

高等学校试用教材

机械原理

上册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学 合编
天津大学 主编

人民教育出版社

本书除绪论外，共十五章，分上、下两册。上册包括绪论以及机构的结构分析、平面机构的运动分析、平面机构的能力分析、运动副中的摩擦和机械效率、平面连杆机构、空间连杆机构、平面高副机构的设计基础、凸轮机构等八章；下册包括齿轮机构、轮系、间歇运动机构、机构的组合与选型、机械系统动力学、机械的平衡、机构最优设计引论等七章。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的试用教材，也可供非机械类各专业师生及有关工程技术人员参考。

高等学校试用教材

机 械 原 理

上 册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院 合编
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学
天津大学主编

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

黄冈报印刷厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 12 字数 280,000
1979年4月第1版 1979年9月湖北第1次印刷
印数 00,001—80,000
书号 15012·0135 定价 1.00元

编者的话

本书是根据一九七七年十二月教育部委托召开的高等学校工科基础课机械原理、机械零件、机械设计、工程热力学、传热学教材会议讨论的机械类《机械原理》编写大纲编写的。

本书在编写时注意了基础理论的加强，在内容上有所更新和提高，并努力反映国内外的先进科学技术。与一九六二年审订的机械原理教学大纲（试行草案）相比，本书新增加的章节有：平面高副机构的设计基础；空间连杆机构；机构的组合与选型；机构最优化设计引论等。其余章节的内容也有增加和更新。考虑到当前各院校教学的实际情况，为了使本教材具有较大的灵活性和适用性，本书编写的内容较多，以便使用单位根据专业要求和学时数加以取舍。带有“*”号的部分和小号字的部分建议可作为选学内容。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的试用教材，也可供非机械类各专业师生及有关工程技术人员参考。

本书绪论和第五、十一、十二章由天津大学祝毓琥、孔伟程、石则昌、陆锡年同志编写；第一、九章由西北工业大学孙桓、付则绍同志编写；第二、三、六章由北京航空学院张启先同志编写；第四、七、八章由上海交通大学楼鸿棣、许有恒同志编写；第十、十五章由北京钢铁学院陈立周同志编写；第十三、十四章由清华大学唐锡宽、张济川同志编写。全书由天津大学祝毓琥、孔伟程、石则昌、陆锡年同志汇总，并由祝毓琥同志负责主编。

本书于一九七八年十二月在上海召开了审稿会，与会同志提出了很多宝贵的意见和建议。本书由合肥工业大学丁群曾、俞文元、郑浩然、梁锦华同志和大连工学院郭克强同志审阅，并由丁群曾同志负责主审。编者在此表示衷心的感谢。

编写组对全书虽然反复地进行了讨论和修改，但由于水平所限，特别是对一些新的章节和内容缺乏教学的实践经验，本书还会有不少缺点和错误，深望各兄弟院校的同志和读者给予批评、指正。

机械类《机械原理》编写组

一九七九年三月

上册 目录

绪论	1
第一章 机构的结构分析	5
§ 1-1 概述	3
§ 1-2 机构的组成	5
§ 1-3 运动副的分类	7
§ 1-4 机构的自由度	9
§ 1-5 机构运动简图	12
习题	16
第二章 平面机构的运动分析	18
§ 2-1 机构运动分析的目的和方法	18
§ 2-2 机构位置图的确定	18
§ 2-3 速度瞬心及其在速度分析中的应用	20
§ 2-4 用相对运动图解法作机构的速度和加速度分析	23
*§ 2-5 用瞬心和速度图解法作复杂机构的速度分析	29
§ 2-6 机构的运动线图	31
§ 2-7 用解析法作机构的运动分析	32
习题	40
第三章 平面机构的力分析	43
§ 3-1 机构力分析的目的和方法	43
§ 3-2 忽略惯性力的机构静力分析	43
§ 3-3 构件惯性力的确定	46
§ 3-4 四杆机构的动态静力分析	47
§ 3-5 多杆机构的动态静力分析	52
习题	53
第四章 运动副中的摩擦和机械效率	56
§ 4-1 研究机械中摩擦的目的	56
§ 4-2 移动副中的摩擦	56
§ 4-3 螺旋副中的摩擦	59
§ 4-4 转动副中的摩擦	60
§ 4-5 机械效率和自锁	63
习题	66
第五章 平面连杆机构	67
§ 5-1 连杆机构的应用及其设计的基本问题	67
§ 5-2 四杆机构的基本型式	68
§ 5-3 用图解法设计平面连杆机构	74
§ 5-4 用解析法设计平面连杆机构	84
习题	96
第六章 空间连杆机构	98
§ 6-1 空间连杆机构的应用、特点和研究方法	98
§ 6-2 万向联轴节及其位移的图解分析	98
§ 6-3 用图解法作含有两个球面副的空间四杆机构的位置分析	101
§ 6-4 用矩阵法作某些空间四杆机构的运动分析	104
*§ 6-5 含有两个球面副的空间四杆机构的设计	111
习题	114
第七章 平面高副机构的设计基础	116
§ 7-1 瞬心线	116
§ 7-2 瞬心线机构	119
§ 7-3 共轭曲线	122
§ 7-4 共轭曲线机构	124
*§ 7-5 欧拉-沙瓦里公式及其应用	130
习题	133
第八章 凸轮机构	134
§ 8-1 凸轮机构的应用和分类	134
§ 8-2 从动件常用运动规律	137
§ 8-3 用图解法设计平面凸轮的廓线	148
§ 8-4 用解析法设计平面凸轮的廓线	152
§ 8-5 压力角及其许用值	160
§ 8-6 齿形凸轮基圆半径的确定	162
§ 8-7 圆柱凸轮机构概述	167
*§ 8-8 高速凸轮机构简介	169
习题	172
附录 I 图解微分法和图解积分法	175
附录 II 矩阵的有关知识	177
附录 III 空间解析几何的有关知识	180
参考文献	185

绪 论

一、机械原理研究的对象

“机械原理”是“机构和机器原理”的简称。它是一门以研究机构和机器为对象的科学。

机器的种类极多，其构造、用途和性能等各不相同。例如图 0-1 所示的内燃机是由曲柄 1，连杆 2，活塞 3，气缸 4，阀门 5 和 6，阀门移位杆 7、8、9，凸轮 10 和 11 以及五个齿轮所组成。当燃气推动活塞 3 往复移动时，连杆 2 使曲柄 1 作连续转动，从而将燃气的热能转换为曲轴转动的机械能。至于燃气的定时进入气缸和排出气缸，则由齿轮、凸轮推动阀门来完成。又如图 0-2 所示为机械厂加工用的送料机，它是模拟人工操作的动作而设计的一种专用机械手，代替人工，完成一定的动作。它的动作顺序是：手指夹料；手臂上摆；手臂回转一角度；手臂下摆；手指张开放料；手臂再上摆、反转、下摆、复原。其外形图如图 0-2，a 所示。图 0-2，

b 为机械传动图，电动机通过减速装置减速后（此部分图中未画出），带动分配轴 2 上的链轮 1 转动。分配轴 2 上的齿轮 17 与齿轮 16 相啮合，把转动传给盘形凸轮 19，使杆 18 绕固定轴 O₂ 摆动。杆 18 带动连杆 20，并通过杆 9、10、11、12 和连杆 13，使加紧工件的手指 14 张开。连杆 20 与杆 9 之间可以相对转动。手指 14 的复位夹紧由弹簧实现。同时，分配轴 2 上的盘形凸轮 5 的转动，通过杆 21 和圆筒 7 可使大臂 15 绕 O₃ 轴上下摆动（O₃ 轴支承在座 8 上）。此外，圆柱凸轮 3 通过齿条 4 和齿轮传动使座 8 作往复回转。又如图 0-3 所示的圆盘刻线机，动力由电动机通过带轮 1、2，蜗杆 3，蜗轮 4，曲柄 5，连杆 6，齿扇 7，齿轮 8，棘爪 9，棘轮 10，齿轮 11、12，蜗杆 13 及蜗轮 14，使工件 15 间歇转动，以实现分度运动。要在工件上刻线，除分度运动外，还要有刻刀的切削运动，这是这台刻线机的第二条传动路线。刻刀的切削运动是从蜗轮 4 引出的，即两条传动路线来源于同一台电动机，在蜗轮 4 处分开，通过双向万向联轴节 20，凸轮 19，使带有刻刀的滑板 17 在机架 21 的导槽中往复移动，以实现刻刀的往复切削运动。凸轮 18 使刻刀在后退时抬起，以保护刀刃不被磨损。棘爪 22，棘轮 23，定位鼓轮 24 和定位螺钉 25 是用来控制所刻线条的长短的。再如发电机是一个转子（电枢）和一个定子（即机身）所组成。当发电机被拖动时，它便将转子转

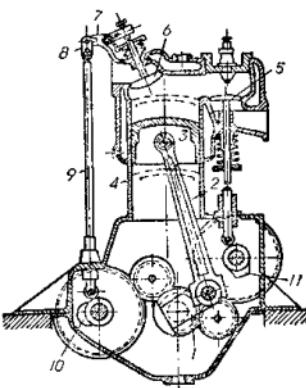


图 0-1

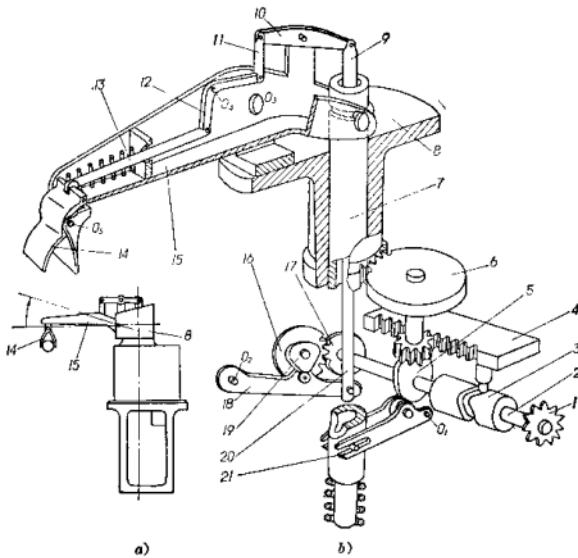


图 0-2

动的机械能转换为电能。从以上四例可以看出，这些机器的构造、用途和性能各异，但是从它们的组成和运动确定性以及与功、能的关系来看，却有三个共同的特征：

- 1) 它们都是一种人为的实物的组合；
- 2) 它们各部分之间具有确定的相对运动；
- 3) 在生产劳动中，它们能用来代替人类的劳动以完成有用的机械功或转换动能。

凡同时具备上列三个特征的便称为机器。

机构也是人为的实物组合，其各部分之间具有确定的相对运动。所以机构只具备了机器的前两个特征，从结构和运动的观点来看，两者之间并无区别。因此，为了简化叙述，常用“机械”一词作为“机构”和“机器”的总称。

任何一种机械都是由三大部分组成：

原动部分：是机械动力的来源。最常见的原动机有电动机、内燃机、液压马达和空气压缩机等。

工作部分：处于整个传动路线的终点，完成机械预想的动作，它随着所要求的工艺动作和性质不同而异，其结构形式完全取决于机械本身的用途。

传动部分：是一部机械中，把原动机的运动和功率传递给工作部分的中间环节，如齿轮机构、凸轮机构、连杆机构等均是。

近代机械又有第四个部分，即自动控制部分。

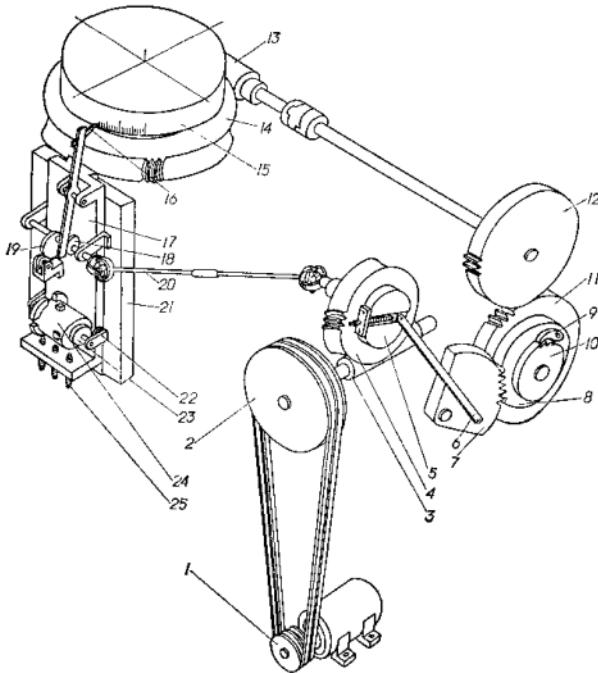


图 0-3

二、机械原理课程的内容

如前所述，机械原理是一门以研究机构和机器为对象的学科。为了科学的系统性和便于教学起见，在机械原理课程中，我们将其归纳为如下三部分内容来讨论：

机构的结构：研究机构的运动确定性和机构的组成。

机构的运动学：不考虑引起机构运动的力的作用，而从几何的观点来研究机构各点的轨迹、位移、速度、加速度的求法和机构的运动规律，以及按工作要求来设计各种常用机构的方法，如齿轮机构、凸轮机构、连杆机构、间歇运动机构的设计等。随着生产发展的要求，还将讨论机构的组合与选型等内容。

机器动力学：研究在机械运动过程中作用在各构件上的力的求法和确定机械效率的方法，并研究在已知力作用下机械的真实运动规律，以及作用力、运动构件的质量和这些构件的运动之间的关系，即机械系统过渡过程和稳定运动状态下的动力学问题、机械的调速问题和惯性力的平衡问题。

综上所述，就其解决问题的性质而言，机械原理课程研究的内容可以分为两大类：第一类问题是对已有机械的研究，即机构的分析（结构分析、运动分析和动力分析）；第二类问题是按要求

设计新的机械，即机构的综合。

解决上述问题的方法有图解法与解析法。图解法直观易懂，但精度较低；解析法精度较高，但有时计算复杂。

近年来，由于电子计算机的出现和发展，对机械原理学科的发展产生了深远的影响。应用电子计算机，可以进行高阶、非线性方程的求解；可以进行多方案的比较，从几十套甚至几百套方案的分析与比较中求得最佳的方案。与此同时，还可以应用电子计算机来编制各种机构的曲线图、数表和诺模图等。目前属于这方面的资料有两类：一类是根据机构综合方法建立的，在一定范围内能求解机构参数的设计曲线图、数表和诺模图；另一类是表示机构主要参数与运动特性和动力特性之间关系的曲线图。最近几年的研究开始偏重于建立机械原理问题的基本的标准程序。例如，建立在机构杆组基础上的标准程序库，调用这种程序可以解决杆组串联、并联及混合机构的分析问题；此外还对一些典型机构——连杆机构、凸轮机构、齿轮机构等编制了运动分析和动力分析的标准程序。

总之，在机械原理学科中应用电子计算机，不仅可以提高科学研究、工程设计的工作效率，解决了过去认为很难或甚至于不可能解决的一些问题，而且为机械原理研究开辟了内容极为丰富的新领域。如工程设计最优法在机械原理问题中的应用，使得有可能按照某一设计准则，在给定约束条件下求得机构的最佳解。可以断言，电子计算机的应用必将促进机械原理这门学科的进一步发展，并将使机械原理的理论在工程实践中获得更加广泛的应用。

三、学习本课程的目的

机械原理是以高等数学、物理、机械制图和理论力学为基础的，它研究各种机械的共同问题，为以后学习机械零件和有关专业课程以及掌握新的科学技术成就打好理论基础，并能使学生受到某些必要的基本技能训练。因此，机械原理是机械类各专业的一门很重要的基础技术课程，有承上启下的作用，在教学计划中占有十分重要的地位。

另一方面，机械原理在发展国民经济方面也具有重要意义。为了实现祖国的四个现代化，就要在一切部门实现生产的机械化和自动化，就需要创造出大量新的优质的多品种的机械设备，同时又要改进现有的机械设备。在完成这个伟大的任务中，机械原理也将起着重要的作用。

第一章 机构的结构分析

§ 1-1 概述

如绪论所述，本课程对机械的研究主要有两方面的任务：一方面是对已有机械的分析问题，包括结构分析、运动分析和动力分析。通过分析，掌握机械的运动性能和动力性能，以便合理有效地使用它们，或对改进设计提供依据；另一方面是新机械的设计问题，即根据运动和动力方面的要求拟定机械的传动方案，包括选用哪些机构？机构各部分的尺寸关系如何？各部分机构之间的运动如何协调配合等，而最基本的要求是实现机械预期的确定的运动。

显然，不论是对已有的机械进行分析研究，还是设计新的机械，都必须首先对机构的结构进行分析，了解各种机构是怎样组成的，机构的结构情况对其运动有何影响，机构在什么条件下才能具有确定的运动，以及如何用简单的图形把不同结构的机构清楚地表示出来，以便进行分析研究和进一步设计等等。所有这些问题，都将在本章进行研究。

§ 1-2 机构的组成

由绪论中的分析可知，各种机械的形式、构造及用途虽然各不相同，但它们的主要部分却都是由一些机构所组成。所以机构应是我们着重研究的对象。

一、构件

任何机械都是由若干零件组成的。但是，从研究机械运动的观点来看，并不是所有零件都独立地影响着机械的运动，而往往是由于结构上和工艺上的需要，把几个零件刚性地联结在一起，使它们作为一个整体而运动。这些刚性地联结在一起的各个零件之间，不能产生任何相对运动，也就是说，它们构成了一个运动的单元体。机械中每一个运动单元体就称为一个构件(或简称为“杆”)。

从运动的观点分析机械时，构件是组成机械的基本单元体。它既可以是由若干个零件刚性地联结在一起组成，也可以是一个独立运动的零件。而零件则是从制造的观点来分析机械时，组成机械的每一个单独加工的单元体。例如图 1-1 所示的内燃机连杆，在内燃机中是作为一个整体而运动的，所以它是一个构件，但从制造的观点来看，它却是由分别加工的连杆体 1、连杆头 2、轴套 3、轴瓦 4、螺栓 5、螺母 6 等许多零件组成的。

二、运动副

机械中的所有构件都应具有确定的运动，而不能随意乱动。为了满足这个要求，必须对各构

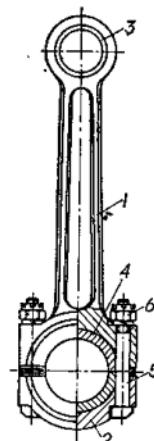


图 1-1

件的运动加以约束。这种约束，是由构件之间的相互联接引入的。

机械中的每一个构件，至少必须与另一构件相联接，但这种联接不应使它们成为一个运动单元体，而应保证它们之间仍能产生某些相对运动。由两个构件构成的这种仍能产生某些相对运动的联接称为运动副。例如图 1-2 所示轴与轴承的配合，图 1-3 所示两齿轮的轮齿与轮齿的啮合就都构成了运动副。

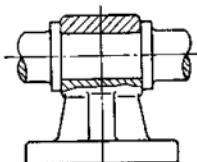


图 1-2



图 1-3

两构件构成运动副，不外乎是通过点、线或面的接触来实现。两构件通过点或线接触而构成的运动副统称为高副；两构件通过面接触而构成的运动副统称为低副。两构件上能够参与接触而构成运动副的部分称为运动副元素。

三、运动链

两个以上的构件通过运动副的联接而构成的系统称为运动链。如果运动链的各构件没有构成首末封闭的系统（如图 1-4, a），则这样的运动链称为开式运动链，或简称开链。设开链中构件的数目为 N ，运动副的数目为 p ，则由于两个构件才能构成一个运动副，而且当继续增加构件时，每增加一个构件必然同时增加一个运动副，所以

$$N = p + 1 \quad (1-1)$$

如果运动链的各构件构成首末封闭的系统（如图 1-4, b, c），则称为闭式运动链，或简称闭链。闭链中只有一个封闭形的（图 1-4, b）称为单环闭链；有两个封闭形的（图 1-4, c）称为双环闭链；依次类推。在图 1-4, b 所示单环闭链中，构件数 N 为 4，运动副数 p 也为 4，而环数为 1，或表示为 $(p - N) + 1 = (4 - 4) + 1 = 1$ ；在图 1-4, c 所示双环闭链中，构件数 N 为 6，运动副数 p 为 7，而环数为 2，或表为 $(p - N) + 1 = (7 - 6) + 1 = 2$ 。在一般情况下，设闭链中的构件数为 N ，运动副数为 p ，环数为 L ，则三者有如下关系

$$L = p - N + 1 \quad (1-2)$$

在各种机械中，一般都采用闭链。这是因为闭链中各构件构成了首末封闭的系统，所以若动其一杆（或少数几杆）就可牵动其余各杆，因此，只需给其一杆（或少数几杆）以已知的运动，则其

余所有构件便都可得到确定的运动。

四、机构

在运动链中，如果以其某一构件作为参考坐标系，而且当其另一构件（或少数几个构件）按给定的运动规律（相对该坐标系）运动时，其余所有构件都将得到确定的运动，那末，这个运动链便成为一个机构。

机构中作为参考坐标系的构件称为机架。一般情况下，机械安装在地面上，那末机架相对于地面是固定不动的。如果机械是安装在运动的物体（如车、船、飞机等）上，那末机架相对于该运动物体是固定不动的，而相对于地面则是运动的。

机构中按给定运动规律运动的构件称为主动件，在一般情况下，主动件也常是驱动机构运动的外力所作用的构件，即原动件。而其余的运动构件则称为从动件。在主动件按已知运动规律运动时，从动件都将作完全确定的运动。

通过以上分析可见，机构是由若干构件通过运动副的联接而构成的，而且其各构件之间具有完全确定的相对运动。

根据组成机构的各构件之间的相对运动为平面运动或空间运动，可以把机构分为平面机构和空间机构两类。

§ 1-3 运动副的分类

两构件构成运动副后，它们之间的相对运动将受到约束，从而使它们之间只能产生某些相对运动。至于两构件构成运动副后尚能产生哪些相对运动，则与它们所构成的运动副的性质有关，亦即与运动副所引入的约束情况有关，现说明如下：

如图 1-5 所示，一个构件在尚未与其他构件构成运动副之前，在空间可以产生六个独立的运动（即沿 X 、 Y 及 Z 轴的三个移动和绕 X 、 Y 及 Z 轴的三个转动），即具有六个自由度。要确定这个构件在空间的位置，就需要给定六个独立的运动参数（例如构件上一点 A 的三个坐标 x_A 、 y_A 、 z_A ，及构件上过 A 点的某一标线与以 A 为原点的三个坐标轴中任意两轴的夹角 α 、 β 和构件绕该标线由某一起始位置算起的转角 γ ）。当该构件与其他构件构成运动副后，由于两构件互相接触，其某些独立运动将

因受到运动副的约束而消失，因此其自由度将减少。而且减少的数目应等于约束的数目。又因两构件构成运动副后，仍须保证能产生一定的相对运动，故运动副引入的约束的数目最多为五个，而剩下的自由度最少为一个。

根据运动副引入的约束的数目，可把运动副分为五级：引入一个约束的运动副称为Ⅰ级副，引入两个约束的运动副称为Ⅱ级副，依此类推。现将常用的各级运动副及其简图和代表符号列于表 1-1 中。

根据构成运动副的两构件之间的相对运动为平面运动或空间运动，也可以把运动副分为平

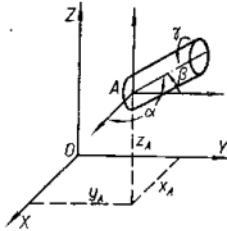
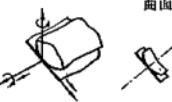
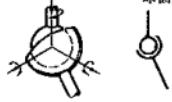
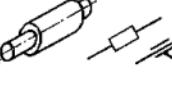
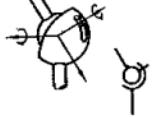
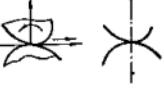
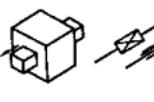
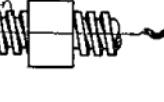


图 1-5

表 1-1 常用各级运动副及其简图和代表符号

级 别	约 束 数	自 由 度	图 形 及 简 图									
I	1	5	运动数	回 转	移 动							
			许可的	3	2							
			约束的	0	1							
	2											
			运动数	回 转	移 动							
II	2	4	许可的	2	2							
			约束的	1	1							
												
	3		运动数	回 转	移 动							
			许可的	3	0							
III	3	3	约束的	0	3							
												
			运动数	回 转	移 动							
	4		许可的	1	1	运动数	回 �转	移 动	运动数	回 转	移 动	
			约束的	2	2	许可的	2	0	许可的	1	1	
IV	2	2	约束的	1	3	约束的	1	3	约束的	2	2	
												
			运动数	回 转	移 动	运动数	回 转	移 动	运动数	回 转	移 动	
	5		转动副			转动副			转动副			
												

而运动副和空间运动副两大类。平面运动副有转动副、移动副和平面高副；而空间运动副中，常见的则有球面副、球销副、圆柱副和螺旋副等。

§ 1-4 机构的自由度

机构能够产生的独立运动的数目称为机构的自由度。绝大多数机构都只有一个自由度，对于这样的机构，只要使其一个构件按给定的运动规律运动，机构的运动便完全确定了。也就是说，要使这样的机构具有确定的运动，只要有一个主动件就行了。而对于具有两个自由度的机构，要使其具有完全确定的运动，就必须同时给机构两个给定的独立的运动规律，即一般需要有两个主动件。依此类推。

前面提到，一个构件在尚未与其他构件构成运动副之前，它在空间具有6个自由度。设某一机构共有n个运动构件（因为以机架作为参考坐标系，所以机架不计算在内），那末，在这些构件未通过运动副联接起来之前，它们应共有 $6n$ 个自由度，即能产生 $6n$ 个独立的运动。但是，在机构中，每一构件必须与其他构件相联接而构成运动副，而当两构件构成运动副以后，它们的运动就受到约束，因此它们的自由度也随之减少，至于自由度减少的数目，则因运动副的性质不同而不同，并且应等于运动副引入的约束的数目。现设该机构中共有 p_1 个I级副， p_2 个II级副， p_3 个III级副， p_4 个IV级副和 p_5 个V级副，则各运动副引入的约束总数（亦即各构件构成运动副后机构自由度减少的数目）应为 $(p_1+2p_2+3p_3+4p_4+5p_5)$ ，于是，该机构实际剩下的自由度（设以w表示）应为

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (1-3)$$

这就是一般空间机构的自由度的计算公式。

但是应当指出，根据各运动副的结构和布置情况，机构的所有构件常同时受到某些相同的公共约束。例如在图1-6所示的平面四杆机构中，其所有构件只能在XY平面内运动，这就使此平面机构的所有构件的运动受到相同的公共约束，即均不能沿Z轴移动和绕X及Y轴转动。这就是说，该机构的所有构件共受到三个公共约束。设机构所受的公共约束的数目以m表示，则对于平面机构，因 $m=3$ ，故其自由度的计算公式应为

$$\begin{aligned} w &= (6-3)n - (5-3)p_5 - (4-3)p_4 \\ &= 3n - 2p_5 - p_4 \end{aligned} \quad (1-4)$$

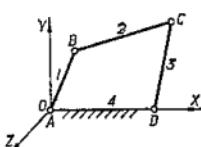


图 1-6

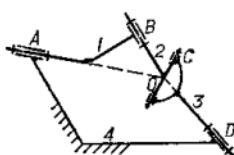


图 1-7

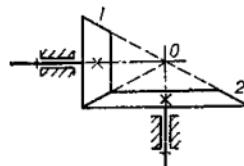


图 1-8

又如图1-7所示的球面四杆机构，构件1、2、3及4共构成A、B、C、D四个转动副，且所有转动副的轴线汇交于一点O。由于在此机构中各构件构成的转动副的轴线汇交于一点，所以各构

件间的相对运动只能是转动，而不能产生相对移动。因此，该球面机构各构件所受到的公共约束数 m 也等于3，其自由度也可以用式(1-4)计算。

再如图1-8所示的圆锥齿轮机构，两轮的锥顶汇于一点 O ，在此机构中，只能产生两轮绕其轴线的转动和两轮齿廓间的滑动，即只能产生三个独立的运动，所以其所受的公共约束数 m 也等于3，其自由度也可以用式(1-4)计算。

根据机构中运动副的结构和布置情况的不同，机构所受的公共约束数 m 可以为0、1、2、3及4，而各机构自由度的计算公式可以一般地写为

$$w = (6-m)n - \sum_{k=m+1}^{k=5} (k-m)p_k \quad (1-5)$$

式中 k 为运动副的级别序号。

根据式(1-5)计算机构自由度的关键是正确地确定机构所受的公共约束数 m 的值。如前所述，对于一般的空间机构， $m=0$ 。对于平面机构和球面机构(圆锥齿轮机构可以看做是含有高副的球面机构)， $m=3$ 。对于少数其他机构，也有 $m=1$ 、 $m=2$ 及 $m=4$ 的情况，图1-9(该机构的任何构件都不可能沿 X 轴方向移动，故 $m=1$)、图1-10(该机构的任何构件都不可能绕 Y 轴转动和沿 Z 轴方向移动，故 $m=2$)及图1-11(该机构的构件只能沿 x 轴和 y 轴方向移动，故 $m=4$)分别给出了一个例子。关于 m 值的详细讨论现在有不少文献^{[11]、[21]、[3]}，但还缺少简单易行而又准确可靠的方法，而且由于实际机械中常用的机构大多数是属于 $m=0$ 的一般空间机构和 $m=3$ 的平面机构和球面机构，特别是 $m=3$ 的平面机构，所以对于 m 值就不过多的讨论了。

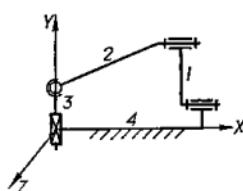


图 1-9

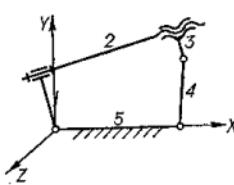


图 1-10

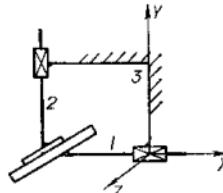


图 1-11

又在利用公式(1-5)计算机构的自由度时，除应正确地确定其 m 值外，还应注意以下几种情况：

1. 复合铰链

多于两个的构件同时在一处以转动副相联接，即构成所谓复合铰链。

例如图1-12,a所示就是三个构件在一处以转动副相联接而构成的复合铰链。由图b可见，这三个构件共构成两个转动副。同理，若有 K 个构件以复合铰链相联接，则他们所构成的运动副数目应等于 $(K-1)$ 。在计算机构的自由度时，应注意是否有复合铰链，以免把运动副的数目算错，导致自由度计算的错误。

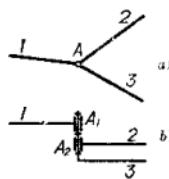


图 1-12

2. 局部自由度

在机构中某些构件具有的局部的并不影响其他构件运动的自由度称为机构的局部自由度。例如图 1-13, a 所示平面凸轮机构的自由度为

$$w = 3n - 2p_s - p_i = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 = 2$$

这是为了减轻高副元素的磨损，在凸轮 1 与从动件 2 之间安装了一个滚子 3。显然，滚子 3 绕其轴 A 的转动并不影响其他构件的运动。因为如图 b 所示，如果将滚子 3 和从动件 2 焊成一个构件，此凸轮机构的运动与图 a 所示的情况并无两样，这时，机构的自由度为

$$w = 3n - 2p_s - p_i = 2 \times 3 - 2 \times 2 - 1 = 1$$

所以滚子 3 绕其轴 A 转动的自由度为一局部自由度。

在计算机构的自由度时，应注意机构中是否有局部自由度。如果存在局部自由度，应将其除去不计。

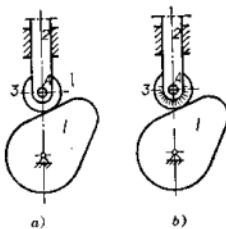


图 1-13

$$f = 3 \times 2 - 2 \times 1 - 1 = 1$$

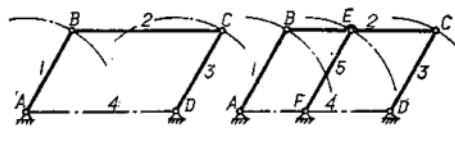


图 1-14

3. 虚约束

在机构中，有些运动副的约束可能与其他运动副的约束重复，因而这些约束对机构的运动实际上并没有约束作用，故称这类约束为虚约束。例如在图 1-14, a 所示的平行四边形机构中，连杆 2 作平移运动，其上各点的轨迹均为圆心在 AD 线上而半径等于 AB 的圆弧。根据式(1-4)，该机构的自由度为

$$w = 3n - 2p_s - p_i = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

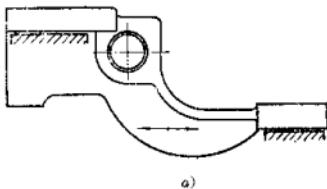
现如图 1-14, b 所示，如果在该机构中再加上一个构件 5，与构件 1、3 平行而且长度相等，虽然这对该机构的运动并不会发生任何影响，但此时机构的自由度却变为

$$w = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$$

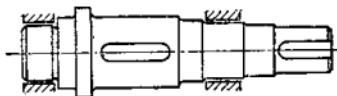
这是因为加上构件 5 后，虽然多了三个自由度，但由于构成了转动副 E 及 F，却各引入了两个约束，所以结果相当于对机构多引入了一个约束。不过，如上所述，这个约束，对机构的运动并没有约束作用，所以它是一个虚约束。在计算机构的自由度时，应将虚约束除去不计，故该机构的自由度实际上仍为 1。

机构中的虚约束常发生在下述情况：

- 1) 轨迹重合，例如图 1-14, b 所示；
- 2) 两构件同时在几处接触而构成几个移动副，且各移动副的导路互相平行（图 1-15, a）；或



a)



b)

图 1-15

者两构件同时在几处配合而构成几个转动副，且各转动副的轴线互相重合（图 1-15，b）；

3) 在机构的运动过程中，如果其两构件上的两点之间的距离始终保持不变，那末如将此两点以构件相联接（图 1-16），则因此而引入的约束也是虚约束。例如在图 1-16 所示的平面四杆机构中，由于构件 $AB \perp CD$, $AE \perp DF$ ，所以当其运动时，构件 1 上的 E 点与构件 3 上的 F 点之间的距离是始终保持不变的，所以，如将 E、F 两点以构件 5 联接起来，则因此而引入的约束便是虚约束。

由以上所述可见，机构中的虚约束，都是在一些特定的几何条件下出现的。如果这些几何条件实际上未能满足，则这些虚约束将变为实际有效的约束，而使机构的运动受到约束。所以，从保证机构运动和便于加工装配等方面来说，应尽量减少机构中的虚约束。

综上所述，在计算机构的自由度时，必须正确地处理机构中的复合铰链、局部自由度和虚约束等问题，才能得到正确的计算结果。

此外还必须指出，公式(1-5)只能用来计算单环闭链，或虽系多环闭链，但各环的公共约束数目相同的机构的自由度。如果机构有多个环，而环的公共约束数目又不相同，则机构自由度的计算就比较麻烦，需要时可参考文献^[18]。

§ 1-5 机构运动简图

在对已有的机械进行分析研究时，或者在设计新的机械时，都要首先作出能够表明其运动情况的机构运动简图。由于从运动的观点来看，各种机械都是由构件通过运动副的联接而构成的，而构件的运动则决定于运动副的结构情况和位置。所以，只要按机构各构件的实际尺寸，以一定的比例尺定出各运动副的位置，就可用运动副的代表符号（需采用 GB 138-74 所规定的机动示意图的代表符号，表 1-2 中摘录了常用的一部分供参考）和简单的线条把机构的运动情况表示出来。这种表示机构运动情况的简单图形，称为机构运动简图。

机构运动简图应与原机构具有完全相同的运动特性，它不仅可以表示出机构的运动情况，而且可以根据该图进一步以图解法进行机构的运动分析和力分析。

有时，只需表明机构的运动情况，而不需要用图解法求出其运动参数的数值，也可不要求严格地按比例绘制简图，这样的机构运动简图通常称为机构示意图。

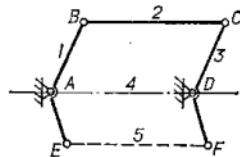


图 1-16

表 1-2 常用机构示意图代表符号(摘自 GB138-74)

名 称	代 表 符 号	名 称	代 表 符 号
轴、杆、连杆等	—	链传动	
轴、杆的固定支座			
杆的固定联接			
零件与轴的联接		外啮合 圆柱齿轮机构	
弹性联轴器			
万向联轴器		内啮合 圆柱齿轮机构	
啮合式联轴器			
摩擦式离合器		齿轮齿条传动	
压缩弹簧			
拉伸弹簧		蜗杆蜗轮传动	
在支架上的电机			
平型带传动		圆锥齿轮机构	
三角带传动		凸轮机构	
		棘轮机构	