学人教版教材
用人教版教辅

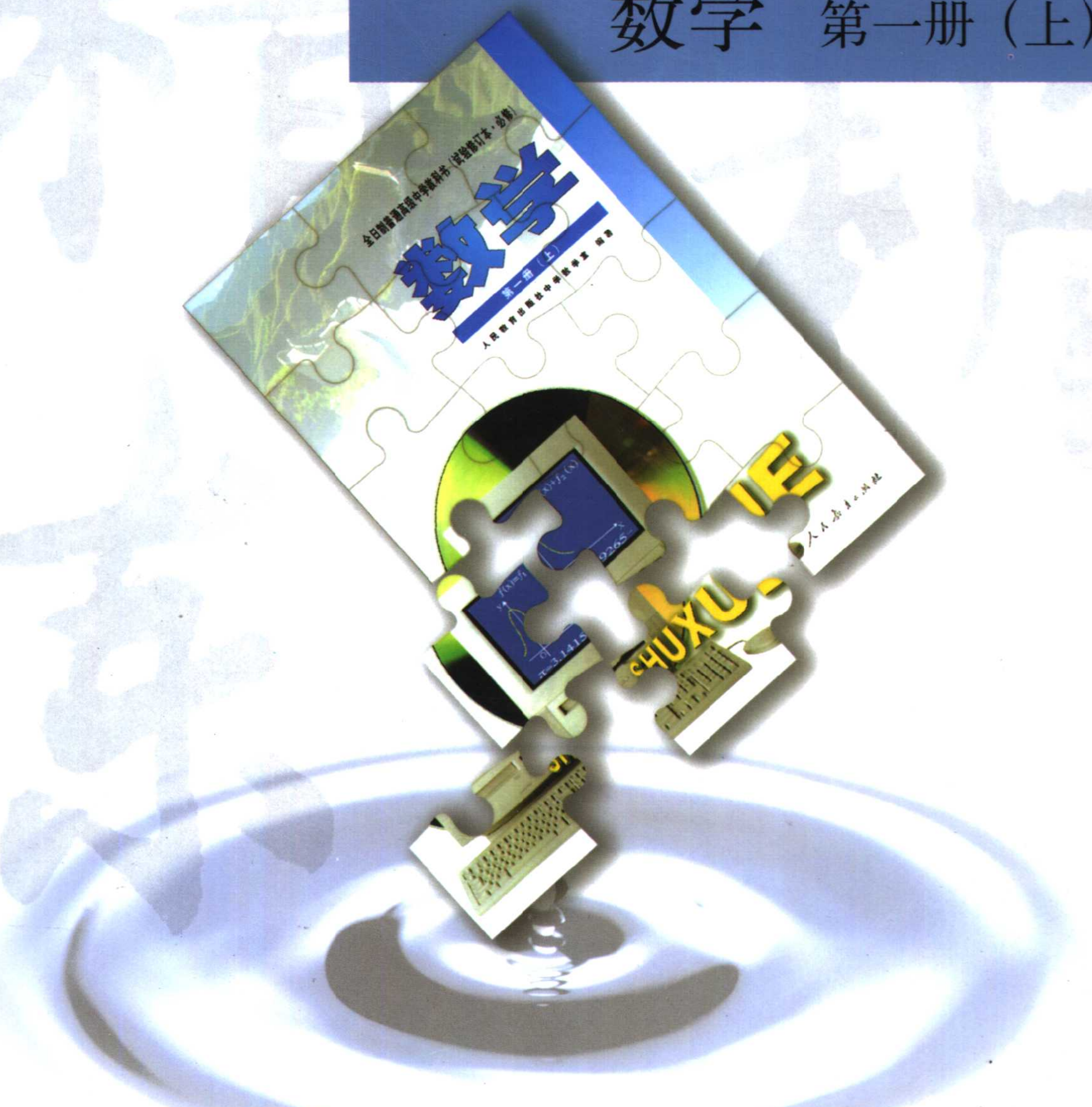
高中同步系列

（双色版）

与人教版全日制普通高级中学教科书（试验修订本）同步

教材精析精练

数学 第一册（上）

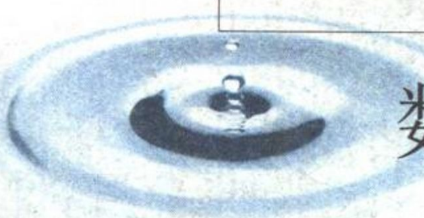


人民教育出版社 延边教育出版社

高中同步系列

与人教版全日制普通高级中学教科书(试验修订本)同步

教材精析精练



数学 第一册(上)

学校______________________

班级______________________

姓名______________________

人民教育出版社 延边教育出版社

□ 顾　　问：顾振彪　蔡上鹤　龚亚夫
□ 策　　划：崔炳贤　申敬爱
□ 丛书主编：周益新
□ 本册主编：项中心
□ 编　　著：项中心　陈体国　梅寿桃　余祖良　王席良　赵正良
易汉桃　乐东华　张　帆　宋新春　武　冰　汤彩仙
吴克明　刘辉弦　易　霁　李　娟　邢　环　于汉雄
□ 特邀编辑：程　莉
□ 责任编辑：张倩影
□ 编辑统筹：宁德伟
□ 封面设计：王　睢　于文燕
□ 版式设计：李　超

与人教版全日制普通高级中学教科书（试验修订本）同步
《教材精析精练》数学　第一册（上）

出　　版：人民教育出版社　延边教育出版社
发　　行：延边教育出版社
地　　址：北京市海淀区紫竹院路 88 号紫竹花园 D 座 702
邮　　编：100087
网　　址：http://www.ybep.com
电　　话：010-88552311　88552651
传　　真：010-88552651-11
排　　版：北京民译印刷厂
印　　刷：北京市朝阳区小红门印刷厂
开　　本：787×1092　16 开本
印　　张：11.5
字　　数：314 千字
版　　次：2002 年 5 月第 1 版
印　　次：2002 年 5 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-5437-4735-9/G·4264
定　　价：（双色版）14.50 元

前　言

为了配合人民教育出版社全日制普通高级中学教科书(试验修订本)的推广使用,以适应新教材课程改革、研究性学习、“3+X”高考模式改革和培养学生健全的聚合思维及发散思维能力,人民教育出版社、延边教育出版社组织约请了参与人教版新教材试验并对新教材及“3+X”高考改革和思维能力培养有深入研究的湖北黄冈市、北京海淀区、山西省、江苏省、广东省、浙江省等国内知名教师共同编写这套丛书。

目前市场上教辅书多而杂,大多数是教材的翻版,且从内容上讲,与新教材课程改革、研究性学习、“3+X”高考模式改革之间缺乏必要的联系。针对这种状况,我们策划了本套丛书,目的在于培养学生理性的、逻辑性的思维方式和研究、解决问题的方法,使学生在高中课程的学习中将各学科基础的、核心的、可再生的知识内容系统化,构建起学科知识体系,并掌握科学的方法和技巧,来解决学习中的思维障碍。同时,通过适当的练习,使学生了解、适应新大纲、新教材对知识范围和能力的要求。促使学生转换固有的、陈旧的思维方式,使他们拥有全面、健康、严谨、灵活的思维品质,让他们学会将社会热点、焦点问题和新科学发现、新技术的发明等问题同日常学习联系起来,使他们拥有综合的发散思维能力。

这套丛书主要有以下特点:

权威性——以国家教育部颁布的新教学大纲为纲,以人民教育出版社最新教材(试验修订本)为依据,人民教育出版社各学科编辑室指导全书编写工作并审定丛书书稿。

新颖性——丛书根据国家教育部颁布的高中各年级课时标准编写,体现了课程改革新方案、“3+X”高考模式改革和研究性学习新思路,突出新教材、新大纲中知识、能力、素质“三元合一”的教学模式和方法、实践、创新“三位一体”的教学内容,侧重学法指导。减少陈题,不选偏题,精编活题,首创新题,启迪思维方法。将国际上流行的开发学生智力的“活性动态”版式与我国教辅版式相结合,既保护了学生视力、激活了思维,又符合中学生心理年龄层次。

前瞻性——丛书突出素质教育的要求，强调培养学生创新精神和实践能力，设计了学生自己构思答案的研究性学习案例和充分挖掘学生思维潜力的潜能测试，以培养和提高学生的发散思维能力。

实用性——内容与教材紧密配套，既有教师的精辟分析和指导学生自主学习的知识归纳和学法建议，又有剖析“活题”思维障碍的解题思维技巧。课后有精选精编针对性很强的知能达标训练和综合能力训练；每单元进行一次小结和能力测试；期中、期末进行阶段性测试，方便学生与人教版教材同步配套使用，可操作性极强。

科学性——丛书按学习规律和思维能力培养的规律循序渐进，突出能力升级的五步递进—知识归纳、学法建议、潜能开发、知能达标训练、综合能力训练，科学地对学生进行显能测试和潜能测试，培养和提高学生思维的敏捷性、科学性、深刻性和发散性。

这套丛书在策划、组稿、编写、审读整个过程中，得到了人民教育出版社和延边教育出版社的支持和指导，在此一并致谢。

思维是智力的核心，思维更是能力的体现。思维的表现特征是素质教育和创新教育重要的研究课题。在我国，对中学生进行科学的思维技巧训练、显能测试和潜能测试是一种新的教学尝试。尽管书中许多内容是作者长期教学实践和潜心研究的心得和成果，但仍需要不断完善，不当之处，恳请专家、读者指正。

丛书主编：周益新

2002 年 4 月

内容结构与能力培养过程示意图（高中同步）

1. 知识归纳

对新教材透彻分析，将各学科基础的、核心的、可再生性知识系统化，易学、易懂、易记

2. 学法建议

从宏观上对学习本课时内容提出建议或从微观上采用独到办法突破重难点

3. 潜能开发

以"活题"为例，介绍思维技巧，剖析思维障碍的原因，指出排除思维障碍的办法

4. 知能达标训练

突出新教材内基础的、核心的、可再生性的知识与技能转化训练

5. 综合能力训练

依据新大纲，密切联系生产、生活实际，侧重思维向纵向延伸和横向拓展方向的训练

单元小结

1.热点聚焦

梳理单元重点热点内容，构建学科知识体系

2.显能测试

考核新教材、新大纲知识和能力范围以内必须达到的要求，测试聚合思维能力

3.潜能测试

考核遵循新教学大纲，不拘泥于新教材的内容，预测中学生未来在大学相关专业学习上成功机会的有无和大小，测试发散思维能力

丛书顾问 Congshu Guwen

顾振彪 1965年毕业于华东师范大学中文系，人民教育出版社中学语文室编审，课程教材研究所研究员。从事中学语文教材编写、研究工作三十多年，参与或主持编写初、高中语文教材多套。与人合著《语文教材编制与使用》、《文学创作技巧七十题》、《新中国中学语文教育大典》等，并撰写论文《义务教育初中语文教材的编写与实验》、《国外文学教材管窥》等数十篇。

蔡上鹤 1964年毕业于华东师范大学数学系，人民教育出版社编审。主要从事中学数学课程、教材的理论研究和实践活动。曾编写过中学数学通用教材、中学数学教学指导书，著有《数学纵横谈》、《初中数学学习问答》等书；发表过50余篇学术论文，其中《民族素质和数学素养》一文被原国家教委评为一等奖。1983、1984年参加高考数学试卷的命题工作；曾出席国际数学教育大会和国际数学教育心理学会议。1995年10月被国务院授予有突出贡献专家称号。现兼任中国数学会《数学通报》编委、人教社《中小学教材教学（中学理科版）》副主编、北京师范大学兼职教授。

龚亚夫 全国政协第九届委员会委员，课程教材研究所研究员，人民教育出版社英语室主任，编审，现行高中英语教学大纲及新基础教育英语课程核心小组成员。加拿大约克大学教育系研究生毕业，获教育硕士学位。长期从事基础英语教育研究工作，曾在北京海淀区教师进修学校、美国威斯康辛州私立学校任教。1991-1993年在教育部基础教育司工作。主编、改编过多套大型电视英语教学片，其中较有影响的有《走遍美国》、《澳洲之旅》、《TPR儿童英语》等，参与编著英语教材，英语学习方法等各类图书，并发表文章数十篇。

Congshu Zhubian 丛书主编

周益新 中国科协国家教育专家委员会学术委员，全国优秀地理教师，《中国教育报》高考研究专家。在湖北省黄冈中学工作二十多年，潜心研究素质教育、创新教育与学生潜能开发的方法和途径。在《光明日报》、《中国教育报》等国家级报刊发表教育研究论文数十篇。指导学生撰写的研究性学习小论文获湖北省科协、湖北省教研室一等奖。策划并主编教育教研丛书多部。

目　录

第1章　集合与简易逻辑

第2章　函　数

目　录

第3章　数　列

第 1 章

集合与简易逻辑

一 集 合

1.1 集 合

知识归纳

一、集合的概念

1. 集合

某些指定的对象集在一起就成为集合，简称集．集合是数学中不加定义的基本概念．

2. 集合元素的特性

集合中的每个对象叫做这个集合的元素．集合中的元素具有以下三个特性：

(1)确定性．设 A 是一个给定的集合，x 是某一具体对象，则 x 或者是 A 的元素，或者不是 A 的元素，两种情况必有一种且只有一种成立．如：π，它属于实数集，即 π 为 $\mathbf{R}$ 的一个元素，但 π 不是有理数集的元素．

(2)互异性．对于一个给定的集合，它的任何两个元素都是不同的，即集合中的相同元素只能算作一个．如方程 $x^2-2x+1=0$ 的两个根，$x_1=x_2=1$，用集合记为$\{1\}$，而不写为$\{1,1\}$．

(3)无序性．集合与其中元素的排列次序无关，如集合$\{a,b,c\}$与$\{b,a,c\}$表示同一集合．

3. 集合的分类

含有有限个元素的集合叫做有限集，含有无限个元素的集合叫做无限集，不含任何元素的集合叫做空集，用符号 $\varnothing$ 表示．

二、集合的表示方法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，这样的表示方法叫列举法，它的优点是可以明确集合中具体的元素及元素的个数．列举法常用来表示有限集或有特殊规律的无限集．用列举法表示有特殊规律的无限集时，必须把元素间的规律表示清楚后才能用删节号．

2. 描述法

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内的方法叫描述法．描述法的语言形式有三种：文字语言，符号语言，图形语言．

3. 图示法(即韦恩图法)

用一条封闭曲线，将所要研究的对象放在一起，来表示一个集合．图示法可以将集合形象直观地表

示出来.

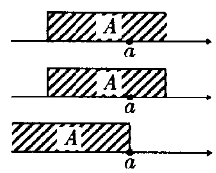
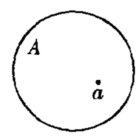
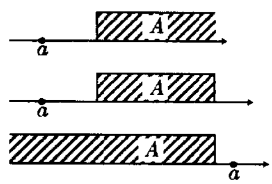
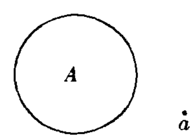
三、元素与集合的关系

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A,记作 $a\notin A$. 在 $a\in A$ 与 $a\notin A$ 这两种情况中必有一种且只有一种成立.

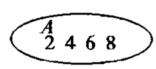
学法建议

本小节的重点是集合的基本概念与表示方法,正确使用符号"$\in$"和"$\notin$",难点是运用集合的表示方法,正确表示一些简单的集合.

1. 利用直观图,分析元素与集合间的关系

符号	图形	
	数轴($a\in\mathbf{R},A\subseteq\mathbf{R}$)	韦恩图
$a\in A$		
$a\notin A$		

2. 用不同的方法表示同一集合 A

列举法	描述法	图示法
$A=\{2,4,6,8\}$	$A=\{$小于 10 的正偶数$\}$	

3. 正确理解空集($\varnothing$)的概念以及 $\varnothing$ 与 $\{0\}$、$\{\varnothing\}$ 的区别

空集是不含任何元素的集合,如平方等于-1的实数组成的集合就是空集;在平面中,两条平行线的交点的全体组成的集合,也是空集.

$\varnothing$ 中没有任何元素.$\{0\}$中只有一个元素"0",即 $0\in\{0\}$.$\{\varnothing\}$是以空集作为元素的集合.

潜能开发

[例 1]下列表达是否正确,说明理由.

(1)$\mathbf{Z}$={全体整数};

(2)$\mathbf{R}$={实数集}={$\mathbf{R}$};

(3){(1,2)}={1,2};

(4){1,2}={2,1}.

思路分析

根据集合的有关概念进行判断.

[解答](1)不正确,应写成$\mathbf{Z}$={整数}.

(2)不正确,本题的正确写法是:$\mathbf{R}$={实数},而{$\mathbf{R}$}表示以实数集为元素的集合,它与$\mathbf{R}$的关系是$\mathbf{R}\in\{\mathbf{R}\}$,用{$\mathbf{R}$}表示实数集显然是不对的.

(3)不正确,集合{(1,2)}表示直角坐标平面中的一点(1,2),而{1,2}是数1,2的集合,它们是不可能相等的.

(4)正确,根据集合中元素的无序性,可知{1,2}={2,1}.

思维诊断

对集合符号的正确理解,是判断(1)和(2)结论的依据,集合符号"{ }"已包含"所有"的意思;"{ }"就是集合的符号,因而大括号内的文字描述,不应再用"全体"、"所有"、"全部"或"集"等述语.对于(3),主要是要分清集合元素的特征,前者是以实数对作为元素,而后者是以实数作为元素,且前者是集合中只含有一个元素,后者是两个元素的集合.解答(4),主要是利用集合中元素的特性.

[例 2]设集合$A=\{a|a=n^2+1,n\in\mathbf{N}\}$,集合$B=\{b|b=k^2-4k+5,k\in\mathbf{N}\}$.若$a\in A$,试判断$a$与集合$B$的关系.

思路分析

判断一对象a与集合B的关系,即判断"属于"或"不属于"关系,"$a\in A$",则a可写成"$n^2+1,n\in\mathbf{N}$"的形式;判断a是否属于集合B,则看a是否可表示成"$k^2-4k+5,k\in\mathbf{N}$"的形式.

[解答]$\because a\in A$,

$$\therefore a=n^2+1=(n^2+4n+4)-4(n+2)+5$$

$$=(n+2)^2-4(n+2)+5$$

$\because n\in\mathbf{N}$, $\therefore n+2\in\mathbf{N}$, $\therefore a\in B$.

思维诊断

在$a\in A$的条件下,判断a是否属于集合B的过程中,关键是先要"变"(或"凑")形式,即由"n^2+1"向"k^2-4k+5"的形式变化,然后再判断.

[例 3]已知$M=\{2,a,b\}$,$N=\{2a,2,b^2\}$,且$M=N$,求a,b的值.

思路分析

本题的一个重要条件是:$M=N$,再根据集合的性质求解.

[解答]解法一:根据集合中元素的互异性,有

思维诊断

本题中,如不注意集合中元素的互异性,可得方程组有三组不同解,从而得到a,b的三组值.故对于此类问题,我们常常需要代入检验.

$\begin{cases}a=2a,\\ b=b^2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=b^2,\\ b=2a.\end{cases}$

解上面的方程组,得 $\begin{cases}a=0,\\ b=1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\ b=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\ b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

再根据集合中元素的互异性,得 $\begin{cases}a=0,\\ b=1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\ b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

解法二:$\because M=N$,$\therefore M$、N 中元素分别对应相同,

$\therefore \begin{cases}a+b=2a+b^2,\\ a\cdot b=2a\cdot b^2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a+b(b-1)=0, & ①\\ ab(2b-1)=0. & ②\end{cases}$

$\because$ 集合中元素互异,$\therefore a,b$ 不能同时为 0.

当 $b\neq 0$ 时,由②得 $a=0$ 或 $b=\frac{1}{2}$.

当 $a=0$ 时,由①得 $b=1$ 或 $b=0$(舍);

当 $b=\frac{1}{2}$ 时,由①得 $a=\frac{1}{4}$.

$\therefore a,b$ 的值为 $\begin{cases}a=0,\\ b=1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\ b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

[例 4]已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid mx^2-2x+3=0,m\in\mathbf{R}\}$,若 A 中元素至多只有一个,求 m 的取值范围.

思路分析

讨论方程实数根的情况,从而确定实数 m 的取值范围.

[解答](1)当 $m=0$ 时,原方程为 $-2x+3=0$,$x=\frac{3}{2}$,符合题意.

(2)当 $m\neq 0$ 时,方程 $mx^2-2x+3=0$ 为一元二次方程.

由 $\Delta=4-12m\leqslant 0$,得 $m\geqslant\frac{1}{3}$.

即当 $m\geqslant\frac{1}{3}$ 时,方程 $mx^2-2x+3=0$ 无实数根或有两个相等的实数根,符合题意.

由(1)、(2)知 $m=0$ 或 $m\geqslant\frac{1}{3}$.

思 维 诊 断

此题容易漏解 $m=0$. 漏解的原因是默认所给的方程一定是一元二次方程. 排除此类问题障碍的办法是对 m 进行讨论. 当 $m=0$ 时,它是一个一元一次方程;当 $m\neq 0$ 时,它是一个一元二次方程,也只有此时才能用根的判别式解决问题.

知能达标训练

一、选择题

1. 下列命题正确的有　　　　(　　)

(1)很小的实数可以构成集合；

(2)集合$\{y|y=x^2-1\}$与集合$\{(x,y)|y=x^2-1\}$是同一个集合；

(3)$1,\frac{3}{2},\frac{6}{4},\left|-\frac{1}{2}\right|$,0.5这些数组成的集合有5个元素；

(4)集合$\{(x,y)|xy\leqslant 0,x,y\in \mathbf{R}\}$是指第二、四象限内的点集.

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

2. 下面有四个命题：

(1)集合$\mathbf{N}$中最小的数是1；

(2)$-a$不属于$\mathbf{N}$,则$a\in \mathbf{N}$；

(3)$a\in \mathbf{N},b\in \mathbf{N}$,则$a+b$的最小值是2；

(4)$x^2+1=2x$的解集可表示为$\{1,1\}$.

其中,正确命题的个数是　　　　(　　)

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

3. 方程组$\begin{cases}x+y=1\\ x^2-y^2=9\end{cases}$的解$(x,y)$的集合是　　　　(　　)

A. $(5,4)$　　B. $\{5,-4\}$　　C. $\{(-5,4)\}$　　D. $\{(5,-4)\}$

4. 下列各题中的M与P表示同一集合的是　　　　(　　)

A. $M=\{x\in \mathbf{R}|x^2+0.01=0\},P=\{x|x^2=0\}$

B. $M=\{(x,y)|y=x^2+1,x\in \mathbf{R}\},P=\{(x,y)|x=y^2+1,y\in \mathbf{R}\}$

C. $M=\{y|y=t^2+1,t\in \mathbf{R}\},P=\{t|t=(y-1)^2+1,y\in \mathbf{R}\}$

D. $M=\{x|x=2k,k\in \mathbf{Z}\},P=\{x|x=4k+2,k\in \mathbf{Z}\}$

5. 已知集合$S=\{a,b,c\}$中的三个元素是$\triangle ABC$的三边长,那么$\triangle ABC$一定不是　　　　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

6. 集合$A=\{1,-3,5,-7,9,-11\cdots\}$用描述法表示正确的是　　　　(　　)

(1)$\{x|x=2^n\pm 1,n\in \mathbf{N}\}$；

(2)$\{x|x=(-1)^n(2n-1),n\in \mathbf{N}\}$；

(3)$\{x|x=(-1)^n(2n+1),n\in \mathbf{N}\}$；

(4)$\{x|x=(-1)^{n+1}(2n-1),n\in \mathbf{N}\}$.

A. 只有(4)　　B. (1)(4)　　C. (2)(4)　　D. (3)(4)

二、填空题

7. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

(1)0 ________ $\mathbf{N}$, -1 ________ $\mathbf{N}$, $\sqrt{3}$ ________ $\mathbf{N}$, $\frac{1}{3}$ ________ $\mathbf{N}$；

(2)0 ________ $\varnothing$, $-\frac{1}{2}$ ________ $\mathbf{Q}$, π ________ $\mathbf{Q}$, $\sqrt{2}$ ________ $\mathbf{R}$；

(3)$\sqrt{3}$ ________ $\{x|x\leqslant 2\}$；

(4)(1,2)________$\{(x,y)\mid y=x+1\}$.

8. $\{x\mid x=\frac{n-2}{n+1},n\in\mathbf{N},n\leqslant 5\}$用列举法表示为________.

三、解答题

9. 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$，当 a,b,c 分别满足什么条件时，解集为空集？单元集？二元集？

10. 已知 $A=\{(x,y)\mid y=2x-1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+3\}$，$a\in A$，$a\in B$，求 a.

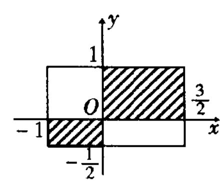
11. 设集合 $A=\{a\mid a=n^2+1,n\in\mathbf{N}\}$，集合 $B=\{b\mid b=m^2-2m+2,m\in\mathbf{N}\}$，若 $a\in A$，试判断 a 与集合 B 的关系.

综合能力训练

一、解答题

1. 设 $f(x)=x^2+ax+b$，$A=\{x\mid f(x)=x\}=\{a\}$，$(a,b)\in M$，求 M.

2. 用描述法表示右图中阴影部分的点(含边界)的坐标.



3. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid \frac{8}{6-x}\in\mathbf{N}\}$，试用列举法表示 A.

4. 由实数 $a,-a,|a|,\sqrt{a^2},\sqrt[3]{a^3}$ 所组成的集合，最多有多少个元素？

1.2 子集、全集、补集

知识归纳

一、子集

1. 子集的概念

对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 是集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$(也可说集合 A 包含于集合 B 或集合 B 包含集合 A). 空集是任何集合的子集.

2. 真子集的概念

如果 A 是 B 的子集，即 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$.

二、全集

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看做一个全集(全集可由我们自由规定，有时 $\mathbf{R}$ 为全集，有时 $\mathbf{Q}$ 为全集……).

三、补集

设 S 是一全集，A 是 S 的一个子集，由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做 S 中子集 A 的补集，记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A=\{x\mid x\in S$，且 $x\notin A, A\subseteq S\}$.

四、集合相等

如果集合 A 是集合 B 的子集，同时集合 B 又是集合 A 的子集，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$. 欲证 $A=B$，只需证 $A\subseteq B$ 与 $B\subseteq A$ 都成立即可.

学法建议

本小节的重点是子集、补集的概念，难点是弄清元素与子集、属于与包含之间的区别.

1. 理解子集概念，应注意以下几点：

(1)"A 是 B 的子集"的含义是：A 的任何一个元素都是 B 的元素，即由任意 $x\in A$，能推出 $x\in B$.

(2)当 A 不是 B 的子集时，我们记作"$A\nsubseteq B$"(或 $B\nsupseteq A$)，读作："A 不包含于 B"(或"B 不包含 A").

(3)任何一个集合是它本身的子集，记作 $A\subseteq A$.

(4)空集是任何集合的子集，即对于任一集合 A，有 $\varnothing\subseteq A$；空集是任何非空集合的真子集，即对于任一非空集合 B，有 $\varnothing\subsetneqq B$.

(5)在子集的定义中，不能理解为子集 A 是 B 中的"部分元素"所组成的集合.

(6)子集和真子集均具有传递性，即

$A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$，$A\subsetneqq B$ 且 $B\subsetneqq C\Rightarrow A\subsetneqq C$.

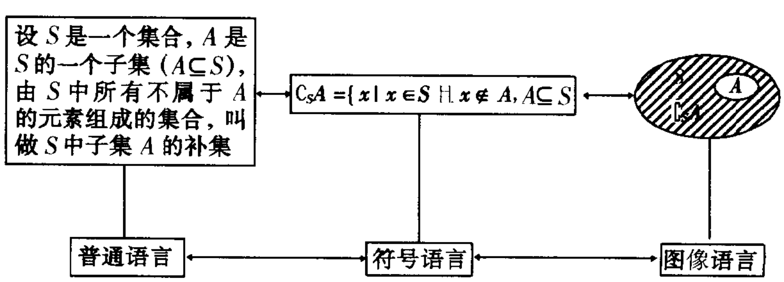
(7)若某集合有 n 个元素，则它的所有子集的个数是 2^n；若此集合的元素 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 都为实数，则这集合所有子集中元素的总和为 $2^{n-1}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$.

2. 关于全集与补集

(1)理解全集概念时，应注意：

全集是相对于研究问题而言的一个相对概念，它含有与所研究问题有关的各个集合的全部元素，因此，全集因研究问题而异. 例如在研究数集时，常常把实数集 $\mathbf{R}$ 看做全集. 在立体几何中，三维空间是全集，这时平面是全集的一个子集. 而在平面几何中，整个平面可以看做是一个全集.

(2)会用数学的三种语言互译表示全集与补集



(3)掌握关于补集的几个特殊性质：

$\complement_S S=\varnothing$, $\complement_S \varnothing=S$, $\complement_S(\complement_S A)=A$.

潜能开发

[例 1]已知 $M=\{x\mid x=a^2+1, a\in \mathbf{N}\}$, $P=\{y\mid y=b^2-6b+10, b\in \mathbf{N}\}$，问集合 M 与 P 之间的关系是怎样的?

思维诊断

判断两个集合之间的关系，关键是寻求表达两个集合的解析式的关系．若将本题中的自然数集改为整数集 $\mathbf{Z}$，则 $M=P$. 在证明"$\subseteq$"或"$=$"关系时需要严格证明，而要否定这两种关系，只要举出一个具体反例即可．

思路分析

两个集合间的关系不外乎"$\subseteq$""$\subsetneqq$""$=$"或不存在这些关系．而集合 M、P 都是无限集，不可能用列举法穷尽，于是要考虑两个表达式之间的关系．

[解答]解法一：集合 P 中，$y=b^2-6b+10=(b-3)^2+1$，当 $b=4, 5, 6\cdots$ 时，与 M 集中 $a=1,2,3,\cdots$ 时的值相同，而当 $b=3$ 时，$y=1\in P$，$1\notin M$，$\therefore M\subsetneqq P$.

解法二：对任意的 $x_0\in M$，

有 $x_0=a_0^2+1=(a_0+3)^2-6(a_0+3)+10\in P$($\because a_0\in \mathbf{N}$, $\therefore a_0+3\in \mathbf{N}$)

$\therefore M\subseteq P$，又 $b=3$ 时，$y=1$，$\therefore 1\in P$ 而 $1<1+a_0^2$ ($a_0\in \mathbf{N}$)

$\therefore 1\notin M$，从而 $M\subsetneqq P$.

[例 2]已知集合 M 满足 $\{1,2\}\subseteq x\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，则这样的集合 M 有多少个?

思维诊断

此题易得出错误答案：7 个，要注意集合 $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 的子集共有 2^n 个，其中包括 $\varnothing$ 和其本身这两个特殊的子集．

思路分析

由已知集合 M 中的元素至少含有 1，2，至多含有 1，2，3，4，5，故要求满足条件的集合 M 的个数，只要求集合 $\{3,4,5\}$ 的子集的个数．

[解答]因集合 $\{3,4,5\}$ 的子集有 $\varnothing$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{3,4\}$, $\{3,5\}$, $\{4,5\}$, $\{3,4,5\}$ 共 8 个，故满足条件的集合 M 共有 8 个．

[例 3]设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$, $A=\{|2a-1|, 2\}$, $\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值．

思维诊断

本题在由 $\complement_U A=\{5\}$ 求得 $a=2$ 或 $a=-4$ 之后，验证其是否符合隐含条件 $A\subseteq U$ 是必要的．否则就会把 $a=-4$ 误认为本题的答案了．集合是一种数学语言，如果不能从这种语言中破译出它的全

思路分析

$\complement_U A=\{5\}$ 说明了什么意思?(注意有两层含义)即 $5\in U$ 且 $5\notin A$，这样解题的方法就在眼前了．

[解答]$\because \complement_U A=\{5\}$，$\therefore 5\in U$ 且 $5\notin A$.