成的集，则对于通常意义的多项式加法及数与多项式乘法也构成一个实线性空间，以 $P_n(t)$表之.

例 5 数域 F 按其本身的加法和乘法也构成 F 上的线性空间(为什么?).

下面举一个不是常规加法及数乘的例子.

例 6 在正实数集 R_+中 定义加法和数乘运算为

$$a \oplus b = ab, \quad k \circ a = a^k,$$

其中 $a,b \in R_+$, $k \in R$. 这里，为了区别常规的加法和数乘，我们用"$\oplus$"表示加法，"$\circ$"表示数乘. 那么，R_+是实线性空间.

事实上，不难验证 R_+对这两种运算是封闭的，即 $a \oplus b \in R_+$, $k \circ a \in R_+$，并且满足规则(1)、(2)和(5)—(8). 又 $1 \in R_+$，且对任意 $a \in R_+$，有 $a \oplus 1 = a$ 和 $a \oplus 1/a = 1$，而 $1/a \in R_+$，因此，规则(3)、(4)也是满足的，并且 R_+中的零元是 1，a 的负元是 $1/a$.

线性空间有下列一些简单性质：

(1)零元是唯一的.

(2)对任意 $\alpha \in V$，它的负元是唯一的. 从而可以定义 V 中两个元 α, β 的减法(记为"$-$")为

$$\alpha - \beta \triangleq \alpha + (-\beta).$$

(3)对任意 $\alpha \in V$，有

$$0\alpha = \mathbf{0}, (-1)\alpha = -\alpha;$$

对任意的 $k \in F$，有

$$k\mathbf{0} = \mathbf{0}.$$

由线性空间的定义可知，若 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m \in V(F)$, $k_1, k_2, \cdots, k_m \in F$，则

$$\beta \triangleq k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \cdots + k_m\alpha_m = \sum_{i=1}^{m} k_i\alpha_i$$