千题苦练后·金榜题名时

金榜多元题

综合素质训练

JINBANGDUOYUANTI

智能解题

ZhinengJieti

- 应试焦点
- 核心破释
- 纠错良师
- 技能发散
- 综合演练

初中数学

北京一线特高级教师编写

主编 郭福昌

南方出版社

千题苦练后·金榜题名时 无师通

金榜多元题

JINBANGDUOYUANTI

综合素质训练

智能解题

应试焦点

核心破释

纠错良师

技能发散

综合演练

初中数学

北京一线特高级教师编写

主编 郭福昌

审订 张定远 等

南方出版社

责任编辑:胡艳婷

图书在版编目(CIP)数据

综合素质训练．初中数学:金榜多元题智能解题/郭福昌主编．-海口:南方出版社,2002.3

ISBN 7-80609-997-2

Ⅰ.综…　Ⅱ.郭…　Ⅲ.数学课-初中-解题
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第009702号

综合素质训练

金榜多元题——智能解题(初中数学)

郭福昌　主编

*

南方出版社

(地址:海口市海府一横路19号化宇大厦12楼)

邮编:570203　电话:(0898)65327955　传真(0898)5371264

*

四川新华书店集团
北京蜀川新华书店图书发行有限责任公司　经销

电话:(010)85800377

北京金特印刷厂印刷

开本:850×1168　1/32　印张:12.5　字数:412千字

2002年5月第2版第2次印刷

ISBN 7-80609-997-2/G·702

定价:13.80元

代序

走进多元考试时代

20世纪80年代,美国教育家加德纳提出了“多元智能”理论。其核心思想就是:每个人都有8种不同的潜在智能,包含语言、数理逻辑、视觉空间智能等等。一旦开发出来,人人都将成为天才。

纵观近年中、高考命题的特点,多元化的趋势越来越明显。语文不单注重读与写,更加注重时空思维与情理表达;数学不单注重计算和演练,同时注重知识网络体系的理解与记忆、举一反三,解决与应用;英语不单强调发音与对话,更加强调流畅阅读与听力。跨学科的大小综合则穿梭五千年、纵横百科知识领域,特别强调课外能力迁移。由此看来,多元学习已成时尚和必然。

依据“多元智能”原理,我们精心编写了《金榜多元题——智能解题》综合素质训练丛书。丛书采用多元素、多视角、多程度、多走向的出题模式,收录中考和高考的各类题型和变式,选取聚焦、破释、发散等解析方法,结合纠错指导和综合演练,使优良生和中等生甚至较差学生都能从中获得对位的学习效果,从而增强应考实力,倍添胜考信念。

应试焦点 精确整合单元新知识、新架构,梳理应考中的要点和难点。

核心破释 披露题目题型的解析“题眼”,便于学生对题出招,多层次掌握破题解题的方法和技巧。

技能发散　侧重课内能力的课外迁移，使学生"解一题而知百题，得一法而通百法"，身怀绝技。

纠错良师　特选学生易错易混题进行典型分析，帮助学生提高纠错改错的本领。

综合演练　全面校验学生迎考意识和应试能力。指导学生适应仿真考场，完胜模拟训练。

总而言之，丛书的编写目的，就是让每个学生都能通过中考和高考的难关，实现心中梦想，成为一代英才。

让我们信心百倍地走进多元考试时代。

丛书编委会
2002年4月15日

目　　录

第一章　实数与代数式

考试内容	分数	知识要点	考试水平	考试内容	分类	知识要点	考试水平
实数	概念	数轴	A	实数	概念	平方根及算术平方根	B
		相反数	A			零指数	B
		倒数	A			负整数指数	B
		立方根	A			科学记数法	B
		近似数与有效数字	A		运算	指数运算法则	B
		分类	A			有理数运算法则	C
	运算	查表计算	A			运算律	C
	概念	绝对值	B			运算顺序	C
		比较大小	B				

第一单元　实数概念及运算

【应试焦点】

1. 有理数

整数和分数统称有理数.

如果把不等于零的整数看作是 1 为分母的分数,把零看作以零做分子,以不等于零的其它整数做分母的分数,那么一切有理数都可以表现成$\frac{p}{q}$(p、q 为整数,且 $q \neq 0$)的形式。反过来,可以化成$\frac{p}{q}$(p、q 为整数,且 $q \neq 0$)这种形式的数,一定是有理数.

如果把有理数表示成小数形式,任何一个有理数都可以写成有限小数(整数可以看作小数点后面是 0 的小数)或者循环小数的形式,反过来,任何有限小数和循环小数都是有理数.

2. 无理数

无限不循环小数叫做无理数.

3. **实数的有关概念**

(1)实数　有理数和无理数统称实数.

(2)数轴　规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示,反过来,数轴上的每一个点都表示一个实数.实数和数轴上的点这种一一对应的关系是数学中把数和形相结合的重要基础.

(3)相反数　实数 a 和 $-a$ 叫做互为相反数.零的相反数仍是零.

数轴上表示互为相反数的两个点,分别在原点的两旁,并且离开原点的距离相等.

两个互为相反数的运算特征是它们的和等于零,即如果 a 和 b 互为相反数,那么 $a+b=0$,反过来,如果 $a+b=0$,那么 a 和 b 互为相反数.

(4)绝对值　一个正实数的绝对值是它本身,一个负实数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零,即

$$|a|=\begin{cases}a & (\text{当 } a>0 \text{ 时})\\ 0 & (\text{当 } a=0 \text{ 时})\\ -a & (\text{当 } a<0 \text{ 时})\end{cases}$$

从数轴上看,一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距离.

从绝对值的定义可以知道,一个实数的绝对值是一个非负数.

(5)倒数　1 除以一个数的商,叫做这个数的倒数.零没有倒数.

互为倒数的两个数的运算特征是积为 1,即如果 a 和 b 互为倒数,那么 $ab=1$;反过来,如果 $ab=1$,那么 a 和 b 互为倒数.

4. **实数的分类**

实数还可以按照下面的方法分类:

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\ \text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}\qquad \text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

5. **实数大小的比较**

在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数较大.

正数都大于零；负数都小于零；正数大于一切负数；两个正数，绝对值大的那个正数大；两个负数，绝对值大的那个负数反而小.

6. **方根**

(1)平方根　如果 $x^2=a$，那么 x 就叫做 a 的平方根(也叫做二次方根).

正数的平方根有两个，它们互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根.

(2)立方根　如果 $x^3=a$，那么 x 就叫做 a 的立方根(也叫做三次方根).

正数有一个正的立方根；负数有一个负的立方根；零的立方根是零.

7. **指数**

(1)幂的概念的推广　对于指数式 a^x 来说，当指数 x 取各种不同的有理数时，式子 a^x 的定义如下(m、n 为正整数，且 $n>1$).

①正整数指数幂：$a^m=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{m\text{个}}$；②零指数幂：$a^0=1(a\neq0)$；

③负整数指数幂：$a^{-m}=\dfrac{1}{a^m}(a\neq0)$.

(2)整数指数幂的运算性质(下列各式中，$a>0$，$b>0$，m、n 为有理数)

①$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；②$(a^m)^n=a^{mn}$；③$(ab)^m=a^mb^m$.

8. **有理数的运算**

(1)运算法则(略)

(2)运算律

加法交换律：$a+b=b+a$

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律：$ab=ba$

乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$

分配律：$a(b+c)=ab+ac$

(3)运算顺序(略)

9. **科学记数法**

利用 10 的整数次幂来记数的方法，习惯上称为科学记数法.

科学记数法是把一个数记成 $\pm a\times10^n$ 的形式，其中 n 是整数，a 是大于

或等于 1 而小于 10 的数.

【精要解析】

例 1 在实数 0.4、$-\sqrt{3}$、-1.732、π、3.14159、0、$\frac{22}{7}$、0.3 中那些是无理数? (A)

解 在以上实数中,$-\sqrt{3}$、π 是无理数.

例 2 若 a 和 b 都是实数,下列说法对不对?如果不对请加以订正.(A)

(1) a 是正数,$-b$ 是负数; (2) $|a|$ 和 b^2 都是正数;

(3)无限小数是无理数; (4)符号相反的两个数是相反数;

(5) $5a > 3a$; (6) $a + b > a$;

(7) a 的倒数是 $\frac{1}{a}$; (8) $a^2 > a$;

(9)互为相反数的两数之商为 -1; (10)如果 $a^2 = b^2$,那么 $a = b$.

解析 (1)不对.a 和 b 都可能是正数、负数或零,所以 a 不一定是正数,$-b$ 也不一定是负数.

(2)不对.$|a|$ 和 b^2 也可能是零,它们都是非负数.

(3)不对.无限不循环小数才是无理数.

(4)不对.符号相反的两个数不一定是相反数.如 $+3$ 和 -2.

(5)不对.当 $a = 0$ 时,$5a = 3a$;当 $a < 0$ 时,$5a < 3a$.

(6)不对.当 $b < 0$ 时,$a + b < a$;当 $b = 0$ 时,$a + b = a$.

(7)不对.只有 $a \neq 0$ 时,a 的倒数才是 $\frac{1}{a}$.

(8)不对.当 $0 \leqslant a \leqslant 1$ 时,$a^2 \leqslant a$.

(9)不对.零的相反数仍为零,但零和零的商无意义.

(10)不对.当 $a^2 = b^2$ 时,$|a| = |b|$,即可能 $a = b$,也可能 $a = -b$.

例 3 在下面的结论中,错误的是( ) (B)

A. 若 $a - b > 0$,则 $a > b$;

B. 若 $\frac{a}{b} > 1$,则 $a > b$;

C. 若 $a > c$,$c > b$,则 $a > b$;

D. 若在数轴上表示数 a 的点在表示数 b 的点的右边,则 $a > b$.

解析 本题选(B).因为只有当 $a > 0$,$b > 0$,且 $\frac{a}{b} > 1$ 时,才能有 $a > b$,

否则,原结论错误,如$\frac{-3}{-2}>1$,但$-3<-2$.

说明　本题给出的四个选择题,说明了比较两个实数大小的四种常见方法,只是在(B)中须加上$a>0,b>0$这两个条件.

例4　判断下列各题　(B)

(1)$-2^2=4$;　(2)$-(0.1)^4=0.1$;　(3)$a^3\cdot a^2=a^6$;

(4)$(-x^2)^3=x^5$;　(5)$a^3+a^3=2a^6$;　(6)$\frac{a^{2m}}{a^m}=a^2$.

解析　此题所有结论都是错误的.本题正确的计算结果应是:

(1)$-2^2=-4$;　(2)$-(0.1)^4=-0.0001$;　(3)$a^3\cdot a^2=a^5$;

(4)$(-x^2)^3=-x^6$;　(5)$a^3+a^3=2a^3$;　(6)$\frac{a^{2m}}{a^m}=a^m$.

例5　计算$-0.75^2\div\left(-1\frac{1}{2}\right)^3+(-1)^6\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2$　(C)

解析　原式$=-\left(\frac{3}{4}\right)^2\div\left(-\frac{3}{2}\right)^3+1\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2$

$$=-\frac{9}{16}\times\left(-\frac{8}{27}\right)+\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{6}+\frac{1}{36}=\frac{7}{36}$$

进行四则混合运算时应注意:

(1)运算的顺序是先乘方,后乘除,再加减.

(2)$-\left(\frac{2}{3}\right)^2$与$\left(-\frac{2}{3}\right)^2$不同,不要混淆.

例6　如图1-1,数轴上的点A、B、C分别表示数a、b、c,其中$OB<OC$.

(C)

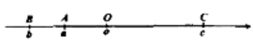

图1-1

(1)比较a、b、c的大小;

(2)判断$a+c$、$a+b$、ab、$\frac{a}{c}$的符号;

(3)化简$|a+b|-|a-c|+|b+c|$.

解析　由已知可得:$b<0,a<0,c>0,|a|<|b|<|c|$.

(1)$\because$　在数轴上从左到右的顺序是B、A、C,$\therefore b<a<c$.

(2)根据有理数的运算法则:

$a+c=(|c|-|a|)>0;a+b=-(|a|+|b|)<0;$

$ab>0;\frac{a}{c}<0.$

(3)$|a+b|-|a-c|+|b+c|=-(a+b)-[-(a-c)]+(b+c)$

$=-a-b+a-c+b+c=0.$

说明 (1)由于实数和数轴上的点一一对应,所以,有关实数的许多性质都可以借助数轴直观地进行讨论;(2)化去绝对值的符号,首先判断绝对值符号里的数为正、为负、为零,然后根据绝对值的定义化简.

例 7 计算:(1)$\dfrac{(-3)^4-3^4+\sqrt{(-64)^2}\div\left[-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]}{4\times(-2.25)+(-5)^5+5^5}$ (C)

(2)已知$\sqrt{1.35}=1.162$,求$\sqrt{13500}$和$\sqrt{0.000135}$的值. (B)

解析 (1)原式$\dfrac{3^4-3^4+\sqrt{64^2}\div\left(-\frac{1}{4}\right)}{-9-5^5+5^5}=\dfrac{64\times(-4)}{-9}=28\frac{4}{9}$.

(2) $\because$ $13500=1.35\times10^4$, $\therefore\sqrt{13500}=1.162\times10^2=116.2$.

$\because$ $0.000135=1.35\times10^{-4}$, $\therefore\sqrt{0.000135}=1.162\times10^{-2}=0.01162$.

例 8 若 a、b、c 为实数,且$(2a+1)^2+|b+2|+\sqrt{2a+b-c}=0$,求 $4a+3b-2c$ 的值. (C)

解析 $\because(2a+1)^2\geqslant0,|b+2|=0,\sqrt{2a+b-c}\geqslant0$,且$(2a+1)^2+|b+2|+\sqrt{2a+b-c}=0$

$\therefore$ $(2a+1)^2=0,|b+2|=0,\sqrt{2a+b-c}=0$.

$\therefore a=-\frac{1}{2};b=-2;c=-3.$

$\therefore 4a+3b-2c=4\left(-\frac{1}{2}\right)+3(-2)-2(-3)=-2.$

说明 完全平方数,绝对值和算术根都是非负数,当若干个非负数的和为零时,这几个数都为零,这是非负数的一个重要性质.

例 9 计算$\frac{3}{4}+\sqrt{5}+\frac{1}{7}-\left(4.375-\frac{4}{3}\right)$ (精确到 0.01) (B)

原式$\approx0.75+2.236+0.143-(4.375-1.333)$

$=0.75+2.236+0.143+1.333-4.375$