

奥林匹克

数学

思维训练教材

主审：陈永高（中国数学奥林匹克队领队）

小学四年级



★
奥林匹克思维训练系列

奥林匹克数学思维训练教材

小学四年级

主审：陈永高（中国数学奥林匹克队领队）

知识出版社

策划设计:可一工作室

责任编辑:盛力王秋

图书在版编目(CIP)数据

奥林匹克数学思维训练教材. 小学四年级/崔恒兵,
夏建国主编. -北京:知识出版社,2002.5

ISBN 7-5015-3410-1

I. 奥... II. ①崔... ②夏... III. 数学课-小
学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002)第 031322 号

编 者: 奥林匹克数学思维训练教材编写组

出版发行: 知识出版社

(北京阜成门北大街 17 号 电话:88372203)

<http://www.ecph.com.cn>

印 刷: 安徽芜湖金桥印刷有限责任公司

经 销: 全国新华书店

版 次: 2002 年 6 月第 1 版

印 次: 2002 年 6 月第 1 次印刷

印 张: 5.5

开 本: 850 × 1168 1/32

字 数: 110 千字

ISBN 7-5015-3410-1/G·1799

定 价: 7.30 元

《奥林匹克思维训练教材》编委会

主 审:

陈永高 1962年3月出生,现为南京师范大学数学与计算机科学学院教授、博士生导师。主要从事数论方面的研究,在国内外核心期刊上发表论文40多篇。曾主持霍英东教育基金项目一项和国家自然科学基金项目一项;正承担国家自然科学基金一项。曾到匈牙利、印度等国家和中国香港地区进行合作研究和访问。2000年和2001年先后担任中国数学奥林匹克队副领队和领队,带队参加在韩国举办的第41届和在美国举办的第42届国际数学奥林匹克比赛,均获团体总分第一,参赛队员均获金牌。

主 编:

崔恒兵 1969年11月生,现为南京师范大学数学与计算机科学学院讲师,南京数学会副秘书长。从事数学奥林匹克竞赛与研究多年。曾编写“中小学数学奥林匹克教材”、“华杯赛”集训题典》。

副主编:

夏建图 1963年9月生,博士后,现为南京师范大学数学与计算机科学学院副教授、硕士生导师。主要从事 Tits 几何方面的研究,正承担国家自然科学基金一项。从事数学奥林匹克竞赛与研究多年。

本册主编:陈 波

本册编委:于 冷

前 言

陈永高

数学被人们喻为思维训练的体操，对培养学生的个性、发展学生的智能有着极其重要的作用。很多学生从小就非常喜欢数学，希望在数学方面能得到良好的教育和引导，并力求有较好的发展。为满足广大数学爱好者的求知欲望，推广和普及数学奥林匹克教育和教学工作，各种数学兴趣培训班应运而生。这类培训以培养兴趣、拓宽思路、提高能力、开发智力为宗旨，受到老师、家长的普遍欢迎，取得较好的社会效果。

“南师大少年科技培训中心”（原南师大奥林匹克学校）就是由南京师范大学于1990年创办、以数学兴趣培训为主的一所培训机构，由著名数学家、博士生导师、前任国家奥林匹克总教练单樽教授和我一起担任培训中心顾问，由我们南师大数学系中青年骨干教师担任主讲。经过十多年的教学研究，培养了一批又一批优秀学生，其中大多被重点中学“理科实验班”或“数学实验班”免试录取，并在“华杯赛”、“小数赛”等各类比赛中取得优异成绩。为了帮助各类培训班提供一套难易适中，集知识性、趣味性、科学性、选拔性于一体的培训教材，本套《奥林匹克数学思维训练教材》由那些在“南师大少年科技培训中心”任教十多年的教师编写，内容多数是由授课时的讲稿整理而成，非常实用。这套系列教材从小学一年级至初中三年级，立足于学生的基础知识，着眼培养学生的灵活运用知识的能力，以思维训练为核心，以浅近的内

容、活泼多样的形式,渗透了现代数学的基本思想,力求覆盖面广、趣味性强。考虑学生的认知规律,每个年级分二十讲左右,每讲包含知识要点、例题选讲、小结、课后练习。例题力求典范、新颖、独特,解法力求简练、灵活、别致,着眼于提高学生的解题能力和数学思维能力,练习有详细解答,便于学生自学自练,也便于教师及家长辅导学生。为了不加重学生负担,本套教材前后虽有一定的连贯性,但每册又自成体系,每讲篇幅少、内容精,按每周学习两课时,一学年学完。

本套教材与目前奥林匹克图书市场上名牌教材《华罗庚数学奥林匹克教材》(由知识出版社、前任国家奥林匹克总教练单墀主编),堪称姊妹篇,有不少作者同时是这两套书的编者或编委。比较而言,《华罗庚数学奥林匹克教材》相对难些,对学生的要求相对高些,比较适合竞赛和强化班使用;本套《数学奥林匹克思维训练教材》则在内容和难易程度上更贴近一般学生,贴近小学数学课的常规教学,力求基础知识和竞赛能力双“丰收”,因此特别适合学校或社会上各种奥林匹克培训班作为教材使用。两套教材互为补充,相得益彰,全方位地展示了奥林匹克数学的特殊魅力,让学生从中感受到美感和动力,从而喜欢数学、迷恋数学。条件许可的情况下,两套书可配合使用,则会收到事半功倍的效果。

本套教材在编写过程得到许多从事一线教学的特高级教师和专门从事数学奥林匹克竞赛的领队和教练的帮助和支持,在此,一并致以衷心的感谢。最后,愿广大师生及家长喜欢这套教材,希望本套教材在培养学生数学能力和提高学习兴趣方面有所作为,这是我们为提高全民族素质所尽的一点微薄之力。

(陈永高主审系全国著名年轻数学家、南师大数学系博士生导师、中国数学奥林匹克队领队)

目 录

第一讲	速算与巧算(一)	1
第二讲	速算与巧算(二)	8
第三讲	简单的数列问题(一)	16
第四讲	简单的数列问题(二)	21
第五讲	定义新运算	27
第六讲	和差问题	32
第七讲	倍数问题	38
第八讲	年龄问题(二)	44
第九讲	还原问题(一)	50
第十讲	还原问题(二)	55
第十一讲	盈亏问题(一)	62
第十二讲	盈亏问题(二)	66
第十三讲	鸡兔同笼(一)	71
第十四讲	鸡兔同笼(二)	76
第十五讲	归一问题	81
第十六讲	相遇问题	86

第十七讲	追及问题	94
第十八讲	流水问题	100
第十九讲	数字谜(一)	106
第二十讲	数阵图(二)	115
第二十一讲	一笔画(二)	124
第二十二讲	逻辑推理(一)	134
参考答案		140

第一讲 速算与巧算(一)

计算是数学的基础,在计算中,我们既要做到正确,还要做到快速、巧妙,这样不仅能节省计算时间,还能提高分析问题的能力,促进智力发展。

本讲主要介绍整数加减计算中速算与巧算的技巧。

整数计算不仅要正确掌握四则运算的法则与运算的顺序,而且更重要的是要掌握整数的运算技巧,即应用运算定律、运算性质或利用某些公式使计算简便。这就要求在整数计算时细心观察与分析,找到尽可能简便的算法。

一、运用加法运算定律凑整

加法运算中的运算定律有:

1. 加法交换律:两个数相加,交换加数的位置,它们的和不变,即:

$$a + b = b + a$$

2. 加法结合律:三个数相加,可以先把前两个数相加,再加上第三个数,也可以先把后两个数相加,再同第一个数相加,它们的和不变,即

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

在整数加法运算中,通常利用加法交换律和结合律把几个能够凑成整十、整百、整千……的数先相加,再与题中剩下的数相加。

【例1】 简便计算:

$$(1) 34 + 66$$

$$(2) 34 + 53 + 66$$

$$(3) 679 + 27 + 321$$

$$(4) 1234 + 5678 + 8766 + 4322$$

【分析】 对于算式(1) $34 + 66$, 同学们很容易得到答案 100, 再观察算式(2), 我们可以根据加法的交换律和结合律, 把能够凑成整百的 34 和 66 两个数先相加, 再与剩下的数 53 相加, 这样计算比较简便。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } (2) \quad & 34 + 53 + 66 \\ & = (34 + 66) + 53 \\ & = 100 + 53 \\ & = 153 \end{aligned}$$

同样, (3) 式中的 679 和 321 可以先相加凑成整千, 再与 27 相加。(4) 式中的 1234 和 8766, 5678 和 4322 都可以先相加凑成整万, 最后再把两个和相加。

$$\begin{aligned} (3) \quad & 679 + 27 + 321 \\ & = (679 + 321) + 27 \\ & = 1000 + 27 \\ & = 1027 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & 1234 + 5678 + 8766 + 4322 \\ & = (1234 + 8766) + (5678 + 4322) \\ & = 10000 + 10000 \\ & = 20000 \end{aligned}$$

【例 2】 简便计算:

$$(1) 35 + 66$$

$$(2) 9998 + 3 + 99 + 998 + 3 + 9$$

$$(3) 19999 + 29999 + 3999 + 499 + 59$$

【分析】 题目中没有能够凑成整十、整百、整千……的数, 但是有些数很接近, 我们可以把(1)中的 35 分解成 $1 + 34$, 这样 34 就可以与 66 凑成整百了, (2) 中的整数 3 可以分解成 $2 + 1$, 分别加到它

前后的数上凑整,对于(3)式可以分别给这五个数添加上它们凑整所需的1,最后再减去这五个1,即5。

$$\begin{aligned} \text{【解】 (1)} \quad & 35 + 66 \\ & = 34 + 1 + 66 \\ & = (34 + 66) + 1 \\ & = 100 + 1 \\ & = 101 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & 9998 + 3 + 99 + 998 + 3 + 9 \\ & = 9998 + 2 + 1 + 99 + 998 + 2 + 1 + 9 \\ & = (9998 + 2) + (1 + 99) + (998 + 2) + (1 + 9) \\ & = 10000 + 100 + 1000 + 10 \\ & = 11110 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & 199999 + 29999 + 3999 + 499 + 59 \\ & = (199999 + 1) + (29999 + 1) + (3999 + 1) + (499 + 1) + \\ & \quad (59 + 1) - 5 \\ & = 200000 + 30000 + 4000 + 500 + 60 - 5 \\ & = 234560 - 5 \\ & = 234555 \end{aligned}$$

通过例2,我们知道还可以这样“凑整”:把算式中的一个加数分解成两部分,或者在算式中添加一个数,使其能与式中其他加数凑成整十、整百、整千……

【思考】 通常把什么样的数分解?通常添加什么样的数?
(一般分解、添加的都是较小的数,而且要能与式中其他数凑整)

【例3】 某校共10个班,各班人数分别为54、47、51、52、48、50、49、53、51和48,求全校总人数。

【分析】 当许多大小不同彼此又比较相近的数相加时,可选择其中一个数——最好是整十、整百、整千……的数作为计算的基础,再找出每个加数与这个数(叫做基准数)的差。大于基准数的差

作为加数,小于基准数的差作为减数,再把这些差累计起来。用加数的个数乘基准数,加上累计差就是答案。在本例中我们选50为基准数。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } & 54 + 47 + 51 + 52 + 48 + 50 + 49 + 53 + 51 + 48 \\ & = 50 \times 10 + (4 + 1 + 2 + 3 + 1) - (3 + 2 + 1 + 2) \\ & = 500 + 11 - 8 \\ & = 503 \end{aligned}$$

二、运用四则运算性质凑整

在四则运算中我们曾学过一些运算性质:

1. 某数减去两个数的差,等于先减去第一个数,再加上第二个数,即:

$$a - (b - c) = a - b + c$$

2. 反过来,某数先减去一个数,再加上第二个数等于某数减去这两个数的差,即:

$$a - b + c = a - (b - c)$$

3. 某数减去几个数的和,等于连续减去这几个数,即:

$$a - (b + c) = a - b - c$$

4. 反过来,某数连续减去几个数,等于某数减去这几个数的和,即:

$$a - b - c = a - (b + c)$$

5. 在加法和减法的混合运算中,可以交换减数、加数的位置。但必须在交换位置时,连同前面的运算符号一起“搬家”,运算的结果不会改变。

【例4】 简便计算:

$$(1) 697 - (197 - 84)$$

$$(2) 748 - 293 + 193$$

【分析】 (1)式是一个数减两个数的差,根据上面的性质1,可以变成 $697 - 197 + 84$ 。

(2)式是748减去一个数再加上一个数,根据上面的性质2,可

以变成 $748 - (293 - 193)$ 。

$$\begin{aligned}\text{【解】 (1)} \quad & 697 - (197 - 84) \\ & = 697 - 197 + 84 \\ & = 500 + 84 \\ & = 584\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2)} \quad & 748 - 293 + 193 \\ & = 748 - (293 - 193) \\ & = 748 - 100 \\ & = 648\end{aligned}$$

【例 5】 简便计算：

$$\text{(1)} 1647 - (528 + 647) \qquad \text{(2)} 1472 - 73 - 127$$

【分析】 (1) 式是一个数减两个数的和，这里的和不是整十、整百、整千……的数，但其中的一个加数是被减数的一个尾数，可以根据上面介绍的性质 3 来简算。(2) 式可根据性质 4 简算。

$$\begin{aligned}\text{【解】 (1)} \quad & 1647 - (528 + 647) \\ & = 1647 - 528 - 647 \\ & = 1647 - 647 - 528 \\ & = 1000 - 528 \\ & = 472\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2)} \quad & 1472 - 73 - 127 \\ & = 1472 - (73 + 127) \\ & = 1472 - 200 \\ & = 1272\end{aligned}$$

【例 6】 简便计算：

$$\text{(1)} 3932 - 2998 \qquad \text{(2)} 1759 - 998 - 103$$

【分析】 这两题中的减数都分别比较接近一个整百数、整千数，我们可以分别看作先减去一个整百数、整千数，如果少减了要

再减,如果多减了要再加上。

$$\begin{aligned}\text{【解】 (1)} \quad & 3932 - 2998 \\ & = 3932 - 3000 + 2 \\ & = 932 + 2 \\ & = 934\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & 1759 - 998 - 103 \\ & = 1759 - 1000 + 2 - 100 - 3 \\ & = 1759 - 1000 - 100 + 2 - 3 \\ & = 659 + 2 - 3 \\ & = 658\end{aligned}$$

【例 7】 简便计算:

$$(1) 474 - 57 + 126 - 243 \qquad (2) 936 - 867 - 99 + 267$$

【分析】 这两题的综合性较强。

$$\begin{aligned}\text{【解】 (1)} \quad & 474 - 57 + 126 - 243 \\ & = 474 + 126 - (57 + 243) \\ & = 600 - 300 \\ & = 300\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & 936 - 867 - 99 + 267 \\ & = (936 - 99) - (867 - 267) \\ & = (936 - 100 + 1) - 600 \\ & = 837 - 600 \\ & = 237\end{aligned}$$

【小结】 在这一讲中,我们介绍了简便运算的一种基本方法——凑整法。即利用加法运算定律、利用找基准数、四则运算性质,在题目中凑出整十、整百、整千……的数,达到速算的目的。

练习一

用简便方法计算下列各题：

1. (1) $72 + 67 + 28$

(2) $804 + 600 + 1400 + 250 + 196 + 1750$

(3) $76543 + 498$

(4) $799998 + 79997 + 7996 + 797 + 18$

2. 计算： $75 + 86 + 83 + 72 + 78 + 80 + 81 + 79 + 87$

3. 某班 10 个同学的身高(单位:厘米)分别为:149,165,150,168,171,156,169,161,158,143,求这 10 个同学的平均身高。

4. (1) $989 - 271 - 529$

(2) $30000 - (1596 + 10000)$

(3) $2536 - (558 + 536)$

(4) $2938 - 3755 + 1755$

(5) $1742 - (742 - 125)$

(6) $2187 - (1432 - 3113)$

(7) $9126 - 998$

(8) $542 - 39 - 58$

5. (1) $478 - 128 - 72 + 122$

(2) $1234 - 789 + 66 + 389$

(3) $537 - (428 - 363) - 172$

(4) $947 + (372 - 447) - 572$

*6. 计算： $194 - 85 - 82 + 197 - 81 - 80 + 200 - 79 - 78 + 202 - 77 + 207$

第二讲 速算与巧算(二)

在第一讲中同学们学习了加、减法运算中速算与巧算的基本方法,这一讲我们接着介绍乘、除法运算中速算与巧算的一些方法。

一、运用乘法运算定律巧算

乘法中的运算定律有:

1. 乘法交换律:两个数相乘,交换因数的位置,积不变,即

$$a \times b = b \times a$$

2. 乘法结合律:三个数相乘,可以把前两个数先相乘再乘以第三个数,也可以把后两个数先相乘再与第一个数相乘,积不变,即

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

3. 乘法分配律:两个数的和与一个数相乘,可以用这两个数分别与这一个数相乘,再把所得的积相加,即

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

4. 乘法分配律的推广:

$$(1) a \times c + b \times c = (a + b) \times c$$

$$(2) (a - b) \times c = a \times c - b \times c$$

【例1】简便计算:

$$(1) 48 \times 125$$

$$(2) 125 \times 5 \times 32 \times 5$$

【分析】同学们应记得一些特殊的积,如: $2 \times 5 = 10$, $4 \times 25 = 100$, $8 \times 125 = 1000$, $625 \times 8 = 5000$ 等。当我们看到例题(1)中出现了这些特殊积中的某些因数如125,很希望能够得到另一些因数如8,从而乘出来得到整千这样的数。实际上,根据乘法的交换律和结

合律,可把因数48“拆分”为 6×8 ,从而得到我们需要的因数8。

同样道理,根据题(2)中出现的 $125, 5 \times 5 = 25$ 这些因数,我们可以将32拆分成 8×4 ,从而得到特殊乘积所需的8、4。

$$\begin{aligned} \text{【解】 (1)} \quad & 48 \times 125 \\ & = 6 \times 8 \times 125 \\ & = 6 \times (8 \times 125) \\ & = 6000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & 125 \times 5 \times 32 \times 5 \\ & = 125 \times 5 \times 4 \times 8 \times 5 \\ & = (125 \times 8) \times (5 \times 5 \times 4) \\ & = 1000 \times 100 \\ & = 100000 \end{aligned}$$

【例2】 简便计算:

$$\text{(1)} \quad 12400 \div 25$$

$$\text{(2)} \quad 1378000 \div 125$$

【分析】 如果我们已熟记了那些特殊的乘式,对于这两道题会很自然想到要将被除数拆分。

$$\begin{aligned} \text{【解】 (1)} \quad & \text{原式} = 124 \times 100 \div 25 \\ & = 124 \times (100 \div 25) \\ & = 124 \times 4 \\ & = 496 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & \text{原式} = 1378 \times 1000 \div 125 \\ & = 1378 \times (1000 \div 125) \\ & = 1378 \times 8 \\ & = 11024 \end{aligned}$$

【例3】 简便计算:

$$\text{(1)} \quad 1247 \times 99$$

$$\text{(2)} \quad 678 \times 101$$

$$\text{(3)} \quad 184 \times 17 + 184 \times 63$$

$$\text{(4)} \quad 496 \times 837 - 496 \times 637$$