

宋文南

李树鸿 编

张 尧

电力系统 潮流计算

天津大学出版社

内 容 提 要

本书详细讨论了用计算机进行电力系统潮流计算。除讨论牛顿法、快速解耦法、二阶法等基本算法外,还讨论了 Ward 和 REI 等值、交直流系统潮流计算、随机潮流计算和不对称系统潮流计算等。

本书可作为电力系统及有关专业本科生选修课教材及研究生参考教材,也可供工程技术人员参考。

电 力 系 统 潮 流 计 算

宋文南 李树鸿 张 尧 编

天津大学出版社出版

(天津大学内)

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

开本: 787×1092毫米1/32 印张: 8 1/8 字数: 181千字

1990年8月第一版 1990年8月第一次印刷

印数: 1—1500

ISBN7-5618-0193-9

TP·26

定价: 1.65元



前 言

电力系统潮流计算是计算电力系统稳态运行状况。它根据已知的运行条件，如节点负荷、电源情况及网络结线和各元件参数等确定电力系统的运行状态，主要是各节点电压和各支路（元件）通过的电流（功率）。潮流计算是确定电力系统运行方式的基本计算，也是电力系统规划、设计及运行管理的基础。

当电力系统及其运行方式都比较简单时，计算是用手工进行的。随着电力事业的发展，系统及其运行方式日益复杂，对计算的要求也日益提高，手算就不能满足潮流计算的要求，需要借助计算工具。

早期应用的计算工具有直流计算台和交流计算台。直流计算台应用直流电源和电阻元件，只能用于交流电力系统潮流的近似计算，或用于可忽略电力系统各元件电阻的计算如短路电流的计算。交流计算台计算精度受到限制，求解的电力系统规模也不能过大，因而它们的应用受到一定限制。

电子数字计算机的出现，尤其是其内存和计算速度的飞跃发展，使它完全适应了电力系统潮流计算的需要。一些新的数学方法的引入，也使它的应用日益完善。因此，电子数字计算机已成为当前电力系统潮流计算的主要工具。

本书讨论的潮流计算方法都是以应用数字计算机解算为前提的。为使读者对潮流计算有完整的了解，第一、二章先讨论潮流计算的基本方法和稀疏技术的应用。第三章讨论计及非线性

性项即通常称作二阶牛顿法的计算方法。大型电力系统中，在只需要仔细研究其中某一部份时，其余部份常以等值的简化网络对待，所以第四章讨论电力系统等值问题。第五章讨论高压直流输电（HVDC）系统引入后的潮流算法。在需要综合考虑系统多种运行方式或对规划中的系统需要考虑预测精度时，引入了随机方法。第六章讨论随机潮流的计算。第七、八章分别讨论了不对称电力系统潮流算法和运行方式变更时潮流的简化算法。各种潮流的计算方法都在发展中，所以，本书只讨论各种计算方法的基本原理。

本书由宋文南主编，各章节分别由张尧（第一、二、三章）、李树鸿（第四、八章及第二章第四节）和宋文南（第五、六、七章）编写。限于我们的水平，谬误之处敬请读者及同行指正。

目 录

第一章 电力系统潮流计算的基本方法	(1)
第一节 概述.....	(1)
第二节 潮流计算的牛顿-拉夫逊法	(3)
第三节 含PQV节点的潮流算法	(32)
第四节 快速解耦法.....	(41)
第二章 稀疏技术的应用	(50)
第一节 节点导纳矩阵及其稀疏存储.....	(50)
第二节 网络方程的求解方法.....	(63)
第三节 节点编号顺序的优化.....	(84)
第四节 稀疏向量求解法.....	(89)
第三章 精确修正方程的潮流算法	(101)
第一节 算法原理.....	(102)
第二节 直角坐标的潮流算法.....	(110)
第四章 电力系统潮流等值	(129)
第一节 概述.....	(129)
第二节 WARD等值	(130)
第三节 REI等值.....	(136)
第五章 交直流联合系统的潮流计算	(145)
第一节 换流装置工作原理.....	(146)
第二节 交直流联合系统潮流计算.....	(154)
第六章 随机潮流	(160)
第一节 原理简述.....	(160)

第二节	负荷功率的概率特性·····	(172)
第三节	节点电压的概率特性·····	(177)
第四节	支路功率的概率特性·····	(183)
第七章	不对称电力系统的潮流计算·····	(187)
第一节	概述·····	(187)
第二节	线路和变压器的参数·····	(192)
第三节	节点功率方程·····	(202)
第四节	三相潮流计算·····	(207)
第五节	三序潮流计算·····	(216)
第八章	电力系统运行方式改变时的潮流计算·····	(220)
第一节	支路停运计算·····	(220)
第二节	注入停运计算·····	(240)

第一章 电力系统潮流计算的基本方法

第一节 概 述

目前广泛应用的潮流计算方法都是基于节点电压法的，回路法的应用并不普遍。应用节点电压法时，以节点导纳矩阵 Y 作为电力网络的数学模型。通常导纳矩阵是以中性点（地）作为参考点的，矩阵十分稀疏，且一般说来是对称的。矩阵非对角非零元素的值等于相应支路导纳值的负值，对角元素则等于与该节点相连的所有支路导纳值的总和。节点电压 V 和节点注入电流 I 由网络方程

$$I = YV$$

取得联系。这是个复数矩阵方程。

潮流计算是根据给定的系统运行条件求得表征电力系统运行状态的状态变量。给定的条件包括电力网络的结线、参数、节点类型及其参数。

已知网络的结线和各支路参数就可形成网络的节点导纳矩阵。

根据节点给定条件的不同，可将系统节点分为以下几类：

1. PQ节点 这类节点的负荷功率与电源出力均已确定，从而该节点（以 i 表示节点号）的注入有功、无功功率 P_i 、 Q_i

均已知。但该节点的复电压（电压值 V_i 和相角 θ_i ）需经潮流计算才能确定。系统中的负荷节点和有功、无功出力都已固定的电源节点均属这类节点。

2. PV节点 这类节点的节点注入有功功率 P_i 已给定，同时还给定此节点要求的电压值 V_i 。该节点的注入无功功率 Q_i 是按照满足节点电压值的要求调整的，其值需经潮流计算确定。同样，节点电压的相角 θ_i 也需经潮流计算确定。系统中无功出力有一定储备的电源节点及有可调无功功率补偿装置的负荷节点均属这类节点。

3. PQV节点 这类节点的节点注入功率 P_i 、 Q_i 均已给定。同时还给定此节点要求的电压值 V_i 。为满足节点电压值要求，可能采用的手段只有改变变压器抽头位置。因此，变压器抽头位置或变压器变比需经潮流计算才能确定，节点电压的相角 θ_i 也需经计算确定。系统中具有有载调压变压器的节点属于这类节点。变压器变比尚未确定的PQ节点也可以选定它的电压要求值而将它划归这类节点。

4. 平衡节点 电力系统中电源总出力应随时等于系统负荷与网络损耗之和。作潮流计算前，网络损耗是未知的，因此不能将电力系统所有电源出力事先确定。为达到功率平衡的目的，应有一电源节点的出力是不定的，其值在潮流计算后，由系统中功率平衡条件确定，这就是平衡节点。潮流计算中还需有电压基准点，以利计算。通常就将平衡节点选作基准点，即将此节点（以 b 表示此节点号）的电压 V_b 、 θ_b 选定为某一定值，一般 θ_b 选为零度。因而它也称为V θ 节点。平衡节点是根据功率平衡条件要求设立的，是由计算要求而设的，因而可根据有利于计算的原则选择平衡节点。当然，为和系统实际运行情况对照，将有较大容量的调频电厂选作平衡节点也是可以

的。

电力系统计算中，平衡节点是必不可少的。目前通用的算法只设置一个平衡节点。结合我国情况，PQ节点是大量的，PV节点和PQV节点较少。但对于需经计算确定变压器变比的一些特殊潮流计算来说，PQV节点可能占有一定数量。

节点给定条件是功率不是电流，因此不能直接由网络方程求解，只能借助其他方程求解。当然，这些方程是非线性的。当前广泛应用的是应用一阶导数的牛顿-拉夫逊算法。在此基础上又发展了一些成功的方法，主要有快速解耦的牛顿-拉夫逊算法和应用一阶、二阶导数的简化和精确修正方程算法。为快速求得结果，可以放宽计算精度要求的直流法也是应用得很多的方法。本章将逐个讨论这些基本算法。

第二节 潮流计算的牛顿-拉夫逊法

在数学中，牛顿-拉夫逊法解非线性方程组是非常有效的。因此，它被广泛用于电力系统潮流计算。

一、方法简介

现将牛顿-拉夫逊法（以下简称牛顿法）介绍如下。

设非线性方程式

$$f(x) = 0 \quad (1-1)$$

若其近似解为 $x^{(0)}$ ，而近似解与真解的差为 Δx ，且有

$$x = x^{(0)} - \Delta x \quad (1-2)$$

式中 Δx ——近似解 $x^{(0)}$ 的修正量。

将式（1-1）按泰勒级数展开，为：

$$f(x) = f(x^{(0)} - \Delta x) = f(x^{(0)}) - f'(x^{(0)})\Delta x + \frac{f''(x^{(0)})}{2!}(\Delta x)^2$$

$$\dots + (-1)^n \cdot f^n(x^{(0)}) \cdot \frac{(\Delta x)^n}{n!} + \dots = 0 \quad (1-3)$$

式中 $f'(x^{(0)})$ 、 $f''(x^{(0)})$ 、 $\dots$ 、 $f^n(x^{(0)})$ 分别为函数 $f(x)$ 在 $x^{(0)}$ 处的一阶导数、二阶导数和 n 阶导数。

若近似解 $x^{(0)}$ 与真解相差不大，即 Δx 很小时，式 (1-3) 中包含 $(\Delta x)^2$ 及更高阶的乘方项可以忽略，从而可将式 (1-3) 简化为

$$f(x) = f(x^{(0)}) - f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)} = 0 \quad (1-4)$$

可以看出，式 (1-4) 是对于修正变量 Δx 的线性方程式，习惯上称为修正方程式。用它很容易求得修正量 Δx 。由于式 (1-4) 是式 (1-3) 的近似式，因而解得的只是 Δx 的近似解 $\Delta x^{(0)}$ ，并不是真正的修正量 Δx ，将它代入式 (1-2) 求得的 x 并不是式 (1-1) 的真解，仍然只是式 (1-1) 的近似解。设其为 $x^{(1)}$ ，即

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \Delta x^{(0)} \quad (1-5)$$

自然， $x^{(1)}$ 比 $x^{(0)}$ 更趋近于真解。若以 $x^{(1)}$ 作为近似解，同样可得

$$\left. \begin{aligned} f(x^{(1)}) - f'(x^{(1)})\Delta x^{(1)} &= 0 \\ x^{(2)} &= x^{(1)} - \Delta x^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

显然， $x^{(2)}$ 是更趋近于真解的近似解。如此反复进行，形成非线性方程式逐次线性化的迭代求解过程。对第 $(k+1)$ 次迭代，式 (1-6) 的通式为

$$\left. \begin{aligned} f(x^{(k)}) - f'(x^{(k)})\Delta x^{(k)} &= 0 \\ x^{(k+1)} &= x^{(k)} - \Delta x^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

或写成

$$\left. \begin{aligned} f(x^{(k)}) &= f'(x^{(k)})\Delta x^{(k)} \\ x^{(k+1)} &= x^{(k)} - \Delta x^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

当 $k = 0, 1, 2, \dots, k$ 时, 构成了牛顿法的迭代方程式。

当 $|f(x^{(k+1)})| < \varepsilon$ (ε 为一个很小的正数) 时, 就认为满足原方程式 (1-1)。这时 $x^{(k+1)}$ 接近 x , 成为该方程式的解。 ε 称为收敛精度, 按要求的精确度取值。

牛顿法又称为切线法, 其几何解释可由图 1-1 看出。式 (1-8) 中的 $f'(x^{(k)})$ 是函数 $f(x)$ 在 $x^{(k)}$ 处的一阶导数, 也就是曲线在 $x^{(k)}$ 处的切线的斜率, 即

$$\tan \alpha^{(k)} = f'(x^{(k)})$$

而修正量 $\Delta x^{(k)}$ 则由 $x^{(k)}$ 处的曲线切线与横轴的交点决定。真解 x 为曲线与横轴的交点。从图形可直观看出牛顿法的迭代求解

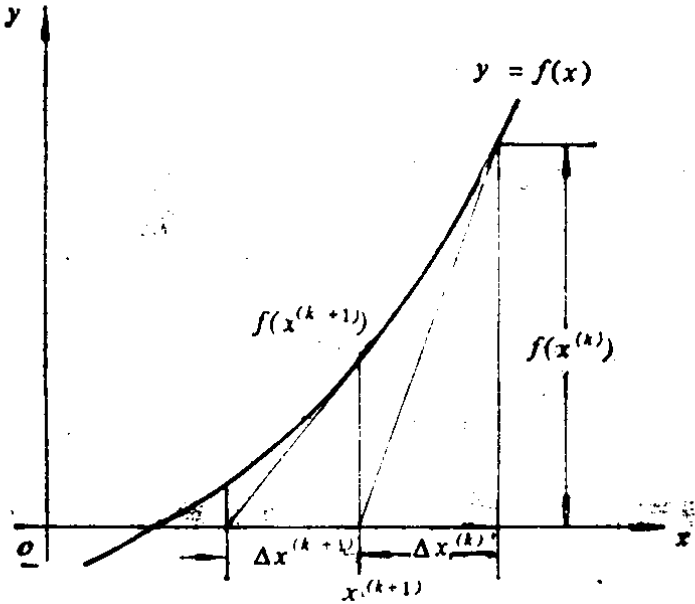


图 1-1 牛顿法的几何解释

过程是不断运用切线法的过程。 $f(x^{(k)})$ 、 $f'(x^{(k)})$ 随 $x^{(k)}$ 而变, $f(x^{(k)})$ 逐渐趋近零值。

将牛顿法推广到多变量非线性方程组时, 只需用向量或矩阵代替式 (1-8) 中的相应各量, 即

$$\left. \begin{aligned} F(X^{(k)}) &= J^{(k)} \Delta X^{(k)} \\ X^{(k+1)} &= X^{(k)} - \Delta X^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式中

$$F(X^{(k)}) = \begin{pmatrix} f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \dots \\ f_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \end{pmatrix}$$

$$X^{(k)} = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})^T$$

$$\Delta X^{(k)} = (\Delta x_1^{(k)}, \Delta x_2^{(k)}, \dots, \Delta x_n^{(k)})^T$$

$$J^{(k)} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_k & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_k \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_k & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right|_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_k & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_k \end{pmatrix}$$

其中 J 为雅可比矩阵; $F(X)$ 为函数向量; ΔX 为修正向量。

二、潮流计算的修正方程式

设系统的节点导纳矩阵 Y 已知, 则系统的网络方程为

$$I = YV \quad (1-10)$$

各节点功率为

$$S_i = \dot{V}_i \dot{I}_i^* \quad (1-11)$$

将式 (1-10) 代入式 (1-11) 得节点功率方程为

$$S_i = (P_i + jQ_i) = \dot{V}_i \sum_{j \in i} \dot{Y}_{ij}^* \dot{V}_j \quad (1-12)$$

式(1-12)中的节点电压相量可以表示成极坐标的形式,也可表示成直角坐标的形式。与此相应,节点功率方程也有两种形式。

1. 节点功率方程的极坐标形式

将节点电压表示成极坐标形式

$$\dot{V}_i = V_i e^{j\theta_i} \quad (1-13)$$

式中 V_i 和 θ_i 分别为节点电压的值和相角。若导纳矩阵中的元素表示为

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

则式(1-12)可以写成

$$P_i + jQ_i = V_i e^{j\theta_i} \sum_{j \in i} (G_{ij} - jB_{ij}) V_j e^{-j\theta_j}$$

$$= V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} - jB_{ij}) e^{j(\theta_i - \theta_j)}$$

$$= V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} - jB_{ij}) (\cos\theta_{ij} + j\sin\theta_{ij})$$

式中 $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ 。将上式的实部和虚部分别展开,得

$$\left. \begin{aligned} P_i &= V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) \\ Q_i &= V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

这就是节点功率方程的极坐标形式。对具有 n 个节点的电力系统,式中 $i = 1, 2, \dots, n$ 。

2. 节点功率方程的直角坐标形式

若将电压表示成直角坐标形式

$$\dot{V}_i = e_i + jf_i \quad (1-15)$$

与式(1-13)相比较, 则

$$e_i = V_i \cos \theta_i$$

$$f_i = V_i \sin \theta_i$$

以电压的直角坐标形式取代电压的极坐标形式, 同上推导可以得到按实部和虚部分别展开的功率方程

$$\left. \begin{aligned} P_i &= e_i \sum_{j \in i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j \in i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ Q_i &= f_i \sum_{j \in i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j \in i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

令

$$a_i = \sum_{j \in i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j)$$

$$b_i = \sum_{j \in i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j)$$

a_i 与 b_i 实际上是节点 i 注入电流的实部和虚部, 因而可得节点功率的直角坐标形式的另一种表示式:

$$\left. \begin{aligned} P_i &= e_i a_i + f_i b_i \\ Q_i &= f_i a_i - e_i b_i \end{aligned} \right\} \quad i=1, 2, \dots, n$$

无论直角坐标形式还是极坐标形式的节点功率方程都是节点电压相量的非线性方程组。应用牛顿法求解时, 为与式(1-1)对照, 可将这两种形式方程写成功率不平衡量的形式, 其中 P_i 和 Q_i 为节点 i 给定的注入有功和无功功率。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_i^* - V_i \sum_{j \neq i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i^* - V_i \sum_{j \neq i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

和

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_i^* - e_i \sum_{j \neq i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) \\ &\quad - f_i \sum_{j \neq i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i^* - f_i \sum_{j \neq i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) \\ &\quad + e_i \sum_{j \neq i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

这就是潮流计算的节点功率平衡方程的极坐标式和直角坐标式。

三、牛顿法的极坐标形式

当节点电压采用极坐标式时，功率平衡方程如式(1-17)所示。对PQ节点，给定量为各节点的注入功率 P_i^* 和 Q_i^* ，待求量为各节点电压值 V_i 和相角 θ_i 。对PV节点，节点的电压值 V_i 也是给定的，不再作为变量。同时，该节点的无功功率为满足 V_i 的要求需在潮流计算后确定，不能预先给定 Q_i^* ，所以PV节点的无功功率平衡方程不参与求解的迭代过程。在迭代结束，各节点的电压相量求得后，再利用功率方程求各PV节点应维持的无功功率。PQV节点将在下节讨论。同样，由于平衡节点的电压相量 V_i 和 θ_i 为给定量，节点注入功率也不能事先给定，因此平衡节点的方程也不参与迭代，待迭代完毕再求出平

衡节点应注入的有功功率和无功功率。

将牛顿法用于电力系统潮流计算时，考虑到节点的有功和无功功率平衡方程，式(1-9)中的函数向量和变量应为

$$F = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}$$

而雅可比矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}$$

式中 H 为 ΔP 对电压相角的偏导数子阵， $H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_j}$ ；

J 为 ΔQ 对电压相角的偏导数子阵， $J_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_j}$ ；

N 为 ΔP 对电压值的偏导数与该节点电压值乘积的子阵，
 $N_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_j} V_j$ ；

L 为 ΔQ 对电压值的偏导数与该节点电压值乘积的子阵，
 $L_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_j} V_j$ 。

相应地，修正变量变为

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix}$$

这样式(1-9)中的修正方程变为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix}$$

考虑到电力系统的各类节点，若系统的总节点数为 n 个，PV节点为 r 个，则求解方程式共有 $2n - r - 2$ 个，雅可比矩阵为 $2n - r - 2$ 阶，即式(1-19)展开为

$$\begin{pmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots & N_{nn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1n} & L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2n} & L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ J_{n1} & J_{n2} & \cdots & J_{nn} & L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \cdots \cdots \cdots \\ \Delta V_1/V_1 \\ \Delta V_2/V_2 \\ \cdots \\ \Delta V_n/V_n \end{pmatrix} \right\} \begin{matrix} n-1 \\ n-1 \\ n-r-1 \end{matrix} \quad (1-20)$$

其中雅可比矩阵各元素的表达式为

$$\begin{aligned}
 H_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\
 N_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_j} V_j = -V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\
 J_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\
 L_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_j} V_j = -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad j \neq i
 \end{aligned} \quad (1-21)$$

• 11 •