

经济控制论

贺允东 编著

西南交通大学出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了经济控制论的原理和应用, 主要包括: 数学基础、经济数学简述、经济控制系统的数学模型和结构特性、连续和离散时间系统的最优控制以及随机经济控制。

在加强基本理论和基本概念的同时, 引入了必要的数学分析, 使本书既突出了重点, 又有一定的深度和广度。全书概念清楚, 内容丰富, 配有较多数量的例题和习题, 便于自学。

本书是铁路高等学校经济管理专业和其它工程类专业的教科书, 主要对象是高年级大学生和研究生, 约 60~80 学时, 也可供管理人员、工程技术人员和高等学校其它专业的师生参考。

经 济 控 制 论 JINGJI KONGZHILUN

贺允东 编著

*

西南交通大学出版社出版

(四川 峨眉)

四川省新华书店发行

西南交通大学出版社印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 18.3125

字数: 406 千字 印数: 1—4000 册

1988 年 12 月第一版 1988 年 12 月 第一次印刷

ISBN 7-81022-036-5/F 003

定价: 3.75 元

前 言

经济控制论是控制理论同经济学相结合的产物。早在50年代初，人们就企图把问世不久的自动控制理论应用于经济系统。几十年来，通过控制理论家和经济学家的协同努力，几乎控制理论的大多数理论和方法都在经济管理中得到了不同程度的应用，使得经济控制论成为一门内容十分丰富的学科。

近年来，我国开始注意经济控制论的研究和应用，出版了若干专著、论文和大学教材，并在建立宏观经济模型、经济政策的分析和大系统的研究等方面，取得了一些成果。

本书是适应我国大力开展软科学的新形势而编写的，是高等学校经济管理专业或工程类专业高年级大学生和研究生的教材，约60~80学时。

为使本书同时满足经济管理或工程类两方面专业的学生的要求，在编写上有下述特点：

第一，尽量使本书自成系统，不论哪一类专业的学生，通过选择有关章节，就可以读懂全书的主要内容。为此，特地编写了《数学基础》（第二章）和《经济数学简述》（第三章）。这两章可以由学生自学，也可由教师重点讲授，视不同专业而异。

第二，在加强基本理论和基本概念的同时，引入了必要的数学分析，使全书既保证重点，有一定的深度和广度，又

不致过于繁琐。

第三，为了便于读者自学，力求叙述清楚，文字精练，还配有较多数量的例题和习题。

本书共八章。第一章 引言，叙述了控制理论和经济控制论的起源、发展及其应用，强调了软科学在四化建设中的重要作用。

第二章 数学基础，扼要地回顾了线性代数、概率论和随机过程的基本知识。

第三章 经济数学简述，扼要地介绍了常用的经济数学：经济预测、线性规划和投入产出法，主要供非经济管理专业的读者学习。

第四章 经济控制系统的数学模型，不论对经济管理或工程类专业的读者都是重要的基础。它讨论了自动控制的基本概念，离散系统的差分方程、 z 变换和状态变量分析。

第五章 经济控制系统的结构特性，说明了能控性、能观性和稳定性的重要概念和应用。

第六章 连续时间系统的最优控制，在介绍变分法求解最优控制问题的基础上，着重讨论了庞特里雅金最小值原理，介绍了最优控制在经济、管理、人材培养等方面的应用。

第七章 离散时间系统的最优控制，着重讨论了动态规划和线性二次型最优控制问题。

第八章 随机经济控制，说明了大多数经济系统是随机性的，介绍了分析这种系统的方法（线性随机差分方程），最后在讨论了对未知参数和状态进行估计的基础上，叙述了卡尔曼滤波的构成和应用。

北方交通大学叶杭教授在百忙中审阅了全书，感谢他提

出了许多宝贵意见。感谢汪庆萱同志为本书描绘了插图。感谢西南交通大学出版社为本书的出版给予了极大支持。

本书编写仓促，加之作者学识有限，定有不妥之处，诚恳希望得到批评指正。

贺允东

1987年7月

于北京 北方交通大学

目 录

第一章 引 言

- 1.1 控制理论和经济控制论 1
- 1.2 软科学及其重要使命 3
- 1.3 现代控制理论和其它有关理论的主要内容、
研究方向及其在软科学中的应用 5
- 1.4 如何使控制理论和其它有关理论更好地为
经济管理服务 17

第二章 数学基础

- 2.1 线性代数的基本知识 18
 - 2.1.1 矩 阵 18
 - 2.1.2 向量组的线性相关性 28
 - 2.1.3 线性方程组 32
 - 2.1.4 二次型与正定型 37
 - 2.1.5 矩阵的微分和积分 43
- 2.2 概率论的基本知识 56
 - 2.2.1 随机变量及其概率分布 56
 - 2.2.2 随机变量的数字特征 62
 - 2.2.3 多维随机变量 64
- 2.3 随机过程基础 80
 - 2.3.1 随机函数及其分布规律 80
 - 2.3.2 随机过程的数字特征 82

2.3.3	平稳随机过程	85
2.3.4	平稳随机过程的各态历经性	89
2.3.5	正态随机过程	91
2.3.6	平稳随机过程的功率谱密度	92
2.3.7	白噪声	94

第三章 经济数学简述

3.1	经济预测	96
3.1.1	回归分析预测法	96
3.1.2	移动平均数预测法	106
3.2	线性规划	112
3.2.1	线性规划的数学模型	113
3.2.2	线性规划问题的图解法	115
3.2.3	单纯形法	119
3.2.4	线性规划问题的对偶问题	138
3.3	投入产出法	150
3.3.1	静态投入产出数学模型	151
3.3.2	动态投入产出数学模型	166
3.3.3	投入产出的应用	171
习 题		180

第四章 经济控制系统的数学模型

4.1	概 述	185
4.2	自动控制的基本概念	186
4.2.1	闭环控制系统	186

4.2.2	基本公式	188
4.2.3	信号流图	192
4.3	差分方程	194
4.3.1	线性时不变差分方程的解	195
4.3.2	多变量线性时不变差分方程	200
4.3.3	差分方程的信号流图表示	203
4.4	z 变换和 z 传递函数	204
4.4.1	z 变换的定义	205
4.4.2	z 反变换	206
4.4.3	z 变换的性质和定理	211
4.4.4	z 传递函数	215
4.4.5	用 z 变换求解差分方程	217
4.5	状态变量分析法	218
4.5.1	离散系统的状态方程	218
4.5.2	状态方程的解	222
4.5.3	由差分方程和 z 传递函数建立状态方程	232
4.5.4	动态投入产出模型的状态变量表达式	243
习 题		246

第五章 经济控制系统的结构特性

5.1	概 述	254
5.2	能控性	255
5.2.1	线性时不变系统的能控性	256

5.2.2	状态完全能控标准型	261
5.2.3	状态反馈	262
5.3	能观测性	267
5.3.1	线性时不变系统的能观测性	267
5.3.2	完全能观测标准型	271
5.4	稳定性	274
5.4.1	z 传递函数的极点同输出时间序列的 关系	274
5.4.2	鞠利判据	280
5.4.3	李亚普诺夫第二方法	283
习 题		296

第六章 连续时间系统的最优控制

6.1	概 述	300
6.2	变分法	303
6.2.1	多元函数的极值	304
6.2.2	泛函的变分法	308
6.2.3	欧拉方程——泛函极值问题	315
6.2.4	向量函数泛函极值问题	327
6.2.5	条件泛函极值问题	332
6.2.6	横截条件	335
6.3	用变分法求解最优控制问题	342
6.3.1	拉格朗日型性能指标	343
6.3.2	波尔扎型性能指标	348
6.4	庞特里雅金最小值原理	358

6.4.1	最小值原理的叙述.....	359
6.4.2	线性二次型最优控制问题.....	368
6.4.3	最优积累问题.....	384
6.4.4	人材最优分配问题.....	387
6.4.5	不可恢复资源的最优利用问题.....	392
6.4.6	最优机器保养和更新问题.....	398
6.4.7	生产库存系统的最优控制.....	403
习 题		407

第七章 离散时间系统的最优控制

7.1	概 述.....	414
7.2	动态规划.....	415
7.2.1	最优性原理.....	415
7.2.2	动态规划基本方程.....	419
7.2.3	在管理科学中的应用.....	422
7.3	线性二次型最优控制问题.....	447
7.3.1	有限终止时间状态调节器.....	453
7.3.2	无限终止时间状态调节器.....	455
7.4	庞特里雅金最小值原理.....	457
习 题		467

第八章 随机经济控制

8.1	概 述.....	471
8.2	线性随机差分方程.....	472
8.2.1	单变量线性随机差分方程.....	472

8.2.2	多变量线性随机差分方程	475
8.2.3	线性时变随机经济系统的反馈控制	488
8.3	估计概论	503
8.3.1	最小二乘估计	503
8.3.2	线性最小方差估计	521
8.3.3	最小方差估计	526
8.4	卡尔曼滤波	532
8.4.1	从加权估计说起	532
8.4.2	卡尔曼滤波公式	540
8.4.3	卡尔曼滤波的性质	548
习 题		558
附 录	哈密顿—雅可比—贝尔曼方程	563
参考资料		568

第一章 引言

1.1 控制理论和经济控制论

自动控制的思想虽然起源较早，但它发展为一门独立的学科是在本世纪 40 年代。1948 年，维纳 (Norbert Wiener) 正式提出了控制论，他的著作概括了许多理论成果，包括工业控制、火炮控制、通信系统和生物系统等。他将控制论 (Cybernetics) 定义为“关于在动物和机器中控制和通讯的科学”。同工业有关的控制理论，西方称为 Control Theory，它研究工业系统的调节和控制的一般规律。

控制理论的发展大致经历了三个阶段：

(1) 古典控制理论 (50 年代末以前)

它主要研究单输入单输出系统的控制理论和控制系统，以传递函数为工具，以频域法（拉氏变换、傅氏变换、 z 变换等）为基础，将系统的数学模型（表示成微分方程或差分方程），变换为代数方程。二次大战期间，对火炮、雷达、飞机等武器的研究，使得它在理论上、实践上有了很大的发展，建立了系统、调节、反馈、控制、稳定性等重要概念和分析方法，为现代控制理论打下了基础。

(2) 现代控制理论 (50 年代末至 70 年代初)

50 年代以后，由于宇航技术的发展，出现了高性能、高精度的复杂控制系统，要求解决多输入多输出、非线性和

时变系统的设计。现代控制理论以状态变量为基础，用数字计算机研究控制系统的时域特性，适用于上述复杂控制系统。人们认为，能控性和能观性的提出，庞特里雅金（Л.С. Понтрягин）极值原理的创立和卡尔曼（Kalman）滤波的出现，是控制理论进入现代控制理论阶段的三大标志。现代控制理论相对于古典控制理论的一个主要优点是，在设计控制系统时，不必象后者那样反复试凑，而可以借助于数学解析方法，使一个性能指标（又称目标函数等），在一定条件下取极值（极大或极小）。这种理论称最优控制理论，是现代控制理论的重要组成部分。

（3）大系统理论（70年代初到现在）

现代控制理论的日趋成熟，和控制系统的愈益复杂和庞大，70年代初出现了大系统理论。对于一个大系统，现代控制理论的状态变量分析法不能完全适应，必须寻求新的方法（详后）。

控制理论在经济系统中的应用形成了经济控制论，兰格认为（见参考资料〔7〕），“经济控制理论是用现代控制理论的科学方法分析经济过程的学科”。它所研究的经济系统，可以大至一个国家的经济系统，小至一个企业的经济系统。经济控制论还可以用于研究其它社会和管理问题，例如资源利用、设备维修和人材培养等。它同运筹学、系统分析等学科，有着十分密切的联系。正因为如此，“软科学”这一名词，已使用得日益广泛，软科学涉及到自然科学和社会科学的众多领域。

早在50年代初，控制理论就用来研究经济系统的稳定性问题。例如，1953年电工教授图斯汀（A. Tustin）证明了电网络理论能用来研究经济系统并控制和调节经济系统；

1957年艾伦(R.G.D. Allen)在《数理经济学》一书中比较系统地介绍了闭环控制、振荡、稳定性、耦合和传递因子等经济控制论的基本概念。

60年代以后,一些控制理论专家和控制工程师开始参予经济系统控制问题的研究;数理经济学与计量经济学也开始研究经济系统的动态最优化问题。70年代以来,现代控制理论和大系统理论的发展,为解决经济系统的控制问题提供了新的有效工具。经济学家和控制理论专家的协作愈益广泛和密切,在解决各类经济问题时取得了许多可喜的成果。例如,动态规划方法用来求解计量经济模型的反馈控制和最优控制问题,最小值原理用来研究最优经济增长、消费与投资的动态最优比例以及资源最优分配等一系列问题,都取得了一定的成果。现在,几乎控制理论的大多数理论和方法都在经济系统中得到了不同程度的应用,经济控制论已成为一门内容十分丰富的学科。

值得指出,我国是社会主义国家,现在实行的有计划商品经济,较之资本主义国家的自由经济,有更多的经济因素可以人为控制,这为经济控制论在我国的应用创造了十分优越的条件。80年代以来,我国的学者已开始将经济控制论用于实际,例如在建立宏观经济模型、经济政策的分析和大系统的研究等方面,已取得初步成效。

1.2 软科学及其重要使命

从1976年7月召开了我国第一次软科学工作座谈会以来,发展软科学的呼声日益高涨,愈来愈多的科技工作者认

识到加强软科学是社会主义建设的需要。

系统科学将被研究的对象分成“硬系统”和“软系统”。机器设备、交通运输工具、通讯器材、建筑物和计算机硬件等属于硬系统；财政经济、资金分配、城乡规划、能源问题、经营管理和计算机软件等属于软系统。软科学是研究硬系统和软系统发展的科学。

在四化建设中，科学技术现代化是关键。如何使它成为推动社会发展的巨大动力呢？

第一，将科技成果直接应用于生产，一方面改造传统工业，充分发挥已有设备的潜力；另一方面制造出新一代产品，更大幅度地提高生产率，为国家创造更多的财富，不断提高人民的生活水平。

第二，将科学技术作为综合的知识体系、思维工具和研究方法，把整个社会看成一个大系统，从宏观上去认识、分析和研究大系统本身以及下属的经济、社会、教育和科技等子系统，从而判断和鉴别各种复杂多变的现象，作出重大决策，全面地推动整个社会的发展和科学技术本身的进步。

后者正是软科学研究的重要使命。由此可见，在制订科学技术发展战略规划时，既不能放松硬科学的研究，更要重视软科学的发展。在当今的信息时代，“软件”是“硬件”的先导，“软件”指导着“硬件”的发展。

软科学研究涉及到自然科学和社会科学的众多领域，是多学科跨部门的综合性研究，它以系统理论、控制论、信息论、系统动力学、大系统理论和运筹学等作为理论根据，已经或正在改变凭领导者个人经验和意志办事的传统方法，使得重大决策建立在科学的分析、研究和预测的基础之上。我

国是一个大国，全局性决策的正确与否，对四化建设和十亿人民关系重大。如能在建设具有中国特色的社会主义进程中，极大地重视软科学的研究和应用，将会得到巨大的经济效益和社会效应，更快地推动社会主义的发展。

软科学在发达国家已达到相当高的水平。近年来，我国利用它对一些重大工程项目，进行了可行性研究，对一些重大经济社会决策，作了优化比较，这就使现代化建设的重大战略、方针和政策的制订，具有了较大的科学性。虽然我们已取得了初步成绩，然而，面临改革、开放和搞活的新形势，有大量的社会、经济问题亟待解决，这就要求我们在更广泛、更深刻的范围内，研究软科学，建设交叉边缘学科，使得软科学在决策民主化和科学化方面发挥更大的作用。

管理学科现在已发展为一门科学——管理科学，同软科学互相交叉。管理科学同样涉及到广泛的社会、经济、文化教育、经营管理和科学技术问题，它涉及到的人员更多、问题更具体。

不论软科学或管理科学，都有一个共同的重要点，即要求作出动态管理决策，决策同控制有着密切的关系，有时将两者并列，称控制与决策。因此，控制理论很自然地同软科学和管理科学结合起来，成为发展它们的强有力武器。

1.3 现代控制理论和其它有关理论的主要内容、研究方向及其在软科学中的应用

(一) 系统的能控性和能观测性

系统的能控性和能观测性（简称能观性）由卡尔曼于1960年提出，在现代控制理论中占有重要地位。用上述概念可以解释古典控制论的传递函数法不能阐述清楚的问题。传递函数反映的只是系统中能控和能观的子系统，如果系统不能控（或不能观，或不能控又不能观），且包含不稳定部分，则不稳定的极点将被相应的零点抵消，它们在传递函数中不能反映出来。反之，只要某些子系统不能反映出来（即零极点抵消），则或者不能控，或者不能观，或者两者兼而有之。

对一个控制系统，总希望决策（或控制）能对内部的状态变量和输出（它也可属于状态变量）实行完全控制。这即是能控性问题。如果系统的某一状态变量同控制变量无直接或间接的关系，则称不能控。对于经济系统，能控性关系到能否实现经济调节。我国是社会主义国家，现在实行的有计划商品经济不同于资本主义的自由经济，我们要求“宏观管住，微观搞活”，很多经济因素可以人为控制，因此研究经济系统的能控性十分重要。例如，研究国民经济系统哪些变量能控？哪些不能控？哪些控制作用最有效？再如，现在铁路实行经济承包制，以提高全面经济效益为中心，如何利用经济杠杆的控制作用，对铁路内部的变量起到直接或间接的控制作用，使铁路建设进入良性循环，这是极端重要的。

一般情况下，系统的状态变量不一定能完全测量出来，如能由输出变量确定状态变量，即使某些状态变量不能测量，也可以利用“状态观测器”得到它们。能观性说明，如果系统的每一状态变量都可以影响输出，或者，可以由输出得到任一状态变量的信息，则系统是能观的；反之，是不能