大学物理

学习指导

姜廷玺　主编

4

NEUPRESS
东北大学出版社

大学物理学习指导

姜廷玺　主编

东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/姜廷玺主编 .—沈阳：东北大学出版社，2001.5 (2002.3 重印)

ISBN 7-81054-611-2

Ⅰ. 大… Ⅱ. 姜 Ⅲ. 物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 021798 号

出 版 者：东北大学出版社

(邮编：110004 地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号)

出 版 人：李毓兴

印 刷 者：东北大学印刷厂

发 行 者：东北大学出版社

开 本：850mm×1168mm 1/32

字 数：422 千字

印 张：16.25

出版时间：2001 年 5 月第 1 版

印刷时间：2002 年 3 月第 2 次印刷

责任编辑：刘 莹

封面设计：唐敏智

责任出版：秦 力

定 价：22.50 元

垂询电话：024—83687331（发行部） 024—83680265（传 真）

E-mail：neuph@neupress.com http：//www.neupress.com

前　言

根据1995年原国家教委颁布的“工科本科大学物理课程教学基本要求”，参考近年来大学物理教材改革成果，结合编者多年教学经验，考虑到近年来大学新生的实际水平，我们奉献给读者这本《大学物理学习指导》。

我国物理教育界的专家赵凯华教授不久前曾强调指出：“物理学是一门严谨的科学，基本概念、基本原理和基本技能等基本功的训练，永远是物理课程的核心，也是我国物理教学的优良传统，舍此谈不上什么科学素质教育。”

每个学过物理的人都知道，要想真正理解和掌握物理学的“真经”，不亲手去演算相当数量的习题是不可能的。这样，一本称心如意的参考书就是不可不备的了。

读者面前这本《大学物理学习指导》是东北大学物理系多年从事大学物理教学的教师集体智慧的结晶，其主要特点如下：

1. 每章都简要介绍了该章的重要物理概念、物理规律、物理方法及重要结论，使学生读后对该章的全貌一目了然。

2. 根据编者多年的教学经验，指出各章学习中常犯的错误，使学生在学习中尽量少走弯路。这不仅在正式教材中见不到，而且在学习指导书中也是很少见的。只有具备多年的教学经验，才能写得言真意切。

3. 在若干章的内容介绍、解题方法及习题中，融入了编者多年教学研究的成果。各章所举例题类型较全面，有的给出了不同解法，而且对解题过程中的物理思路、数学方法、注意事项等都进行了讨论，使学生在学习过程中就像与老师在交谈一样，易于接受。

4．习题选择详略得当，立意新颖。

① 用高中知识可以解决的问题尽量不选或少选，以免因重复而使学生感到乏味。

② 重要知识点题量较多，次要内容题量较少，涉及相同方法的题目尽量不重复选用。这样，既可以提高学生兴趣，又可减轻其负担。

③ 内容由浅入深，较难的题目加上 * 号，给出相应的提示。

④ 适当增加了相对论动力学及量子力学部分的习题，以加深学生对近代物理的理解。

⑤ 选题时着重对物理概念的理解，避免过于冷僻的数学方法及繁琐的数字演算。

参加本书编写的人员分工如下：姜廷玺（第一，二，三，五，九，十三章），关雅文（第四章），辛子华（第六章），赵宝华（第七章），王大齐（第八章），王强（第十章），梅万勇（第十一章），李文卿（第十二章），余迎新（第十四章（一）），车韵怡（第十四章（二）、（三）），杜安（第十五章）。

姜廷玺对各章内容进行了仔细推敲，验算了每一道题目，并对个别内容进行了修改。

全书的校对工作由姜廷玺完成。

由于编者水平有限，错误之处在所难免，欢迎读者批评指正。

北京师范大学漆安慎教授，北方交通大学林铁生教授，东北大学魏国柱教授审阅了本书，并提出了许多宝贵意见。对此，我们表示衷心的感谢。

编　者

2001.3

内 容 提 要

本书是根据1995年原国家教委颁布的“工科本科大学物理课程教学基本要求”，参考近年来大学物理教材改革成果，结合编者多年教学经验而编写的。

全书按照“工科本科大学物理课教学基本要求”，概括介绍了各章的主要内容，指出学习过程中常见的错误，安排了相当数量的典型例题，并对解题中的关键之处及技巧进行了讨论。

按各章授课学时数量之不同，选编了难易程度不同的习题，其中较难的题目冠以 * 号，并给出相应提示。全书共选入习题500余道，类型全面，难度适宜。这对于加强基本概念、基本原理和基本技能等的训练是必不可少的。

目　录

第一章　质点的运动

一、内容提要

1. 质点　参考系　运动方程　轨道方程

(1) 质点　如果物体的大小和形状对所研究问题的结果没有影响,那么可将物体看成一个具有质量的点,称为质点。

(2) 参考系　为描述一个物体的位置随时间的变化,必须选择另一个或几个彼此之间相对静止的物体作为参考,后者称为参考系。

为了对物体运动进行定量描述,在参考系上选一固定点为原点,建立坐标系。常见的坐标系有笛卡尔坐标系、极坐标系、球坐标系、柱坐标系及自然坐标系。

(3) 位矢　由坐标原点指向质点所在处的矢量称为位矢,记为 $\boldsymbol{r}$。

在笛卡尔坐标系中,位矢的分量形式为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

(4) 运动方程　位矢随时刻 t 变化的函数式称为质点的运动方程,记为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$。

在笛卡尔坐标系中,运动方程的分量形式为

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$$

知道了运动方程,即可求出质点运动的一切运动学特征。

(5) 轨道方程　由运动方程中消去参量 t,得到的关系式称为质点的轨道方程。

2. 位移　速度　加速度

(1) 位移　若质点在 t 时刻位于 A 点,在 $t+\Delta t$ 时刻位于 B

点，则由 A 指向 B 的有向线段称为质点的位移，记为 $\Delta \boldsymbol{r}$。

位移与坐标原点位置无关。

在笛卡尔坐标系中，位移的分量形式为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta x \boldsymbol{i} + \Delta y \boldsymbol{j} + \Delta z \boldsymbol{k}$$

(2) 速度

① 平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 方向沿割线方向

笛卡尔坐标系中分量形式为 $\bar{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}$

② 即时速度 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 方向沿切线方向

笛卡尔坐标系中分量形式为 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$

③ 平均速率 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ 一般地 $\bar{v} \geqslant |\bar{\boldsymbol{v}}|$

④ 即时速率 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ 显然 $v = |\boldsymbol{v}|$

(3) 加速度 $\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$ 方向指向凹侧

笛卡尔坐标系中分量形式为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

3. 二维曲线运动中的切向及法向加速度

(1) 定义 加速度沿切向及法向的分量称为切向及法向加速度，分别记为 a_t 及 a_n

$$\begin{cases} a_t = a\cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}) \\ a_n = a\sin(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}) \end{cases}$$

其中 $(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})$ 表示加速度与速度方向之间的夹角。

(2) 点乘法 加速度矢量向速度方向的投影等于加速度矢量与速度方向单位矢量的点乘：

$$\begin{cases} a_t = \boldsymbol{a} \cdot \dfrac{\boldsymbol{v}}{v} \\ a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \end{cases}$$

已知质点运动方程,即可求得式中各量。

(3) 自然坐标法　在自然坐标系中

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\boldsymbol{e}_t) = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t + v\frac{d\boldsymbol{e}_t}{dt}$$

$$= \frac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n$$

$$\begin{cases} a_t = \dfrac{dv}{dt} \\ a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

4. 圆周运动

(1) 圆周运动的角量描述

① 角坐标 θ　位矢与 x 轴正方向之间的夹角

② 角位移 $\Delta\theta$　Δt 内位矢转过的角度

③ 平均角速度　$\bar{\omega} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

④ 即时角速度　$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

⑤ 即时角加速度　$\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

(2) 角量与线量之间的关系

$$\Delta s = R\Delta\theta \Rightarrow \bar{v} = R\bar{\omega} \Rightarrow v = R\omega \Rightarrow a_t = R\beta \quad a_n = \omega^2 R$$

(3) 匀变速率圆周运动(a_t=常数,即 β=常数)

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$$

(4) 匀速率圆周运动的矢量形式

$$\boldsymbol{r} = R\cos(\omega t + \varphi)\boldsymbol{i} + R\sin(\omega t + \varphi)\boldsymbol{j}$$

φ 取不同值，表明 $t=0$ 时质点位置也不同。

5．抛体运动

（1）抛体运动方程　以抛出点为坐标原点，水平向前及竖直向上为 x 和 y 轴，初速 $\boldsymbol{v}_0$ 与 x 正方向的夹角记为 θ，抛出时刻为 $t=0$，抛体运动方程为

$$\boldsymbol{r} = (v_0 t\cos\theta)\boldsymbol{i} + \left(v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2\right)\boldsymbol{j}$$

（2）抛体轨道方程

抛体轨道方程为 $y = x\tan\theta - \dfrac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$

（3）落地点问题

地面方程　地面与 xy 平面相交得一直线，该直线方程称为地面方程。

$$\begin{cases}\text{抛体轨道方程}\\ \text{地面方程}\end{cases}$$

上述方程组的两组解中必有一组表示落地点的坐标。由落地点的 x 坐标可求出飞行时间。

二、常见错误

（1）混淆矢量与标量　$\boldsymbol{r}$ 与 r，$\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δr，$\boldsymbol{v}$ 与 v，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$与$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$等。

（2）不论是否匀变速运动，盲目使用关于匀变速直线运动的三个公式。

（3）不习惯于根据定义求物理量，而采用貌似正确的分解、乘除、平均之类方法。

三、典型例题解析

【例 1-1】　一质点运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$，求：

(1) 轨道方程并画出其轨道；

(2) $t=1\text{s}$ 及 $t=2\text{s}$ 时质点的速度及加速度；

(3) 第 2 秒内质点的平均速度；

(4) $t=1\text{s}$ 时质点的切向及法向加速度；

(5) 何时质点的速度与其位矢相垂直？

(6) 何时质点离坐标原点最近？这个最近距离是多少？

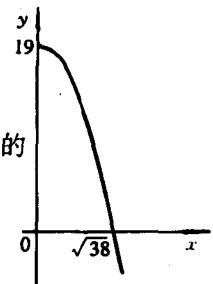
【解】 (1) 运动方程的分量形式为

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 19 - 2t^2 \end{cases}$$

由第一式解出 $t=x/2$，代入第二式，可得质点的轨道方程为

$$y = 19 - \frac{x^2}{2}$$

由于 $t\geqslant 0$，所以 x 不能取负值。轨道如题解例 1-1 图所示。



题解例 1-1 图

(2) $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{v}(1)=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$ m/s

$\boldsymbol{v}(2)=2\boldsymbol{i}-8\boldsymbol{j}$ m/s

$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{a}(1)=\boldsymbol{a}(2)=-4\boldsymbol{j}$ m/s^2

(3) $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(2)-\boldsymbol{r}(1)$

$=[4\boldsymbol{i}+(19-8)\boldsymbol{j}]-[2\boldsymbol{i}+(19-2)\boldsymbol{j}]$

$=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=2i-6j\ \mathrm{m/s}$$

(4) $v(1)=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}, a=4$

$$a_t(1)=a(1)\cdot\frac{v(1)}{v(1)}=\frac{-4j\cdot(2i-4j)}{\sqrt{20}}$$

$$=\frac{8}{\sqrt{5}}\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\sqrt{16-\frac{64}{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}\ \mathrm{m/s^2}$$

(5) $v\cdot r=(2i-4tj)\cdot[2ti+(19-2t^2)j]$

$$=4t-4t(19-2t^2)=4t(2t^2-18)=0$$

$t_1=0$, $t_2=3\mathrm{s}$, $t_3=-3\mathrm{s}$(舍去)

(6) $r=\sqrt{x^2+y^2}=[4t^2+(19-2t^2)^2]^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dr}{dt}=\frac{1}{2}[4t^2+(19-2t^2)^2]^{-\frac{1}{2}}\cdot$$

$$[8t+2(19-2t^2)\cdot(-4t)]$$

$$=0$$

$$8t(2t^2-18)=0$$

$t_1=0$, $t_2=3\mathrm{s}$, $t_3=-3\mathrm{s}$(舍去)

$r(0)=19$, $r(3)=\sqrt{37}<r(0)$

故 $t=3\mathrm{s}$ 时质点离原点最近,且 $r_{\min}=\sqrt{37}\mathrm{m}$。

【讨论】 由于此题中 $a=-4j$ 为恒矢量,所以质点做匀变速运动。相当于在重力加速度为 4 的星球上做初速度为 2 的平抛。所以,求其平均速度时,也可用 $\bar{v}=\frac{1}{2}[v(1)+v(2)]$。应该注意,若 a 为时间的函数,则此式不成立。而平均速度的定义式是永远成立的。

此题求切向及法向加速度用的是点乘法,其简便是显而易见的。

(5)是利用点乘的基本性质:两个非零矢量相互垂直的充分必

要条件是其点乘为零。

(6)中$\frac{dr}{dt}$在理论力学中表示质点径向速度。在本题中，只是看成求极值的数学手段就可以了。在数学中，为确定是极大值还是极小值，需进一步求二阶导数。此题中，因已经确定必有极小值，故只需将“驻点”代入比较即可。$r(0)=19$ 为局部极大。

【例 1-2】　一质点沿半径为 R 的圆周做变速率运动，其路程 s 随时间 t 的变化规律为

$$s = bt - ct^2$$

其中 b,c 均为大于零的常数，求：

(1) 质点的加速度与半径成 45°角所经历的时间是多少?

(2) 此前质点共运行了多少周?

【解】　(1) $v=\frac{ds}{dt}=b-2ct$

$$a_t=\frac{dv}{dt}=-2c,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(b-2ct)^2}{R}$$

加速度与半径方向成 45°角，即 $|a_n|=|a_t|$

$$\frac{(b-2ct)^2}{R}=2c$$

解得

$$t=\frac{b\pm\sqrt{2Rc}}{2c}$$

当 $t=\frac{b+\sqrt{2Rc}}{2c}$ 时，$v=b-(b+\sqrt{2Rc})=-\sqrt{2Rc}$，由于速率不可能为负值，故舍去。因此

$$t=\frac{b-\sqrt{2Rc}}{2c}$$

(2) 将 t 值代入原式，得

$$s=b\left(\frac{b-\sqrt{2Rc}}{2c}\right)-c\left(\frac{b-\sqrt{2Rc}}{2c}\right)^2=\frac{b^2-2Rc}{4c}$$

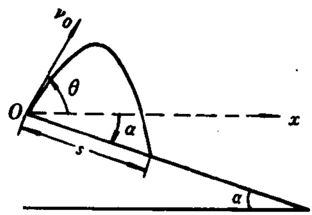
$$N=\frac{s}{2\pi R}=\frac{b^2-2Rc}{8\pi Rc}$$

【讨论】 此题中求 a_t 及 a_n,用定义及点乘法都不方便,所以只能用自然坐标法。由于 a_t 及 a_n 都与速率 v 有关,所以从求 v 入手。

由 $t=\frac{b-\sqrt{2Rc}}{2c}$ 可见,若 $b<\sqrt{2Rc}$,则 $t<0$,这意味着此题无解,即不可能实现 $a_n=a_t$;若 $b=\sqrt{2Rc}$,则 $t=0$,表示一开始就满足要求,此时 $s=0$。

$a_t=-2c<0$,表示质点速率随时间减小,但切向加速度的大小(模)为 $2c$。

【例 1-3】 一人站在山坡上,山坡与水平面成 α 角。他扔出一个初速度为 v_0 的小石子,v_0 与水平面成 θ 角(向上)。如例 1-3 图所示。



例 1-3 图

(1) 如空气阻力忽略不计,试证明小石子落在斜坡上距离为 s 处

$$s=\frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos^2\alpha}$$

(2) 由此证明,对于给定的 v_0 和 α 值,s 在 $\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}$ 时有最大值

$$s_{\max}=\frac{v_0^2(1+\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha}$$

【解】 通常用 α 表示仰角,由例 1-3 图可见,若 α 取正值,则地面方程为

$$y=\tan(-\alpha)\cdot x=-x\tan\alpha \qquad ①$$

抛体轨道方程为

$$y=x\cdot\tan\theta-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 \qquad ②$$

将①式代入②式,得

$$-x\tan\alpha = x\tan\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

解得 $x_1=0$ (表示抛出点)

$$x_2 = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos\alpha}$$

$$s = \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos^2\alpha} \qquad ③$$

由于 s 是 θ 的函数,所以其极值点在导数为零处

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta} = \frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}[\cos(\theta+\alpha)\cos\theta - \sin(\theta+\alpha)\sin\theta] = 0$$

$$\cos(2\theta+\alpha) = 0$$

$$2\theta+\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \left(\text{由于 } \theta \text{ 及 } \alpha \text{ 都是锐角}, 2\theta+\alpha \text{ 不可能为} \frac{3}{2}\pi\right)$$

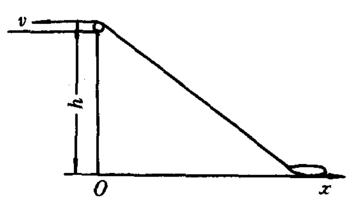
$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{极值点})$$

将 $\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}$ 代入③式,即可得最大射程

$$s_{\max} = \frac{v_0^2(1+\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha}$$

【讨论】 用两个曲线方程联立,就把运动学问题化为解代数方程组。这样,无论地面如何复杂(一般为平面),都不必对抛体的运动分上升和下降两个阶段考虑。

【例 1-4】 湖中有一小船,岸边有人用绳子通过一高处的滑轮拉船,如例 1-4 图所示。滑轮高出水面为 h,人收绳的速率为 v。求船距岸为 s 时行驶的速度和加速度。



例 1-4 图

【解】 以 O 为坐标原点,指向船的方向为 x 轴正方向,建立坐标系。船的位置用坐标

x 表示。由勾股定理有

$$x^2 + h^2 = l^2 \quad ①$$

将①式对 t 求导，得

$$2x \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2l \cdot \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

令 $$u = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v = -\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

故 $$u = \frac{l}{x}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = -\frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x}v \quad ②$$

用 s 代替 x，即可求得该时刻的速度。负号表示速度方向指向原点 O。

将②式进一步对 t 求导，即可求得加速度

$$a = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -v\frac{\frac{1}{2}(h^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}}2x \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \cdot x - (h^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{x^2}$$

$$= -v^2\frac{h^2}{x^3}$$

【讨论】 这一类题乍一看似乎无从下手，于是只好知道什么就写什么。勾股定理是一眼就能看出的。然后，根据速度的定义，逼着人们不得不制造出 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$，于是路子就通了。有人直接把船速 u 看成拉绳速度 v 的水平分量，这是不对的。因为船的实际运动是沿水平向前，这个速度只能是合速度，而不能是分速度。

实际上，利用速度分解也是可以解的。以滑轮为固定参考点，船的速度可以看成如下两个互相垂直分量合成的结果：一个分量称为径向速度，它反映质点到参考点距离的变化，在本题中，就是拉绳速度 $\mathrm{d}l/\mathrm{d}t = -v$；另一个分量称为横向速度，它反映绳扫过的角度。既然其中一个分量已知，$v/u = \cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}$，则可得 $u = \dfrac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x}v$，这里 θ 是绳与水面的夹角。不在坐标系中讨论，用以表示船速方向的负号是不必要的。