

# 必胜数学

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

代数

初中三年級

全国重点中学特高级教师 编写

全力打造

- 全 全过程 全训练 全综合
- 新 新理念 新方法 新题型
- 真 真精讲 真精练 真解析

完全档案

中国少年儿童出版社

# 必胜数学

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

代 数

初 中 三 年 级

主编：张乃达

编写：李亦通 黄险峰 李 明

张晓林 陈海彬

完  
全  
档  
案

NB1232/08

中国少年儿童出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

必胜完全档案. 初三代数 / 张乃达编. —北京: 中国少年儿童出版社, 2002

ISBN 7-5007-3626-6

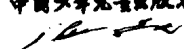
I. 必… II. 张… III. 代数课—初中—教学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 034464 号

# 必胜代数·完全档案

初三代数

BI SHENG DAI SHU WAN QUAN DANG AN

 出版发行: 中国少年儿童出版社  
出版人: 

主 编: 张乃达  
主持编辑: 陈效师  
责任编辑: 刘维维

装帧设计: 钱 明  
封面设计: 徐 枝  
责任印务: 栾永生

社 址: 北京东四十二条二十一号  
电 话: 010-64032266

邮政编码: 100708  
咨询电话: 65956688-31

印 刷: 北京集惠印刷有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 850×1168 1/32  
2002 年 6 月北京第 1 版  
字 数: 204 千字

印 张: 8.875 印张  
2002 年 7 月北京第 1 次印刷  
印 数: 1—10000 册

ISBN 7-5007-3626-6/G·2418

(初三语、代、英) 总定价: 29.40 元 本册: 9.80 元

图书若有印装问题, 请随时向本社出版科退换

版权所有, 侵权必究。

# 前 言

本套丛书是以全日制普通初级和高级中学教科书（试验修订本）为依据而编写的，供使用人教版最新教材的初、高中各年级学生学习和使用。

长期以来，如何全面而系统地掌握各学科的基础知识，打牢扎实的学习基本功？如何确定和把握教材中的重点、难点，做到以点带面、融汇贯通？如何运用所学的知识正确地解析各类习题（特别是疑难问题），做到举一反三、触类旁通？以及如何根据学子们的年龄与思维特征，逐步地启迪和培养其综合分析与创新的能力？——这些一直都是广大同学与企盼子女能够学业有成的家长所共同关心，并热切渴望得到解决的问题。本丛书正是以解决这些问题为目标，汇集了目前国内一大批具有丰富教学经验的中学特、高级教师及部分资深教育专家共同精心编写的。丛书所阐述的学习方法及选用的各种例题与习题，都是这些著名的教育专家多年从事教学工作心血的结晶。其中有许多是第一次与广大读者见面，它的出版，为我国广阔的教辅图书市场增添了一颗绚丽的明星。

全书共设有“目标浏览”、“实践探究”、“点拨引导”、“开拓创新”、“知识结构”、“专题研究”、“反馈评估”等七个栏目，从不同角度和侧面对教材中的知识点、重点和难点进行了扼要的介绍、细致的讲解、全面的分析与深入的研讨。是一套与教材紧密结合，具有极强的指导性、实用性与可读性的优秀综合助学读物。丛书的主要特点有：

**点面结合 结构合理** “目标浏览”，简要地指出了每节知识和

能力的要求,提示重点、难点。“知识结构”,对全章知识的相互关系或体系,作出具体说明或列出知识网络图,加以归纳和总结,重点明确突出,知识体系脉络清晰。

**精讲细解 注重实效** “实践探究”,精选部分典型例题,详加分析讲解,力求使学生领会解题思路、夯实基础。“点拨引导”,对重点、难点作深入的剖析、释疑,对学生疑惑的问题,给予科学、详尽的点拨。以梯次递进的有效方式,将对一般问题的回答与对疑难问题的解析,浑然溶为一体。

**循序渐进 拓展创新** “开拓创新”,对有关知识作了适当的引伸、扩展,介绍和探讨了不同的解题方法及实际应用中有创意的问题,进一步提升了学生的智能水平。“专题研究”,对各章节中重要的有综合意义的问题或方法,进行了深入的探究和拓展。这两个栏目的设立,为学生认识能力与思维能力的提高,开辟了广阔的空间。

**自检自测 寓教于练** “反馈评估”,每一小节均精选了一定数量与教学内容密切联系的精典试题,以供学生自我训练与评估使用。在每章(单元)之后,又设有针对性很强的测试卷,以便学生自我检测之用。习题演练是学习的一项极为重要的内容,也为学生检测自己的理解、论证与解题能力,提供了一条佳径。

书山有路勤为径,学海无涯“巧”作舟。我们所说的“巧”,是指能迅速地掌握准确的基本概念、娴熟的解题技巧、富有想象力的创新思维,而这正是我们编写此书的宗旨。同时,也是我们献给广大师生与读者的一份厚礼!

编者

2002年6月

## 第十二章 一元二次方程

### 一、一元二次方程

#### 12.1 一元二次方程

##### 【目标预览】

1. 了解整式方程和一元二次方程的概念, 会判定一个方程是不是一元二次方程;

2. 能熟练地将一元二次方程化为一般形式, 并准确写出其各项的系数.

##### 【点拨引导】

##### 1. 一元二次方程的三要素

一个方程是一元二次方程必须同时满足三个条件:(1)是整式方程;(2)只含有一个未知数;(3)未知数的最高次数是2. 据此可以判断一个方程是不是一元二次方程.

##### 2. 一元二次方程的一般形式

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0) \quad \text{①}$$

称为一元二次方程的一般形式. 任何一个一元二次方程经过化简、变形都可以写成这样的形式.

(1) 要特别注意  $a \neq 0$  的条件. 如果  $a = 0$ , 方程①就不是一元二次方程;

(2) ①式中的  $ax^2$  称为二次项,  $a$  称为二次项系数;





$bx$  称为一次项,  $b$  称为一次项系数;  $c$  称为常数项.

### 【实例探究】

例 1 下列方程中, 是一元二次方程的是 ( )

A.  $5x^2 - xy - y = 0$

B.  $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

C.  $(x+1)(x-1) = x^2 - x$

D.  $\sqrt{3}x^2 + 2x - 1 = 0$

分析 A 中的方程含有两个未知数, 它不是一元方程. B 中的方程分母上含有未知数, 故它不是整式方程. C 中经过整理化为  $x=1$ , 它是一元一次方程. 因此, 正确答案应是 D.

例 2 下列式子(1) $2x^2 - 3x - 1$ , (2) $\sqrt{2x^2 + 1} - 2x = 0$ , (3) $ax^2 + bx + c = 0$ , (4) $3m^2x + 4m - 2 = 0$ , (5) $x^3 - 2x + 1 = 0$ , (6) $(k^2 + 1)x^2 + kx - 5 = 0$  中, 属  $x$  的一元二次方程的个数是 ( )

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

分析 (1) 式中虽然含有  $x$  的二次三项式, 但它不是等式, 故不是方程.

方程(2)中根号下含有  $2x^2 + 1$ , 不是整式, 故不是一元二次方程.

方程(3)中  $a$  可能为零, 故(3)不一定是一元二次方程.

方程(4)中  $x$  的最高次数为 1, 故(4)不是一元二次方程.

方程(5)中  $x$  的最高次数为 3, 故也不是.

方程(6)中二次项系数  $k^2 + 1$  一定不等于零, 所以一定是一元二次方程.

所以(6)是一元二次方程. 故选 A.

例 3 将方程  $\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - \frac{x}{2} = 2$  化成一般形式后是 \_\_\_\_\_, 其中二次项系数是 \_\_\_\_\_, 一次项系数是 \_\_\_\_\_,





常数项是\_\_\_\_\_.

**分析** 先将方程化为一般形式

去分母得  $(x+1)^2 - 2x = 8$ ,

整理有  $x^2 - 7 = 0$ .

二次项系数为 1, 一次项系数为 0, 常数项为 -7.

**注意:** 写出一元二次方程各项系数前, 必须先将方程化为一般形式.

**例 4** 判断关于  $x$  的方程  $ax^2 + (x + b^2 - 3)x = c$  何时为一元二次方程, 何时为一元一次方程?

**分析与解答** 先将方程化为一般形式, 再讨论. 去括号, 得

$$ax^2 + x^2 + b^2x - 3x = c,$$

移项, 合并同类项, 得  $(a+1)x^2 + (b^2-3)x - c = 0$ .

当  $a+1 \neq 0$ , 即当  $a \neq -1$  时, 原方程是一元二次方程;

当  $a+1=0$  且  $b^2-3 \neq 0$ , 即  $a = -1$  且  $b \neq \pm\sqrt{3}$  时, 原方程是一元一次方程.

## 【反馈评估】

### 一、选择题

1. 方程  $x^2 - 3 = -3x$  化成一元二次方程的一般形式后, 它的各项系数是 ( )

A. 0, -3, -3

B. 1, -3, 3

C. 1, 3, -3

D. 1, -3, -3

2. 下列方程是一元二次方程的是 ( )

A.  $7x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$

B.  $x^2 - 5\sqrt{x} + 4 = 0$

C.  $3x^2 - \frac{4}{x} + 6 = 0$





D.  $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

3. 若  $kx^2 - 3x + k^2 - 1 = 0$  是关于  $x$  的一元二次方程, 则 ( )

A.  $k \neq 1$

B.  $k \neq 0$  且  $k \neq 1$

C.  $k \neq 0$

D.  $k$  为一切实数

## 二、填空题

1. 将方程  $(x+1)(x-2) = 5x - 2$  化成一元二次方程的一般形式后是 \_\_\_\_\_, 其中二次项系数是 \_\_\_\_\_, 一次项系数是 \_\_\_\_\_, 常数项是 \_\_\_\_\_.

2. 若方程  $(a+1)x^2 - (c^2 - 5)x + 2 = 0$  是关于  $x$  的一元二次方程, 则  $a \neq$  \_\_\_\_\_,  $c$  是 \_\_\_\_\_.

3. 方程  $3x = 5 + 17x^2$  的一次项系数是 \_\_\_\_\_.

4. 根据方程解的定义, 下列方程 (1)  $\sqrt{5}x^2 = 0$  (2)  $-\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$

(3)  $(\sqrt{2} + 1)x^2 - 4\frac{1}{2} = 0$  (4)  $-\frac{3}{4}x^2 + (\sqrt{7} - 3) = 0$  中有实数解的是 \_\_\_\_\_.

5. 方程  $(k + \sqrt{3})x^2 - kx + 6 = 0$ , 当  $k$  \_\_\_\_\_ 时, 是一元二次方程.

## 三、解答题

1. 当  $k$  为何值时, 方程  $(3y - 2)(y + 1) = ky^2 - 1$  是关于  $x$  的一元二次方程?

2. 已知关于  $x$  的方程  $(m^2 - 4)x^2 + (m + 2)x - 3 = 0$ , (1) 当  $m$  为何值时, 此方程为一元二次方程? 写出这个一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项.

(2) 当  $m$  为何值时, 此方程为一元一次方程? 并求出此方程的根.





## 12.2 一元二次方程的解法

## 【目标浏览】

1. 能够掌握用直接开平方法解一元二次方程, 会用直接开平方法解形如  $(x-a)^2 = b (b \geq 0)$  的方程;
2. 初步掌握用配方法解一元二次方程, 会用配方法解含有数字系数的一元二次方程;
3. 掌握一元二次方程的求根公式的推导, 能够运用求根公式解一元二次方程;
4. 会用因式分解法解某些一元二次方程.

## 【点拨引导】

本小节是本章的重点内容. 能灵活运用一元二次方程的四种解法解方程是学习的基本要求. 重点是公式法和因式分解法; 难点是配方法和求根公式的推导.

## 1. 直接开平方法

用直接开平方法解一元二次方程的理论根据是平方根的定义, 适合解形如  $(x-m)^2 = n (n \geq 0)$  的方程, 得解为  $x = m \pm \sqrt{n}$ ; 当  $n < 0$  时, 显然方程两边在实数范围内不可能相等, 故无实数解.

## 2. 配方法

用配方法解一元二次方程的一般步骤:

- (1) 化: 化二次项系数为 1;
- (2) 移: 移项, 使方程左边为二次项和一次项, 右边为常数项;
- (3) 配: 配方, 方程两边都加上一次项系数一半的平方, 使原方程变为  $(x+m)^2 = n$  的形式;
- (4) 开: 如果方程的右边是非负数, 就可用直接开平方法求





出  $x + m = \pm\sqrt{n}$ ;

(5) 解: 方程的解为  $x = -m \pm \sqrt{n}$ .

### 3. 公式法

用公式法解一元二次方程的一般步骤:

(1) 把一元二次方程化为一般形式:  $ax^2 + bx + c = 0$ ;

(2) 确定  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值, 求出  $b^2 - 4ac$  的值;

(3) 若  $b^2 - 4ac \geq 0$ , 则把  $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $b^2 - 4ac$  的值代入求根

公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , 求出  $x_1$  和  $x_2$ . 若  $b^2 - 4ac < 0$ , 则原方程无解.

### 4. 因式分解法

用因式分解法解一元二次方程的理论根据是, 如果两个一次因式的乘积等于零, 那么这两个因式至少有一个等于零; 反之, 如果两个因式有一个等于零, 它们的乘积就等于零.

用因式分解法解一元二次方程的一般步骤:

(1) 将方程右边化为 0;

(2) 将方程的左边分解为两个一次因式的乘积;

(3) 由两个因式分别为 0, 得两个一元一次方程;

(4) 分别解之, 得原方程的解.

在解一元二次方程时, 需根据方程的特点选择适当的方法, 选择的顺序一般为: 直接开平方法、因式分解法、公式法.

## 【实例探究】

### 1. 直接开平方法

例 1 用直接开平方法解下列方程

$$(1) \frac{1}{2}x^2 - 8 = 0; \quad (2) (7x - 2.1)^2 = 1.96.$$

分析与解答 用直接开平方法解方程, 需先将方程化成左边是含有未知数的完全平方式, 右边是非负常数的形式, 再根据平





方根的定义求解.

(1) 移项得  $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ,

方程两边同乘以 2,  $x^2 = 16$ .

$\therefore x$  是 16 的平方根, 即  $x = \pm 4$ ,

$\therefore x_1 = 4, x_2 = -4$ .

(2) 由平方根的定义可知  $7x - 2.1$  是 1.96 的平方根.

$\therefore 7x - 2.1 = \pm \sqrt{1.96}$  即  $7x - 2.1 = \pm 1.4$ ,

$\therefore 7x = 2.1 \pm 1.4, x = \frac{1}{7}(2.1 \pm 1.4)$ ,

$\therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{10}$ .

### 随堂练习

1. 对形如  $(x + m)^2 = n$  的方程( )

A. 都可以用直接开平方法求解

B. 当  $n \geq 0$  时, 有  $x = \pm \sqrt{n} - m$

C. 当  $n \geq 0$  时, 有  $x = \pm \sqrt{n - m}$

D. 当  $n \geq 0$  时, 有  $x = m \pm \sqrt{n}$

2. 若  $y^2 = \sqrt{64}$ , 则  $y = ( )$

A. 8

B.  $\pm 8$

C.  $2\sqrt{2}$

D.  $\pm 2\sqrt{2}$

3. 用直接开平方法解下列方程

(1)  $x^2 = 2\frac{1}{4}$

(2)  $48x^2 - 27 = 0$

(3)  $(6x - 7)^2 = 9$

(4)  $(x + \sqrt{2})^2 = (1 + \sqrt{2})^2$

### 答案

1. B    2. D

3. (1)  $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$     (2)  $x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = -\frac{3}{4}$





(3) 提示:  $6x = 7 \pm 3$ .  $\therefore x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = \frac{2}{3}$

(4) 提示:  $x + \sqrt{2} = \pm(1 + \sqrt{2})$  即  $x = -\sqrt{2} \pm (1 + \sqrt{2})$   $\therefore x_1 = 1, x_2 = -2\sqrt{2} - 1$

## 2. 配方法

**例 2** 用配方法解下列方程

(1)  $2x^2 + 1 = 5x$ ; (2)  $x^2 + px + q = 0 (p^2 \geq 4q)$ .

**分析** 可以按照配方法的解题步骤分步求解.

**解** (1) 方程两边同除以 2, 并移项得

$$x^2 - \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}.$$

方程两边都加上一次项系数一半的平方,

$$\text{得 } x^2 - \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2,$$

$$\text{即 } \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{17}{16},$$

$$\therefore x - \frac{5}{4} = \pm \frac{1}{4}\sqrt{17}.$$

$$\therefore x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}.$$

(2) 移项得  $x^2 + px = -q$ ,

方程两边都加上一次项系数一半的平方,

$$\text{有 } x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q,$$

$$\text{即 } \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2 - 4q}{4}.$$

$$\because p^2 \geq 4q, \therefore p^2 - 4q \geq 0.$$

$$\therefore x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\frac{p^2 - 4q}{4}},$$

$$\therefore x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}.$$





## 随堂练习

## 1. 将下列各式配方

(1)  $x^2 - \frac{2}{5}x + \underline{\hspace{1cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(2)  $x^2 + \sqrt{2}x + \underline{\hspace{1cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(3)  $x^2 - px + \underline{\hspace{1cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(4)  $a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \underline{\hspace{1cm}}\right) = a(x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(5)  $4x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} = 4(x + \underline{\hspace{1cm}})^2 + \underline{\hspace{1cm}}$

2. 方程  $x^2 - 6x = -7$  的左边配成完全平方式后, 应变形为  
( )

A.  $(x-6)^2=2$

B.  $(x-3)^2=-7$

C.  $(x-3)^2=13$

D.  $(x-3)^2=2$

## 3. 用配方法解下列方程

(1)  $x^2 + x - 1 = 0$

(2)  $x^2 - 3 = 7x$

(3)  $9x^2 + 6x - 1 = 0$

(4)  $x^2 + 2mx - 4 = 0$

## 答案

1. (1)  $\left(\frac{1}{5}\right)^2, \frac{1}{5}$  (2)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2, \frac{\sqrt{2}}{2}$  (3)  $\left(\frac{p}{2}\right)^2, \frac{p}{2}$

(4)  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2, \frac{b}{2a}$  (5)  $\frac{1}{6}, \frac{2}{9}$

2. D

3. (1)  $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  (2)  $x_1 = \frac{7+\sqrt{61}}{2}, x_2 =$

$\frac{7-\sqrt{61}}{2}$  (3)  $x_1 = \frac{-1+\sqrt{2}}{3}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{2}}{3}$

(4)  $x_1 = -m + \sqrt{4+m^2}, x_2 = -m - \sqrt{4+m^2}$

## 3. 公式法

例3 用公式法解下列方程





$$(1) 11x^2 - 5x - 1 = 0; \quad (2) (3x + 1)(x - 3) = 1.$$

分析 解题时, 把方程化成一般形式.

解 (1)  $\because a = 11, b = -5, c = -1,$

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 11 \times (-1) = 25 + 44 = 69,$$

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{69}}{2 \times 11} = \frac{5 \pm \sqrt{69}}{22},$$

$$\therefore x_1 = \frac{5 + \sqrt{69}}{22}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{69}}{22}.$$

(2) 将原方程化为一般形式为  $3x^2 - 8x - 4 = 0.$

$\because a = 3, b = -8, c = -4,$

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 3 \times (-4) = 64 + 48 = 112,$$

$$\therefore x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{112}}{2 \times 3} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{3},$$

$$\therefore x_1 = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{3}, x_2 = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{3}.$$

例 4 用公式法解关于  $x$  的方程

$$ax(a - x) - ab^2 = b(b^2 - x^2) \quad (a \neq b).$$

解 将原方程化为一般式为

$$(a - b)x^2 - a^2x + ab^2 + b^3 = 0.$$

$\because A = a - b, B = -a^2, C = ab^2 + b^3,$

$$\begin{aligned} B^2 - 4AC &= (-a^2)^2 - 4(a - b)(ab^2 + b^3) \\ &= a^4 - 4a^2b^2 - 4ab^3 + 4ab^3 + 4b^4 \\ &= a^4 - 4a^2b^2 + 4b^4 = (a^2 - 2b^2)^2. \end{aligned}$$

$\because a \neq b, \therefore a - b \neq 0,$

$$\therefore x = \frac{a^2 \pm \sqrt{(a^2 - 2b^2)^2}}{2(a - b)} = \frac{a^2 \pm (a^2 - 2b^2)}{2(a - b)},$$

$$\therefore x_1 = a + b, x_2 = \frac{b^2}{a - b}.$$

注意 在求根公式中,  $\sqrt{(a^2 - 2b^2)^2} = |a^2 - 2b^2| = \pm(a^2 - 2b^2)$ , 因根号前已有“ $\pm$ ”号, 故开方后的“ $\pm$ ”号可省略不写.





## 随堂练习

1. 用公式法解下列方程

$$(1) x^2 - 7x - 3 = 0; \quad (2) x^2 - 8x + 15 = 0;$$

$$(3) x^2 + 3x + 10 = 0; \quad (4) x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0.$$

2. 用公式法解下列关于  $x$  的方程:

$$(1) x^2 - 6ax + 5a^2 = 0;$$

$$(2) abx^2 - (a^2 - b^2)x - ab = 0 (ab \neq 0).$$

答案

$$1. (1) x_1 = \frac{7 + \sqrt{61}}{2}, x_2 = \frac{7 - \sqrt{61}}{2}; \quad (2) x_1 = 3, x_2 = 5$$

$$(3) b^2 - 4ac = 9 - 40 < 0, \therefore \text{原方程无解}$$

$$(4) x_1 = \sqrt{3} + 2, x_2 = \sqrt{3} - 2$$

$$2. (1) x_1 = a, x_2 = 5a \quad (2) x_1 = -\frac{b}{a}, x_2 = \frac{a}{b}$$

## 4. 因式分解法

例 5 用因式分解法解下列方程

$$(1) x^2 + 2 = 2\sqrt{2}x;$$

$$(2) (x+5)^2 = (2x-5)^2;$$

$$(3) 3x^2 + 13x + 4 = 0;$$

$$(4) (x+3)^2 + 2(x+3) - 15 = 0.$$

解 (1) 移项得  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0,$

由完全平方公式有  $(x - \sqrt{2})^2 = 0,$

$$\therefore x_1 = x_2 = \sqrt{2}.$$

**注意** 当方程的两个根相等时, 应写成  $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$ , 表示方程有两个根, 若写成  $x = \sqrt{2}$ , 则少了一个根.

$$(2) \text{移项得 } (2x-5)^2 - (x+5)^2 = 0,$$

$$[(2x-5) + (x+5)][(2x-5) - (x+5)] = 0,$$

$$\therefore 3x(x-10) = 0, \therefore 3x = 0 \text{ 或 } x - 10 = 0,$$





解得  $x_1=0, x_2=10$ .

(3) 运用十字相乘法可得

$$(3x+1)(x+4)=0, \therefore 3x+1=0 \text{ 或 } x+4=0,$$

解得  $x_1=-\frac{1}{3}, x_2=-4$ .

(4) 原方程可化为  $[(x+3)+5][(x+3)-3]=0$ ,

即  $(x+8) \cdot x=0, \therefore x=0 \text{ 或 } x+8=0$ .

解得  $x_1=0, x_2=-8$ .

**例 6** 用因式分解法解例 4.

**分析与解答** 将原方程化为一般形式后, 因式分解法应为首选方法.

原方程可化为  $(a-b)x^2 - a^2x + ab^2 + b^3 = 0$ ,

即  $(a-b)x^2 - a^2x + b^2(a+b) = 0$ .

运用十字相乘法可得

$$\begin{array}{r} (a-b) \quad \quad -b^2 \\ \times \\ \hline 1 \quad \quad -(a+b) \\ -(a-b)(a+b) + (-b^2) = -a^2 \end{array}$$

$$[(a-b)x - b^2][x - (a+b)] = 0.$$

$$\therefore (a-b)x - b^2 = 0 \text{ 或 } x - (a+b) = 0.$$

$$\because a \neq b, \therefore a-b \neq 0.$$

$$\therefore x_1 = \frac{b^2}{a-b}, x_2 = a+b.$$

### 随堂练习

1. 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 代数式  $x^2 - 3x - 9$  和  $5 + 2x$  的值相等

2. 方程  $(\sqrt{2}-1)x^2 - (3-\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$  的解为( )

A.  $\sqrt{2}-1, \sqrt{2}$

B.  $1, \sqrt{2}+1$

C.  $\sqrt{2}+1, \sqrt{2}$

D. 以上都不是

3. 用因式分解法解下列方程

