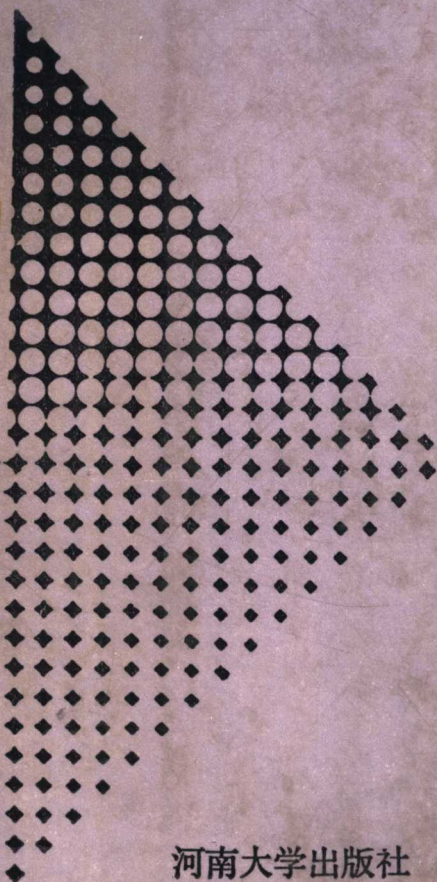
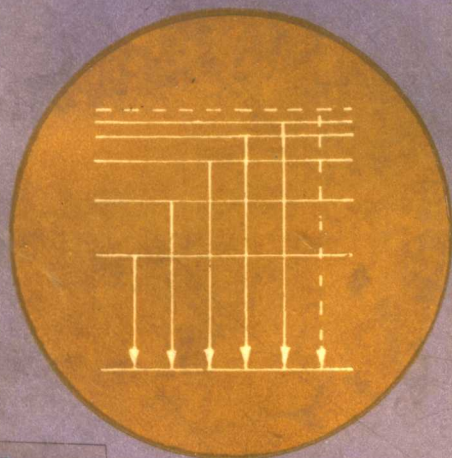


GAODENGXUEXIAO
HANSHOUSHIYONGJIAOCAI

高等学校函授试用教材

量子力学

蔡凤鑫 王海志 主编



河南大学出版社

高等学校函授试用教材

量 子 力 学

蔡凤鑫 王海志 主编

文先俊 张建国 编
谢忠良 李 崑

河南大学出版社

高等学校函授试用教材

量 子 力 学

主 编 蔡凤鑫 王海志

责任编辑 姜伟林

河南大学出版社出版

(开封市明伦街85号)

河南省新华书店发行

中国科学院开封印刷厂印刷

开本: 850×1168毫米1/32 印张: 11.875 字数: 300千字

1990年5月第1版 1990年5月第1次印刷

印数: 1—6000

定价: 3.35元

ISBN7-81018-338-9/O·15

内 容 提 要

本书系根据1984年原教育部颁发试行的《中学教师进修高等师范本科物理专业教学大纲》编写的。全书包括绪论、波函数和薛定谔方程、力学量的算符表示、氢原子、微扰论、电子自旋、多粒子系统等章。每章有内容提要，并附有小结、思考题和习题。书末附有各章习题答案。全书内容约需面授40学时。

本书的物理学名词均采用全国自然科学名词审定委员会公布的《物理学名词》（基础物理学部分）。

本书可作为高等师范院校物理专业函授和中学物理教师进修的教材，也可作为夜大学等其他形式成人教育的教材和自学用书。

前 言

随着函授等成人教育事业的蓬勃发展，迫切需要既能保证教育质量、又能体现函授等成人教育特点、适合于自学的教材。为此，华中师范大学、华南师范大学、陕西师范大学、广西师范大学、湖南师范大学、湖北大学、河南大学、河南师范大学、陕西教育学院和湖北教育学院十所高等学校，根据原教育部颁发试行的《中学教师进修高等师范本科物理专业教学大纲》，结合各校多年来举办函授和中学教师进修的实践，合编了物理专业函授教材十七门。本书是该系列教材之一。

在编写过程中，我们力图使教材符合培养目标的要求，保证教学质量，达到全日制高师本科物理专业的水平。为了使教材体现函授等成人教育的特点，适合于自学，除每章有内容提要、小结、思考题、习题和书末附有答案外，选择的例题较典型而全面，公式的推导较详细，注意突破难点，并适当联系中学物理教学实际。

本书由河南大学蔡凤鑫副教授和河南师范大学王海志副教授担任主编。参加编写的有蔡凤鑫(第一章)、王海志(第二章)、文先俊(第三章)、张建国(第四章、第七章、附录 I)、谢忠良(第五章)、李崑(第六章、附录 II)。

河南大学地理系袁业茜同志和物理系董兴法同志帮助绘制了插图，作者在此一并致谢。

由于我们编写函授教材的经验不足，水平有限，加之时间仓促，书中难免有不少缺点和错误，诚恳希望使用本书的教师和读者批评指正。

十校物理专业函授教材编写组

一九八八年十月

• 1 •

DAG 74/c

目 录

第一章 绪论	(1)
§1.1 黑体辐射	(1)
§1.2 光的波粒二象性	(5)
§1.3 原子结构的玻尔理论	(9)
§1.4 微粒的波粒二象性	(13)
§1.5 量子力学的建立	(17)
小结	(19)
思考题	(20)
习题	(20)
第二章 波函数和薛定谔波动方程	(21)
§2.1 波函数及其统计解释	(21)
§2.2 不确定度关系	(31)
§2.3 态迭加原理	(36)
§2.4 薛定谔方程	(40)
§2.5 自由粒子	(51)
§2.6 一维无限深势阱	(58)
§2.7 线性谐振子	(61)
§2.8 势垒穿透	(73)
小结	(82)
思考题	(85)
习题	(86)
第三章 力学量的算符表示	(91)
§3.1 力学量的算符表示 平均值公式	(91)
§3.2 算符的基本性质	(99)
§3.3 算符的本征值方程 本征值和本征函数	(105)

§ 3.4	算符与力学量的关系	(113)
§ 3.5	动量算符和能量算符	(117)
§ 3.6	不同力学量同时有确定值的条件	(122)
§ 3.7	力学量的平均值随时间的变化 守恒定律	(133)
§ 3.8	态的表象	(137)
§ 3.9	力学量的表象	(142)
§ 3.10	量子力学公式的矩阵表示	(148)
§ 3.11	表象变换	(153)
§ 3.12	狄拉克符号	(159)
小结		(164)
思考题		(169)
习题		(170)
第四章	氢原子	(174)
§ 4.1	L^2 和 L_z 的本征值和本征函数	(174)
§ 4.2	氢原子的能级和波函数	(186)
§ 4.3	氢原子核外电子的概率分布	(199)
小结		(205)
思考题		(207)
习题		(208)
第五章	微扰论	(210)
§ 5.1	定态微扰论的基本方程	(210)
§ 5.2	无简并的定态微扰论	(216)
§ 5.3	基态氢原子的能级	(220)
§ 5.4	有简并的定态微扰论	(226)
§ 5.5	氢原子的一级斯塔克效应	(231)
§ 5.6	含时微扰论	(237)
§ 5.7	周期微扰下的跃迁概率	(243)
§ 5.8	光的吸收和发射	(248)
§ 5.9	电偶极跃迁的选择定则	(258)
§ 5.10	激光原理简介	(261)

小结	(266)
思考题	(268)
习题	(269)
第六章 电子自旋	(273)
§ 6.1 电子自旋	(273)
§ 6.2 自旋算符和自旋波函数	(276)
§ 6.3 电子在电磁场中的运动 泡利方程	(293)
§ 6.4 角动量的相加	(300)
§ 6.5 一价原子光谱的精细结构	(309)
小结	(319)
思考题	(321)
习题	(322)
第七章 多粒子系统	(324)
§ 7.1 全同性原理 玻色子和费米子	(324)
§ 7.2 全同粒子系统的波函数 泡利原理	(328)
§ 7.3 氦原子 仲氦和正氦	(334)
§ 7.4 氢分子 化学键	(342)
§ 7.5 范德瓦耳斯力	(347)
小结	(350)
思考题	(352)
习题	(353)
附录 I 氢原子的径向方程的解	(355)
附录 II 角动量的本征值	(359)
附录 III 基本物理常量表	(363)
习题参考答案	(364)

第一章 绪 论

量子力学是反映微观粒子运动规律的基本理论，它和相对论共同奠定了现代物理学的基础。

半个多世纪以来，量子力学用于研究原子、分子、原子核和凝聚态物质(包括液体和固体)，取得了极大的成就，大大地推动了相关学科的发展，产生了量子电动力学、量子场论、量子统计和凝聚态理论等新兴学科。量子力学也渗透到了化学和生物学的领域中，产生了量子化学和量子生物学等边缘学科。至于各种新材料和新技术，如半导体材料、磁性材料、超导材料、半导体技术、原子能技术、激光技术等等，如果没有量子力学的预言和指导，它们就不可能出现。可以这样说，没有量子力学，就不会有现代科学技术的蓬勃发展。

作为叙述量子力学内容的准备，本章先简要地介绍一下量子力学建立的过程。

§ 1.1 黑 体 辐 射

十九世纪末，经典物理学已经发展到了相当完整和协调的地步，有了严密的理论系统(经典力学、热力学与统计物理学、电动力学)，能够解释人们所遇到的各种物理现象。这样一来，当时曾有不少物理学家认为：物理世界中所有的基本规律都已被发现和掌握，剩下的工作只是对其精确度加以改进而已。显然这种看法是错误的。其实，就在经典物理学取得巨大成就的同时，人们

便发现了一些它所无法解释的新现象，其中比较典型又与量子理论有关的就有黑体辐射、光电效应、康普顿 (Compton) 效应、原子光谱线系等。这些现象以特别鲜明的方式暴露了经典物理学与微观世界规律性的矛盾，从而为量子力学的创立提出了要求并奠定了基础。

在这一节中，我们首先概述对黑体辐射的研究过程。

一、黑体辐射的一般特征

温度在绝对零度以上的物体都发射出热辐射 (即一定波长范围内的电磁波)，也吸收和反射外来的辐射。如果一个物体能够全部吸收外来的辐射而毫无反射，则称此物体为绝对黑体，简称黑体。黑体发射出的热辐射称为黑体辐射。黑体是一种理想化的物体，实际中并不存在。不过，一个带有小孔的空腔可以看成是黑体。考虑一个处在某一温度的空腔。发自腔壁的辐射在空腔内形成辐射场，当腔壁和腔内的辐射达到热平衡时，辐射场的能量密度将保持不变。这时，频率在 ν 到 $\nu + d\nu$ 范围内的辐射能密度可写为 $\rho(\nu)d\nu$ ，式中 $\rho(\nu)$ 是单位频率间隔的辐射能密度。一些辐射会从小孔逸出，由此可以分析腔内辐射场的特征。实验表明， $\rho(\nu)$ 只取决于频率 ν 和空腔温度 T (绝对温度)，而与空腔形状和腔壁材料无关。十九世纪末到二十世纪开始不久，物理学家们试图运用当时通用的理论建立 $\rho(\nu)$ 的函数表达式，以便对所观察到的黑体辐射能量随频率 (或波长) 的分布规律作出确切的解释，但始终没有取得完全的成功。在这过程中有过三个公式，它们对暴露经典物理学的困难，促使量子论诞生起过重大的作用。

二、经典物理学的困难

1896 年，维恩 (W. Wien) 利用热力学方法和一个特殊的假

设：温度为 T 的黑体辐射能量按频率的分布与同温度的理想气体分子速度按麦克斯韦 (Maxwell) 速度分布律的分布相同，得到了如下的公式：

$$\rho(\nu) d\nu = c_1 \nu^3 \frac{1}{\exp(c_2 \nu / T)} d\nu, \quad (1.1-1)$$

其中 c_1 和 c_2 是常数。这个公式称为维恩公式。

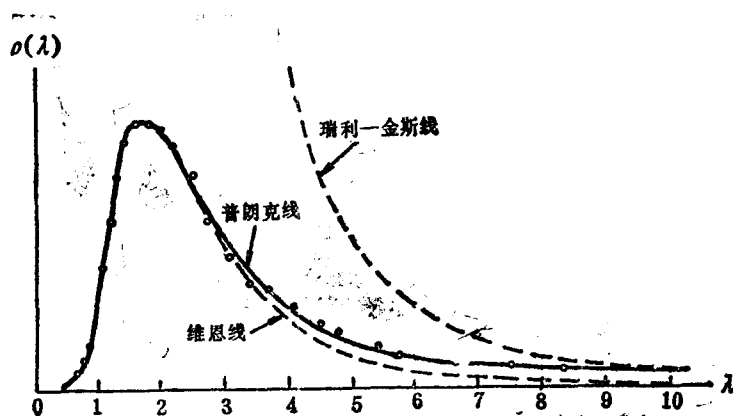
1900年，瑞利 (L. Rayleigh) 把能量按自由度均分定律用到电磁辐射上来，得到另一个公式，这一公式在1905年经金斯 (J. Jeans) 稍加修改后为

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \quad (1.1-2)$$

式中 c 为光速， k 为玻耳兹曼 (Boltzmann) 常量。(1.1-2) 式称为瑞利-金斯公式。

为了便于同实验比较，利用关系式

$$\rho(\nu) d\nu = \rho(\lambda) d\lambda$$



1.1 黑体辐射能量分布 ($T=1595K$)

和

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad |d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda,$$

可将本节中的 $\rho(\nu)$ 变换成 $\rho(\lambda)$.

将以上两个公式同实验数据比较, 如图 1.1 所示(图中的圆圈代表实验值), 在短波区域维恩公式符合得很好, 但在长波范围却出现了系统的偏离; 瑞利-金斯公式则相反, 长波区域符合得很好, 而短波范围内偏离相当大, 不仅这样, 按照 (1.1-2) 式, 当 $\nu \rightarrow \infty$ 时 $\rho(\nu) \rightarrow \infty$, 因而总辐射能密度

$$\int_0^\infty \rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty.$$

显然这个结果是荒谬的。历史上, 人们把它称为“紫外灾难”。如果说维恩公式同实验不符来自推导公式时所作的那个缺乏根据的假设, 而瑞利-金斯公式却是严格按照经典电动力学和统计物理学得出的, 它同实验不符, 足以说明经典理论本身有局限性。

1900 年 10 月, 普朗克 (M. Planck) 在维恩公式和瑞利-金斯公式的基础上, 结合当时的实验结果, 用内插法得到一个含有常数 c_1 和 c_2 的经验公式:

$$\rho(\nu) d\nu = c_1 \nu^3 \frac{1}{\exp(c_2 \nu/T) - 1} d\nu. \quad (1.1-3)$$

上式提出后, 鲁本斯 (H. Rubens) 立即将它同自己作出的实验数据作了详细的对比, 结果表明二者在任何情况下都准确地符合。可是, 那只是个凑出来的经验公式, 还缺乏明确的理论解释。普朗克紧接着寻找公式的最基本的理论证明, 在经过两个月的探索之后他终于发现, 完全依靠经典理论不可能达到预期的目的。

三、能量子假说

为了最终解决黑体辐射的问题, 普朗克认为, 腔壁上的原子

可视为带电的谐振子，这些谐振子不断地发射和吸收频率与其振动频率相同的电磁波，同腔内辐射场交换能量。此外，他还提出了一个异乎寻常的假说：频率为 ν 的谐振子，其能量取值为 $h\nu$ 的整数倍，这个不可分割的能量单元称为能量子。谐振子在能量发生变化时，只能从上述能量状态中的一个过渡到另一个。由此可见，普朗克的假说意味着黑体在发射和吸收频率为 ν 的电磁波时，只能以 $h\nu$ 为能量单元按不连续的方式进行。根据能量子假说，运用经典统计方法和电磁理论，普朗克在 1900 年 12 月从理论上推导出了普朗克公式：

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu. \quad (1.1-4)$$

这个公式同 (1.1-3) 式在形式上完全一致。式中的 h 后来称为普朗克常量，当时普朗克用黑体辐射实验值求得 $h = 6.385 \times 10^{-34}$ 焦耳·秒，现在的公认值为 $6.6260755 \times 10^{-34}$ 焦耳·秒。

普朗克的能量量子化的假说突破了能量连续变化的传统观念在微观领域内的束缚，第一次向人们揭示出了微观运动规律的基本特征，使物理学开始进入一个新的时代，因而它对物理学的发展具有极其深远的意义。这里需要说明，普朗克的理论只提出腔壁谐振子的能量是量子化的，但却仍然认为腔内的辐射场在本质上是连续的电磁波。这种观点还是不彻底的，在下一节我们将看到，光电效应和康普顿效应相当清楚地显示出辐射场也是量子化的。

§ 1.2 光的波粒二象性

十九世纪，杨 (T. Young) 和菲涅耳 (A. Fresnel) 等人对光的干涉、衍射、偏振等现象进行了深入的研究，麦克斯韦 (J. C. Maxwell) 又建立了光的电磁理论，这样人们便从实验和理论两

个方面充分肯定了光的波动性。但是，二十世纪初爱因斯坦 (A. Einstein) 又率先提出，光除了波动性之外还具有微粒性。

一、光量子假说

爱因斯坦在他 1905 年发表的《关于光的产生和转化的一个启发性观点》^① 一文中指出，光的波动理论在描述干涉、衍射等纯粹的光学现象时是十分卓越的，很难用任何别的理论来替换。但把这个理论用到光的产生和转化的现象上去时，它会导致同经验相矛盾。如果假定光的能量在空间中不是连续分布的，我们就能更好地理解黑体辐射、光致发光、紫外光产生阴极射线以及其他一些有关光的产生和转化的现象。按照这个假设，从点光源发射出来的光束的能量在传播中不是连续分布在越来越大的空间之中，而是由个数有限的、局限在空间各点的能量子所组成，这些能量子能够运动，但不能再分割，而只能整个地被吸收或产生出来。也就是说，光(辐射)的能量是不连续的，光束是由一个一个集中存在的、不可分割的能量子组成。爱因斯坦称这种能量子为光量子，后来人们称为光子。从黑体辐射的讨论中爱因斯坦得出，单个光子的能量 E 与其频率 ν 成正比：

$$E = h\nu, \quad (1.2-1)$$

式中 h 是普朗克常量。

1916 年爱因斯坦又指出，光子不仅有确定的能量，而且有动量。根据相对论中能量动量关系式

$$E^2 = \mu^2 c^4 + c^2 p^2,$$

得到光子 ($\mu = 0$) 动量 p 和能量 E 之间的关系为

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1.2-2)$$

(1.2-1), (1.2-2) 两式可以写成更对称的形式：

^① 参阅 范岱年，爱因斯坦文集，北京：商务印书馆，1977。第二卷 37 页，

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \frac{h\nu}{c} \mathbf{n} = \frac{h}{\lambda} \mathbf{n} = \hbar \mathbf{k}, \quad (1.2-3)$$

式中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 是量子力学中常用的符号； $\omega = 2\pi\nu$ 表示角频率， $\mathbf{n}$

表示沿光子运动方向的单位矢量， $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n}$ 称为波矢，(1.2-3)

式称为普朗克-爱因斯坦关系。

爱因斯坦的光量子假说在成功地解释了光电效应和康普顿效应之后才得到广泛的承认。

二、光电效应和康普顿效应

光电效应的最早迹象是赫兹 (H. Hertz) 在 1887 年发现的，直到 1897 年汤姆孙 (J. J. Thomson) 发现电子之后，人们才肯定这是金属在紫外线照射下，电子从金属中逸出现象。逸出的电子称为光电子。光电效应具有下列基本特性：

(1) 对于一定的金属，只有当照射光的频率 ν 等于或大于一定值 ν_0 时，才会有光电子从金属表面逸出。

(2) 光电子的密度 (单位时间从单位面积上逸出的电子数) 由光的强度决定，但光电子的动能只同光的频率 ν 成正比，而跟光的强度无关。

(3) 光电子的产生是瞬时的。从光射到金属表面至发射光电子的时间间隔一般不超过 10^{-9} 秒。

在光电效应问题上，经典物理学又遇到了困难。按照经典理论，光是电磁波，当它照射到金属上时，金属中的电子将作受迫振动，从而连续地从波阵面获得能量。电子获得的能量由光的强度和照射时间决定，而同光的频率无关。因此，只要光的强度足够大或照射时间足够长，不论是什么频率，总能发生光电效应。很明显，这种解释是跟光电效应的基本特性相矛盾的。

按照光量子假说,光是光子流,当它射到金属表面上时,能量为 $h\nu$ 的光子一次被电子全部吸收. 如果能量 $h\nu$ 大于电子挣脱金属对它的束缚所需的功 W (逸出功), 电子就会脱离金属而逸出. 根据能量守恒定律, 光电子的动能为

$$\frac{1}{2}\mu v_m^2 = h\nu - W = h\nu - h\nu_0, \quad (1.2-4)$$

式中 $\nu_0 \left(= \frac{W}{h} \right)$ 称为光电效应的截止频率. (1.2-4) 式说明, 只有当 $\nu \geq \nu_0$ 时, 电子才能逸出金属, 并且光电子的动能同入射光的频率成正比而跟光的强度无关. 光电子密度是由射到金属表面的光子流密度决定的, 而光子流密度依赖于光的强度, 所以光电子密度的大小自然由光的强弱来决定. 此外, 电子脱离金属所需的能量是光子提供的, 一个电子一次吸收了一个光子的全部能量, 不需要能量积累时间. 所以只要光子被吸收, 就立刻发射出光电子. 至此, 上述光电效应的三个特性便一一得到了说明.

继光电效应之后, 康普顿效应进一步证实了光的微粒性.

1922—1923 年间, 康普顿在实验中发现, 波长为 λ 的 X 射线被轻元素中的电子散射后, 散射线中出现了波长 $\lambda' > \lambda$ 的射线, 他测出波长差 $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ 同散射角 θ 之间有如下的关系:

$$\Delta\lambda = 0.0242(1 - \cos\theta) \text{ \AA}. \quad (1.2-5)$$

上述现象称为康普顿效应. 若按电磁理论来分析, 电磁波被散射后波长是不会改变的, 但康普顿用光子理论圆满地解释了他的实验结果. 康普顿象处理普通粒子的碰撞那样, 把这一散射过程看成是光子和自由电子之间的弹性碰撞. 参照图 1.2, 在碰撞过程中系统的总能量和总动量守恒的方程为

$$\hbar\omega + \mu c^2 = \hbar\omega' + \frac{\mu}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \quad (1.2-6)$$

$$\frac{\hbar\omega}{c} = \frac{\hbar\omega'}{c} \cos\theta + \frac{\mu v}{\sqrt{1-\beta^2}} \cos\theta', \quad (1.2-7)$$

$$0 = \frac{\hbar\omega'}{c} \sin\theta - \frac{\mu v}{\sqrt{1-\beta^2}} \sin\theta'. \quad (1.2-8)$$

以上诸式中 μ 是电子的静质量, β 是电子的速度 v 与光速 c 之比, 即 $\beta = \frac{v}{c}$. 解方程 (1.2-6),

(1.2-7) 和 (1.2-8), 可以得到

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_e (1 - \cos\theta), \quad (1.2-9)$$

其中

$$\lambda_e = \frac{h}{\mu c} \quad (1.2-10)$$

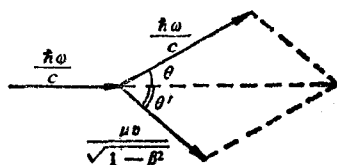


图1.2 康普顿散射

称为电子的康普顿波长. 将 μ, h 和 c 的数值代入 (1.2-10) 式, 得到 $\lambda_e = 0.02426 \text{ \AA}$, 它和实验结果符合得很好.

康普顿效应不仅证明了光子具有确定的能量和动量, 并且显示出光子确实象粒子那样是一个整体, 但不能由此否定光的波动性, 因为光的波动性在十九世纪就已被干涉、衍射等现象所肯定. 既然如此, 我们就得承认光具有双重性质: 微粒性和波动性. 光的这种性质称为波粒二象性. 从普朗克-爱因斯坦关系式也可以看出, 光子作为一种粒子, 它的能量 E 和动量 p 是通过普朗克常数 h 同光波的频率 ν 和波长 λ 不可分割地联系在一起的.

§ 1.3 原子结构的玻尔理论

一、经典理论在原子结构问题上的困难

1911年卢瑟福 (E. Rutherford) 为了解释 α 粒子被重元素散射时大角度散射的起因, 提出了原子的有核模型. 他认为, 原子中心有个带正电的原子核 (半径小于 10^{-14} 米), 它集中了原子的