

高等学校教学用书

电力拖动基础

冶金工业出版社

高等學校教學用書
電力拖動基礎
東北工學院任興權 主編

*

冶金工業出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张 15 3/4 字数 373 千字

1980年9月第一版 1980年9月第一次印刷

印数00,001~16,000册

统一书号：15062·3570 定价 1.65 元

前　　言

本书是根据一九七七年冶金工业部高等学校教材工作会议和制订的《工业企业电气化与自动化》专业教学计划编写的。本书原定名为《电机拖动基础》，是由《电机学》和《电力拖动基础》两门课合并而成。目前，不少院校都希望将课程划小，这样比较灵活，更能适应教学和科学的研究的需要。征得参加审查会议所有院校的同意，现仍将原书分为《电机学》和《电力拖动基础》两部分，分两册出版。

《电力拖动基础》部分共分六章。第一章电力拖动系统动力学，着重分析拖动系统的动力学方程。它是分析拖动系统静动特性的基础。第二章直流电力拖动系统静态特性，着重分析直流他激电动机的起动、制动和调速，各种运转状态的机械特性和参数关系。为加强联系实际，本章举例分析了直流拖动系统的四象限运行，这部分内容也可以作一次课堂练习。第三章直流电力拖动系统动态特性，着重于分析拖动系统基本动态特性。在讲述拖动系统动特性时，联系静特性以分析物理概念为主。此外，还介绍了加快拖动系统过渡过程的时间最优控制原理、延缓过渡过程以及准确停车等内容，为后续课程学习打下基础。第四、五两章异步机起动、制动和调速，分析了异步电动机各种运转状态机械特性和参数的关系。调速一章着重分析了异步机变频调速。第六章电动机容量选择，着重分析电机的损耗、发热、温升，冷却的规律以及与电机运行状态的关系。这部分内容对选择电机来说是最基本的。

本书第一至第三章由东北工学院任兴权同志编写，第四、五两章由东北工学院刘宗富同志编写，第六章由西安冶金建筑学院谷予斌同志编写。全书由任兴权同志主编。书稿经过冶金工业部各兄弟院校两次审查并提出宝贵意见，在此表示衷心感谢。

由于编者水平所限，时间仓促，一定还存在错误和缺点，诚恳希望同志们批评指正。

编　　者

一九七九年六月

目 录

绪论	1
第一章 电力拖动系统动力学	2
第一节 单轴电力拖动系统运动方程式.....	2
第二节 多轴电力拖动系统运动方程式.....	11
第三节 电力拖动系统传动机构中的损耗和效率.....	20
思考题与习题.....	24
第二章 直流电力拖动系统静态特性	27
第一节 直流电动机机械特性的分类及其硬度.....	27
第二节 直流他激电动机机械特性.....	29
第三节 直流他激电动机的起动.....	40
第四节 直流他激电动机的调速.....	49
第五节 直流他激电动机的制动.....	67
第六节 直流他激电动机各种工作状态运行的分析.....	79
第七节 直流串激电动机机械特性及各种运转状态.....	91
第八节 直流复激电动机的机械特性及各种运转状态.....	104
思考题与习题.....	105
第三章 直流电力拖动系统的过渡过程	108
第一节 直流电力拖动系统过渡过程的概述.....	108
第二节 直流他激电动机起动过程的动态特性.....	110
第三节 直流他激电动机反向过程动态分析.....	126
第四节 直流他激电动机能耗制动过渡过程特性分析.....	134
第五节 直流他激电动机激磁回路过渡过程及其加快与延缓.....	138
第六节 直流他激电动机机械过渡过程加快方法.....	144
第七节 直流他激电动机考虑电枢电感的过渡过程.....	152
第八节 电力拖动系统准确停车.....	164
第九节 电力拖动系统时间常数的测定.....	167
思考题与习题.....	170
第四章 异步机的起动和制动	172
第一节 鼠笼式异步机的起动.....	172
第二节 特殊鼠笼电动机.....	177
第三节 绕线式异步机的起动.....	179
第四节 异步机的起动时间.....	183
第五节 异步机的反接制动.....	184
第六节 异步机的再生发电制动.....	187

第七节 异步机的能耗制动	190
第八节 异步机的四象限运行	197
思考题与习题	199
第五章 异步电动机的转速调节	201
第一节 转子串电阻调速	201
第二节 定子串饱和电抗器调速	202
第三节 变极调速	203
第四节 异步机的降压调速	206
第五节 脉冲调速	208
第六节 滑差电机调速	209
第七节 异步机的变频调速	211
第八节 异步机的串级调速	214
思考题与习题	219
第六章 电动机容量选择	220
第一节 概述	220
第二节 电机的温升与绝缘等级	221
第三节 电机的发热与冷却	222
第四节 按发热观点规定的电机的工作制	225
第五节 负载图	227
第六节 长期工作制的电机容量选择	229
第七节 短时工作制的电机容量选择	234
第八节 重复短时工作制的电机容量选择	236
第九节 容量选择举例——辊道电机容量和接电次数的计算	239
第十节 用统计法与类比法确定电机的容量	241
第十一节 可控硅供电对电机的影响	242
思考题与习题	243

绪 论

在现代工业中，为了实现各种生产工艺过程的要求，需要采用各种各样的生产机械，其中除一部分生产机械采用气动或液压拖动外，大多数的生产机械都采用电动机拖动。大多数生产机械的任务都是把电能转化为机械能，以机械运动的形式来完成各种工艺上的要求。

例如：轧钢机械利用电动机拖动轧辊进行挤压运动，使金属产生塑性变形，完成轧制钢材的工艺要求；金属切削机床利用电动机的动力，使加工对象与切削刀具产生相对运动，进行切削实现加工工艺；提升和运输机械利用电动机拖动运输机构，将被运送的对象移到给定位置。其他如造纸、石油、化工、纺织以及印刷等各类生产机械，都是依靠电动机通过传动机构拖动生产机械运动，完成其相应的工艺要求。

随着工艺技术的不断发展，各种生产机械根据其工艺特点，对生产机械和拖动电动机也不断地提出各种不同的要求。

例如：轧钢车间的可逆式轧机及其辅助机械，要求电动机能迅速地起动、制动和反转；不可逆式轧机为适应轧制不同品种和不同规格的钢材而要求调节转速；采用电机单独拖动的热连轧机、冷连轧机以及造纸机的各机架或分部，则要求各机架或各分部的转速保持一定的比例关系进行协调运转；一些精密的金属切削机床，如镗床的进给机构，则要求在极慢的稳速下进给，以保证达到要求的加工精度和光洁度；对于电梯和提升机则要求起动和制动平稳，并能准确地停止在给定的位置上。上述这些不同工艺要求，都是靠电动机及其控制系统和机械传动装置实现的。

由于生产机械各种工艺的相应要求，促进了电动机性能和电力拖动控制系统的发展。同时，随着电力拖动自动控制在理论上和实践上的发展，又反过来促进生产机械和生产工艺的进一步完善。

例如：由于电力拖动装置调速性能的改善，可以代替笨重价昂的机械变速装置，这点对重型机械尤为重要，笨重的传动机构可以得到简化；又如在轧钢厂的飞剪机上，采用同步随动电力拖动系统，就实现了机械轴难以实现的与轧机最后机架同步的要求；又如数控机床采用步进电机拖动系统，配合数字插补器可以完成任意轮廓仿形加工，代替了易磨损的机械凸轮仿形机构等。

综上所述，凡是用电动机来拖动生产机械，将电能转变为机械能且完成一定工艺要求的装置或系统都称为电力拖动装置或系统。从广义上来讲，它主要包括有：传输机械能的传动机构、产生原动力的电动机以及控制电动机运转的电气控制设备等部分。

第一章 电力拖动系统动力学

由前述可见，电力拖动系统也可以看成是由电动机拖动，并通过传动机构带动生产机械运转的一个动力学整体。虽然电动机可以是不同种类和特性，生产机械的负载性质也可以各种各样，但从动力学角度来分析时，它们都服从动力学的统一规律，所以我们首先分析电力拖动系统的动力学。本章主要分析、讨论运动方程的概念、计算以及与各参量的关系。

第一节 单轴电力拖动系统运动方程式

一、电力拖动系统运动方程式

1. 生产机械种类和典型单轴拖动系统 实际生产当中，存在着大量的各种各样的生产机械。但从其机械运动的形式来分类，生产机械及其电力拖动系统主要可以分成下列几大类型，如图1-1所示。

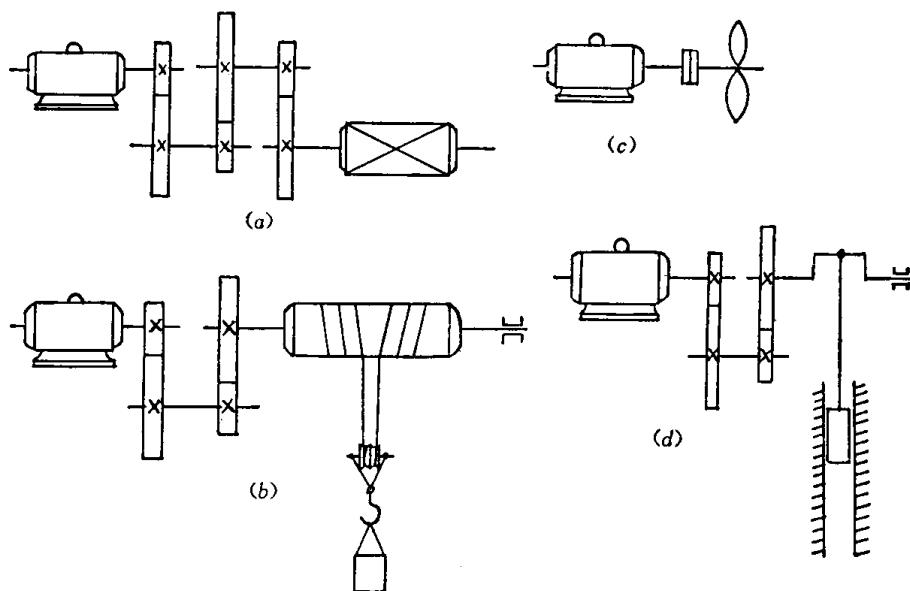


图 1-1 各种典型生产机械运动形式

图中(a)属于摩擦类负载，系由多根转动轴组成的旋转运动系统。例如，机床主轴拖动系统，以及带有变速机构的吊车走行机构等。

图中(b)属于位能负载类的生产机械，它的特点是位能负载为主还包括有少量的摩擦负载。例如吊车的提升机构，矿井卷扬机构等。

图中(c)所示是属于鼓风机类负载，它的特点是阻转矩随转速升高不断增大，如水泵，鼓风机等生产机械。

图中(d)所示是属于把旋转运动转化为直线往复运动的曲柄连杆机构。这种生产机械

的负载转矩随曲柄轴转角而变化，如剪断机、冲压机以及活塞式空压机等。

我们分析生产机械拖动系统运动规律以及负载转矩性质，都是建立在古典动力学的理论基础上。为了抓住本质，通常都将上述各种类型生产机械运动系统折算为等效的典型一根轴的单轴拖动系统，或者，有时折算成等效的典型平移直线运动系统。这样折算是为了便于分析和研究。

下面，首先讨论只包括一根轴的单轴旋转系统，找出其普遍的运动规律，即单轴拖动系统的运动方程式。然后再研究多轴拖动系统或平移运动系统折算成等效的简单的单轴拖动系统。

2. 单轴拖动系统运动方程式 图 1-2 所示为一根轴的单轴拖动系统，也可以看成是

多轴拖动系统折算成等效的单轴系统。它概括了千千万万生产机械运动系统的共性。

当电动机的转矩 M_D 作用于此系统时，依照动力学定律知，除克服运动系统的静阻转矩 M_i 之外，还使整个系统沿着电动机转矩 M_D 的作用方向，产生角加速度 $\frac{d\omega}{dt}$ 。而角加速度的大小与旋转体的转动惯量 J 成反比。把这个关系用方程式表示时如 (1-1) 式：

$$M_D - M_i = J \frac{d\omega}{dt} \quad (1-1)$$

式中 M_D ——电动机的拖动转矩，公斤·米；

M_i ——单轴旋转系统的静态摩阻转矩，公斤·米；

J ——单轴旋转系统的转动惯量，公斤·米·秒²；

ω ——单轴旋转系统的角速度， $\frac{1}{秒}$ ；

t ——时间，秒。

式 (1-1) 称为单轴拖动系统的运动方程式。实质上，此式就是旋转运动系统的牛顿第二定律。

当电动机的转矩 M_D 小于系统的静态阻转矩 M_i 时，即 $M_D < M_i$ ，整个旋转着的运动系统将沿着静阻转矩 M_i 的作用方向产生角减速度 $\frac{d\omega}{dt}$ ，其大小也是与旋转体的转动惯量 J 成反比，也如 (1-1) 式所示。

在电力拖动系统各种运转状态的分析当中，常用转矩平衡的概念来表达运动方程式 (1-1)。在拖动系统加速、减速或正转、反转等工作状态中，电动机转矩 M_D 总是被轴上的静阻转矩 M_i 和动阻转矩 M_d 所平衡。依照达兰培尔定律也可以把 (1-1) 式写成下式：

$$M_D - M_i = M_d \quad (1-2)$$

(1-2) 式称为转矩平衡方程式。由 (1-1) 式知：

$$M_d = J \frac{d\omega}{dt} \quad (1-3)$$

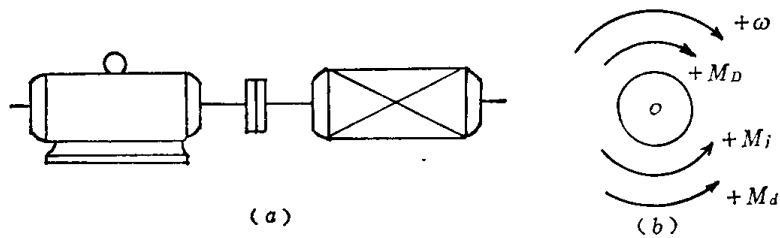


图 1-2 单轴拖动系统及转矩转速正方向

动态阻转矩 M_d 也称为惯性转矩，它的大小与系统转动惯量 J 和角加速度 $\frac{d\omega}{dt}$ 的乘积成比例。当角速度不发生变化时，惯性转矩为零；如果系统的角速度发生改变时，也就是有角加速度或角减速度时，惯性转矩就和角加（减）速度成比例的存在。也就是说当系统处于过渡过程时，产生惯性转矩，而当系统处于稳态工作时惯性转矩为零。它的特点说得通俗些就是反对速度变化的：当系统加速时，拖动转矩 M_D 除克服静态阻转矩 M_i 之外，还得克服反对加速的动态阻转矩 M_d ；当系统减速时，拖动转矩 M_D 和静态阻转矩 M_i 共同克服反对减速的动态阻转矩 M_d 。

为(1-1)式中角速度和各转矩的正方向作如下的规定：角速度 ω 的正方向，规定为对观察者的顺时针方向，如图1-2(b)所示。电动机所产生的电磁转矩 M_D 的方向与 ω 的正方向相同者规定为正方向，即对观察者顺时针方向为正，如图1-2(b)所示，反之为负。生产机械静负载转矩 M_i 的方向，规定它与角速度 ω 正方向相反为正，即对观察者逆时针方向为正，反之为负，如图1-2中(b)所示。这样规定正好符合(1-1)式中静转矩 M_i 前有一个负号的表达关系。电动机电磁转矩 M_D 和负载转矩 M_i 的方向是互不关联，分别根据工艺状况各自独立，因此它们在运动方程式中是处于主导地位；而动态转矩 $M_d = J \frac{d\omega}{dt}$ 的方向是由拖动系统的电动机电磁转矩 M_D 和负载转矩 M_i 共同决定的，所以动态转矩 M_d 在运动方程式中是处于从属地位。

现在我们为动态转矩 M_d 的正方向作如下的规定：加速过程中 $M_D - M_i > 0, \frac{d\omega}{dt} > 0$ ，此时 M_d 的方向为反对 ω 增加的方向，我们把这个方向规定为正，即 $M_d > 0$ ；减速过程中， $M_D - M_i < 0, \frac{d\omega}{dt} < 0$ ，此时 M_d 的方向为反对 ω 减少的方向，这时 M_d 的方向与规定正方向相反，故称为负方向，即 $M_d < 0$ 。

图1-2(b)所示为拖动系统加速过程的运动情况，图中标出各转矩和角速度的正方向。

3. 单轴拖动系统功率平衡方程式 为了全面了解运动方程的不同表现形式，下面将动能平衡方程式和功率平衡方程式写出，便于灵活运用。

旋转着的拖动系统，其转矩随转角 θ 的位移而作功，如：

$$\int M_D d\theta_D - \int M_i d\theta_D = \int M_d d\theta_D \quad (1-4)$$

或

$$A_D - A_i = A_d \quad (1-4)$$

式中 A_D ——电动机转矩作用在旋转着的拖动系统时，输出或吸收的机械能；

A_i ——生产机械的负载转矩作用在旋转着的拖动系统时，输出或吸收的机械能；

A_d ——旋转着的拖动系统转动惯量所贮存的动能，随着转速的增高或减少，拖动系统将吸收或释放的动能；

θ_D ——电动机轴的角度移。

显而易见，(1-4)式是表明拖动系统机械能守恒的关系式。

依照力学定律，能量 A 对时间 t 的变化率称为功率。因此，对(1-4)式，求它对时间

t 的导数，则得功率平衡方程式：

$$\frac{dA_D}{dt} - \frac{dA_j}{dt} = \frac{dA_d}{dt}$$

或

$$P_D - P_j = P_d \quad (1-5)$$

式中 P_D ——电动机产生或吸收的机械功率；

P_j ——生产机械负载吸收或释放的机械功率；

P_d ——拖动系统转动惯量存贮的动态功率。

(1-5) 式在分析拖动系统时会经常碰到。

判断电动机从运转着的拖动系统中是吸收机械功率还是输出机械功率，完全取决于电动机电磁转矩 M_D 和转速 n 的方向。当作用在系统上的 M_D 和转速 n 同方向时，电动机输出功率给旋转着的拖动系统。当略去空载损耗功率时，此功率的一部分转变为机械功率，它完成工艺过程而做功，另一部分当转速变化时存贮于运动系统。当 M_D 与 n 的方向相反时，电动机从旋转着的拖动系统中吸取机械功率，转换为电功率。

生产机械的负载转矩 M_j 作用在旋转着的拖动系统时，当 M_j 与 n 同方向，表示放出机械功率给旋转着的拖动系统；当 M_j 与 n 反方向时，表示从旋转着的拖动系统中吸收机械功率。

应当注意，电动机的功率 P_D 不管是将电功率转化为机械功率，或是将机械功率转化为电功率，都是独立进行的，这并不影响生产机械负载是吸收功率还是放出机械功率 P_j 。它们两者 (P_D 和 P_j) 都是由各自独立的条件所决定。而旋转的拖动系统转动惯量的动态功率 P_d ，则是根据功率平衡关系，由电动机的功率 P_D 和负载的机械功率 P_j 共同决定。

例如，拖动系统的电动机转矩 M_D 和转速 n 的方向相同时，电动机输出功率，这时拖动系统转速 n 增加，电动机的功率一部分做功满足工艺要求，另一部分使系统增加贮存的机械功率，即增加了转动惯量的动态功率 P_d 。反之，当拖动系统转速 n 减小时，拖动系统的转动惯量释放贮存的机械功率，也即减少了转动惯量的动态功率 P_d 。

上面所述 (1-1), (1-2), (1-4), (1-5) 式是电力拖动系统的运动方程式和功率平衡方程式，它们是电力拖动系统机械运动形式的普遍客观规律，是研究电力拖动系统各种运转状态的基础。运动方程式 (1-1) 不仅描述了系统机械运动的普遍规律，而且在具体运转状态中还是设计计算的依据。

4. 拖动系统运动方程式的实用表达式 (1-1) 式在实际工程计算中，因为单位的关系不太习惯，也不方便，所以在实际工作中角速度 ω (弧度/秒) 用旋转电机轴的转速 n (转/分) 代替；旋转系统的转动惯量 J (公斤·米·秒²) 用旋转系统的飞轮惯量 GD^2 (公斤·米²) 代替 (GD^2 有时也称飞轮转矩)。它们的相互关系为：

$$n = \frac{60}{2\pi} \omega, \text{ 转/分} \quad (1-6)$$

$$GD^2 = mg(2\rho)^2 = 4gmr^2 = 4gJ, \text{ 公斤} \cdot \text{米}^2 \quad (1-7)$$

式中 g ——重力加速度， $g = 9.81$ 米/秒²；

m ——整个系统旋转部分的质量，公斤·秒²/米；

ρ ——系统转动部分质量对其旋转轴的回转半径，米。

应当注意， GD^2 这个物理量是整个旋转系统的飞轮惯量，它是各个旋转部件飞轮惯

量折算到电机轴上的总和。虽然其中 G 相当于系统转动部分的重量， D^2 相当于旋转体转动直径 (2ρ) 的平方，但是由于将它们结合在一起用来表示系统的飞轮惯量，所以在实际应用中，无论是计算或书写 GD^2 这两个符号时，总应是写在一起，而不能分开。因为写在一起它代表飞轮惯量这样一个物理量，分开时其每个符号所代表的物理量就是另一种内容。此点应当特别注意。

考虑式 (1-6) 和 (1-7)，则 (1-1) 式可以用旋转系统飞轮惯量 GD^2 和转速 n 来表示，此时，拖动系统运动方程式：

$$M_D - M_i = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} \quad (1-8)$$

(1-8) 式为今后常用的运动方程式形式。但要注意，式中系数 $375 = \frac{4g \cdot 60}{2\pi}$ 是带有加速度纲的系数。

关于旋转系统中飞轮惯量随转角变化的拖动系统运动方程式，在此不加论述。如果想分析这类问题，请参阅有关书籍。

综上所述，电力拖动系统运动方程式 (1-8) 式为实用表达形式。 M_i 是静态阻转矩， M_D 是电动机拖动转矩，它们构成运动系统的一对主要矛盾。当 $M_D > M_i$ 时， $\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} > 0$ ，即运动系统处于加速的过渡过程。随着时间 t 增加，转速 n 也增加，动态转矩阻碍系统的加速，也就是动态转矩与作用在旋转物体各转矩之和相平衡。当 $M_D < M_i$ 时， $\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} < 0$ ，即加速度是负的，也即随着时间 t 增加转速 n 下降。此时动态转矩阻碍系统减速，但动态转矩也仍与系统其他作用转矩之和相平衡，即拖动系统的各转矩在动态过程一直保持平衡的关系。如果 $M_D = M_i$ 时， $\frac{dn}{dt} = 0$ ，即系统的转速 n 不随时间 t 变化，系统处于稳定状态，动态转矩等于零，即以恒定转速运转或静止不动。

为了求解运动方程式，必须对其中的参量进行深入的分析，即对电动机的电磁转矩 M_D 、生产机械的负载转矩 M_i 以及拖动系统的飞轮惯量 GD^2 等参数进行分析。

电动机的电磁转矩 M_D 对转速 n 的关系，是各类电动机的一个重要特性，我们在直流电动机课程中已有了一定的认识，准备在下一章还要对它进行专门的分析。

生产机械负载转矩 M_i 的特性以及拖动系统飞轮惯量 GD^2 的计算，下面要逐一加以讨论。

二、电力拖动系统的负载静转矩

1. 负载转矩按工艺参数分类 生产机械的负载静转矩特性是指生产机械的静转矩 M_i 与工艺过程的某些因素的关系，例如转速、行程、时间等。根据负载静转矩 M_i 与这些因素的依赖关系，一般可分成下列几种类型：

(1) 静转矩 M_i 恒定不变， $M_i = \text{const}$ 。属于这一类的生产机械如提升机构、提升机的走行机构、皮带运输机、轧机以及金属切削机床等。它们的静转矩不随转速变化而保持恒定，

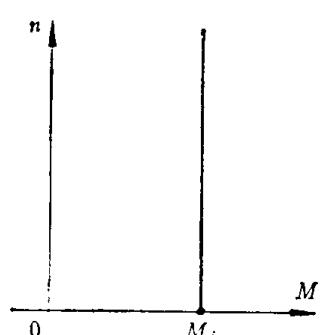


图 1-3 $M_i = \text{const}$ 的特性

如图 1-3 所示。

(2) 静转矩是转速的函数, $M_i = f(n)$ 。按离心力原理工作的机械, 如离心式鼓风机, 水泵等属于这一类。它们的特点是随着转速增加其转矩 M_i 也在增大。有的生产机械静转矩 M_i 与转速 n 成二次方变化, 如图 1-4 中曲线 1 所示。此外, 在实验室中用作模拟负载的他激直流发电机的特性也是转速的函数, 而且是直线变化的线性函数, 因为当激磁电流和电枢电阻恒定不变时, 电磁转矩与转速成正比变化, 如图 1-4 中曲线 2 所示。

(3) 静转矩是行程或转角的函数, $M_i = f(\alpha)$ 。带曲柄连杆机构的生产机械属于这一类, 例如剪断机、活塞式空压机、冶金工厂的摆动台、翻钢机等。静转矩特性随转角 α 的变化, 如图 1-5 所示。

(4) 静转矩变化不规律的生产机械, 例如球磨机或碎石机等, 其负载转矩随时间作不规律的随机变化。

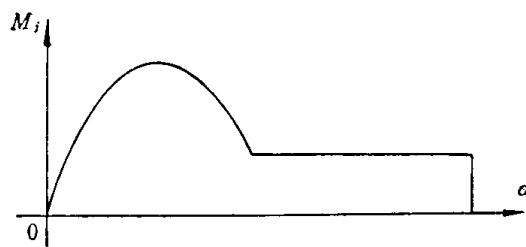


图 1-5 $M_i = f(\alpha)$ 的特性

2. 负载转矩按动力学性质分类 各种类型生产机械的静转除了依其工艺参数分类之外, 从电力拖动动力学角度也可以把静负载转矩与转速的关系分成两大类, 即摩擦类转矩和位能类转矩。

(1) 摩擦转矩, 也称反作用转矩, 有的书上也称反抗转矩。其特点是转矩的方向总是阻碍运动方向。当运动方向改变时, 静转矩的方向也随之改变。例如, 摩擦类型的转矩就具有这样的性质。当外加转矩使系统往某一个方向旋转时, 摩擦转矩就阻碍旋转, 且大小不随转速变化而保持恒定; 当外加转矩的方向改变, 旋转系统朝与原来旋转方向相反的方向旋转时, 则摩擦转矩的方向也反过来, 仍是阻碍运动, 其大小也不随转速变化, 仍保持恒定不变。当转速 $n=0$ 时, 摩擦转矩的大小和方向本身是不确定的, 因为外加的转矩小于摩擦阻转矩时, 系统静止, 转速为零, 这时摩擦转矩等于外加转矩, 方向是与外加转矩相反。当外加转矩大于摩擦转矩时, 系统发生运动, 运动方向是沿着外加转矩作用方向旋转, 这时摩擦转矩起阻碍的作用, 它的方向是反对外加转矩作用的方向, 如图 1-6(a) 所示。

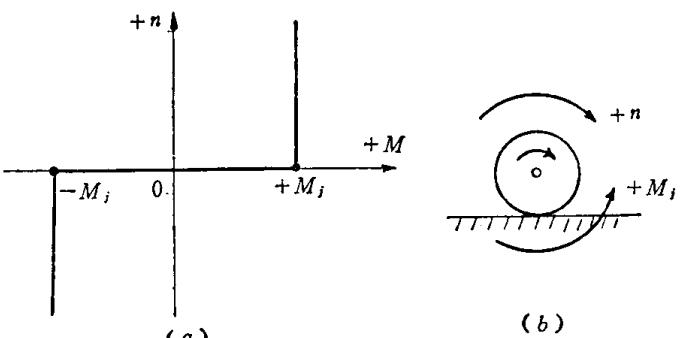


图 1-6 摩擦转矩的特性和正方向

根据前述, 摩擦转矩 M_f 规定的正方向是与转速 n 的正方向相反对时为正, 如图 1-6(b) 所示, 所以摩擦转矩 M_f 只能绘在第一和第三象限。当 $n=0$ 时转矩在 $+M_f$ 到 $-M_f$ 之间, 大小和方向都随外加转矩变化, 外加转矩有多大, 它就有多大。

(2) 位能转矩。位能转矩与摩擦转矩不同, 因为它是受重力作用产生的转矩, 当转速方向改变时, 位能转矩仍保持其原来的作用方向。同时, 位能转矩的大小也不受转速变

化的影响而保持恒定不变。

位能转矩的正方向作如下规定：当提升重物时，位能转矩的方向和转速 n 的正方向

(对观察者顺时针方向) 相反时为正，如图 1-7 (b)。因为位能转矩的方向不依转速方向改变而改变，即不论是提升负载或下放负载，位能转矩作用方向不变。所以位能转矩特性是一条由第一象限到第四象限的直线，如图 1-7(a) 所示。

应当说明，正方向的规定不是绝对的，有的书上也有作另外的规定，只是在直角坐标上的表示和实际运动方向有所不同，故应注意。

在实际的位能负载生产机械中，由于传动机构及轴承等环节中，仍有一些摩擦阻转矩，所以也包含一些摩擦性质的转矩 M_f 分量。如图 1-8 所示的静负载转矩就是位能负载转矩和摩擦转矩混合特性，其中摩擦转矩分量占的比重较小的情况如 (a)，而摩擦转矩占的比重较大情况如 (b) 所示。

三、电力拖动系统的飞轮惯量

当我们利用电力拖动系统运动方程式 (1-1) 和 (1-8) 来分析具体的生产机械的运动情况时，除应知道系统静负载转矩 $M_f = f(n)$ 的特性以外，还应知道系统的飞轮惯量 GD^2 或转动惯量 J 的具体数值。在进行设计计算时可以根据电动机的产品样本查出电动机电枢的飞轮惯量 GD^2 值，从机械设计部门取得生产机械各旋转部件的飞轮惯量 GD^2 或转动惯量 J 的数值。有时对一些常用的简单旋转部件可用解析的方法进行计算或估算其飞轮惯量 GD^2 的数值。当然对比较复杂的一些部件也可以采用实验的方法来测定飞轮惯量 GD^2 的数值。

根据理论力学的分析，物体对于某一旋转轴的转动惯量 J 等于其个别微粒的质量 Δm_i 与该微粒对其旋转轴的距离 r_i 的平方之积的总和，即：

$$J \cong \sum_{i=1}^k \Delta m_i r_i^2$$

如将微粒取得极小时，可用积分的形式表示，则：

$$J = \int r^2 dm \quad (1-9)$$

通常在实际运算中，还引用回转半径 ρ 的概念：

$$\rho^2 = \frac{J}{m} = \frac{\int r^2 dm}{\int dm} \cong \frac{\sum r_i^2 \Delta m_i}{\sum \Delta m_i} \quad (1-10)$$

于是有：

$$J = \rho^2 m \quad (1-11)$$

回转半径 ρ 的物理概念是假想将围绕某一旋转轴旋转的物体的质量 m 集中到离旋转轴距离为 ρ 的一点上，其转动惯量与该物体的转动惯量 J 相等，称这个离旋转轴的距离 ρ 为该物体对该旋转轴的回转半径。

根据前面所引用的飞轮惯量 GD^2 的概念则有：

$$GD^2 = 4gJ = 4g \int r^2 dm \cong 4g \sum r_i^2 \Delta m_i \quad (1-12)$$

或

$$GD^2 = 4gm\rho^2 = 4G\rho^2 \quad (1-13)$$

实际计算时可依 (1-11), (1-13) 式求出 J 或 GD^2 。对于几何形状规则的部件，可依表 1-1 所示，查出回转半径 ρ 的数值，然后计算转动惯量 J 或飞轮惯量 GD^2 。

表 1-1

几何图形	物体名称与回转轴线	回转半径 ρ 的平方
	回转轴线与母线平行并通过重心的圆柱体	$\rho^2 = \frac{R^2}{2}$
	回转轴线与母线平行并通过重心的空心圆柱体	$\rho^2 = \frac{R^2 + r^2}{2}$
	回转轴线与锥底面垂直并通过重心的截锥体	$\rho^2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$
	回转轴线通过重心并与长方体的一棱平行	$\rho^2 = \frac{b^2 + c^2}{12}$

一些几何形状较复杂的部件，如果可以分成几个形状简单的部分，可以分别利用表 1-1 所给的简单公式进行分别计算，然后加起来求出整个部件的 GD^2 ，下面举例说明。

[例题] 试求图 1-9 齿轮的飞轮惯量 GD^2 。齿轮的尺寸如图所示，其单位为毫米，齿轮材料的密度为 7.8 吨/米³。

[解] 可把齿轮的复杂几何形状分解成三个几何形状简单的部分，如分解为轮缘、辐板、轮三部分（图 1-9）。为了简化起见，假设轮缘没有齿，是平的，其外径是齿轮的节圆直径。这样，每部分都可以看成是空心的圆柱体。由表 1-1 可以查出回转轴线与母线平行

并通过重心的空心圆柱体图形的回转半径的计算公式：

$$\rho^2 = \frac{R^2 + r^2}{2}$$

而各相应空心圆柱体的重量：

$$G = \pi(R^2 - r^2)b\gamma \times 10^3, \text{ 公斤}$$

式中 R 、 r 和 b —— 分别是空心圆柱体的外径、内径和厚度，单位为米；
 γ —— 齿轮材料的密度，吨/米³。

由式(1-13)可以得出各相应空心柱体的 GD^2 为：

$$GD^2 = 4G\rho^2, \text{ 公斤}\cdot\text{米}^2$$

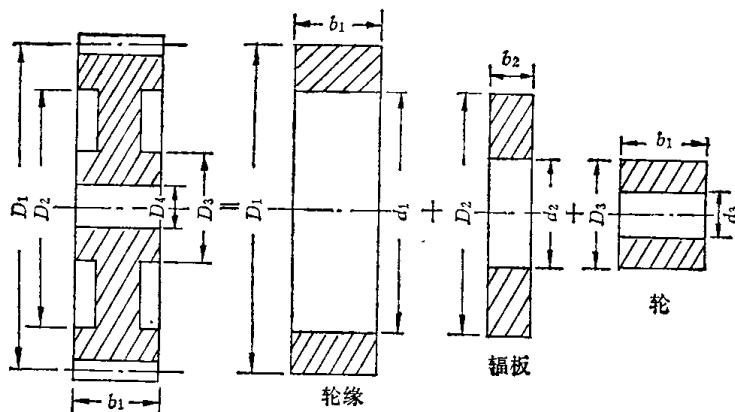


图 1-9 齿轮的图形及其分解

$$D_1 = 400 \text{ 毫米}; D_2 = d_1 = 340 \text{ 毫米}; D_3 = d_2 = 80 \text{ 毫米}; D_4 = d_3 = 30 \text{ 毫米}$$

$$b_1 = 60 \text{ 毫米}; b_2 = 15 \text{ 毫米}$$

下面根据图1-9所示的各部分尺寸，列表计算出各部分的飞轮惯量，如表1-2所示。所以齿轮的飞轮惯量等于各部分飞轮惯量的总和，即：

$$GD^2 = 0.0074 + 0.61 + 2.25 = 2.87 \text{ 公斤}\cdot\text{米}^2$$

表 1-2

尺 寸 分 解 部 分	轮	辐 板	轮 缘
$R = \frac{D}{2}$ (米)	$\frac{80}{2} \times 10^{-3}$	$\frac{340}{2} \times 10^{-3}$	$\frac{400}{2} \times 10^{-3}$
$r = \frac{d}{2}$ (米)	$\frac{30}{2} \times 10^{-3}$	$\frac{80}{2} \times 10^{-3}$	$\frac{340}{2} \times 10^{-3}$
b (米)	60×10^{-3}	15×10^{-3}	60×10^{-3}
GD^2 (公斤·米 ²)	0.00738	0.611	2.25

对于一些常见的齿轮、抱闸轮和飞轮等，有时为了简单起见，也可以根据它的外径和重量进行估算，其常用的经验公式如下。

齿轮的飞轮惯量 GD_c^2 ：

$$GD_c^2 \approx 0.6 \times G_c \times D_c^2, \text{ 公斤}\cdot\text{米}^2 \quad (1-14)$$

式中 G_c —— 齿轮的重量，公斤；

D_c —— 齿轮的节圆直径，米。

飞轮的飞轮惯量 GD_f^2 :

$$GD_f^2 \approx 0.65 \times G_f \times D_f^2, \text{ 公斤} \cdot \text{米}^2 \quad (1-15)$$

式中 G_f —— 飞轮的重量，公斤；

D_f —— 飞轮的外径，米。

对于几何形状不规则的部件，而又必须求出它的飞轮惯量 GD^2 时，有时采用实验的方法来测定。

第二节 多轴电力拖动系统运动方程式

上节只对单轴电力拖动系统的运动方程式作了介绍，但在实际应用中，更多的生产机械都是多轴电力拖动系统。这是因为许多生产机械为满足其工艺过程的要求，需要较低的转速，而电动机为了合理使用材料，除特殊情况外都设计制造成具有较高的额定转速。因此，在生产机械和电动机中间必须装设减速机构，如减速齿轮箱或蜗轮蜗杆、皮带等减速装置。

在这种情况下研究多轴电力拖动系统的运动情况，需要对拖动系统的每根轴分别写出运动方程式。而且这些方程式又都是互相关联的，所以要有消除中间变量的大量工作，显然这是很麻烦的。

为了简化计算，通常都把带有变速机构或带有平移运动机构的多轴电力拖动系统，折算成等效的最简单的典型单轴系统，然后依前节得出的结果来分析拖动系统的运动情况。所谓等效，就是指拖动系统在折算前和折算后其动力学的性能保持不变。

一、多轴旋转系统折算成等效的简单单轴旋转系统

例如图1-10 (a) 所示的多轴旋转系统，经过折算后的等效单轴系统如同图 (b) 所示。此时单轴系统的动力学性能应和多轴系统的动力学性能是等效的。

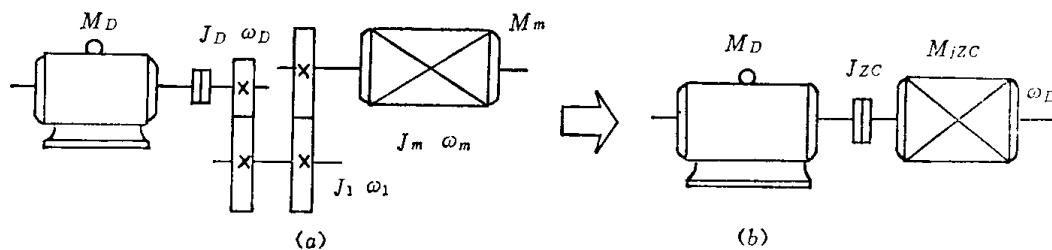


图 1-10 多轴拖动系统折算成单轴拖动系统

在进行折算时，依据的最基本的原则就是折算前的多轴系统同折算后的单轴系统，在能量关系上和功率关系上保持不变。

1. 静态转矩的折算 例如图1-10 (a) 的多轴系统，折算到电动机轴上时，其静态转矩的等效原则是等效的单轴系统静态功率与折算前的多轴系统静态功率相等。

假设生产机械的静态转矩为 M_m ，生产机械轴的角速度为 ω_m 时，其对应的静态功率为 P_m ，如图1-10 (a) 所示。如果不考虑中间轴的传动损耗，折算成等效的单轴系统，如图1-10(b)，其折算后的静态功率 P_{ZC} 应当保持和折算前的静态功率 P_m 相等。这时应有下列关系：

$$M_m \omega_m = P_m = P_{ZC} = M_{ZC} \omega_D \quad (1-16)$$

折算到电动机轴上 (ω_D) 的等效静转矩 (M_{jzc}) 为:

$$M_{jzc} = \frac{\omega_m}{\omega_D} M_m = \frac{n_m}{n_D} M_m = \frac{1}{j} M_m \quad (1-17)$$

式中 $j = \frac{\omega_D}{\omega_m} = \frac{n_D}{n_m}$ —— 电动机轴转速 n_D 和生产机械轴转速 n_m 的传递比。

从 (1-16) 式可以看出, 在生产机械低速轴上, 负载转矩 M_m 值很大, 折算到电动机的高速轴上时, 其等效的折算静转矩 M_{jzc} 就小了, 等于负载转矩 M_m 的 j 分之一。从功率等效来看是可以理解的, 因为低速轴转矩大, 高速轴转矩小, 不考虑损耗则功率是平衡的。所以, 从低速轴的大转矩, 折算到高速轴时, 就变为较小的转矩, 减小的程度正好和传动比 j 成比例。

如果我们考虑传递过程中有摩阻转矩损耗功率时, 则采用传动效率 η_c 来考虑传动损耗, (1-16) 式的功率平衡关系将为:

$$M_{jzc}\omega_D = P_{zc} = P_m \frac{1}{\eta_c} = M_m \omega_m \frac{1}{\eta_c} \quad (1-18)$$

因为这时生产机械由电动机拖动, 所以传动机构中的损耗功率应由电动机负担, 故折算到电动机轴上的功率应当比生产机械实际所需的功率增大一些。增大部分即用来克服传动机构中的损耗功率, 故效率 η_c 应除实际的静态功率 P_m 。

于是, 当考虑传动机构中的摩阻损耗时, 折算到电动机轴上的等效静转矩 (M_{jzc}) 为:

$$M_{jzc} = \frac{\omega_m}{\omega_D} M_m \cdot \frac{1}{\eta_c} = \frac{n_m}{n_D} M_m \cdot \frac{1}{\eta_c} = M_m \cdot \frac{1}{j\eta_c} \quad (1-19)$$

如果电动机处在制动状态时, 传动机构中的损耗是由生产机械的负载负担。例如吊车卷扬机构下放重物时, 功率是由生产机械的重物下放, 克服传动机构的摩阻损耗后送到电动机轴上, 故这时的功率平衡关系, 应使折算到电动机轴上的静态功率比电动状态时小一些, 也就是考虑到损耗功率部分。因此这时的功率平衡关系为:

$$M_{jzc}\omega_D = M_m \omega_m \eta_c \quad (1-20)$$

则折算到电机轴上的等效折算转矩 M_{jzc} :

$$M_{jzc} = \frac{\omega_m}{\omega_D} M_m \cdot \eta_c = \frac{n_m}{n_D} M_m \cdot \eta_c = \frac{1}{j} M_m \cdot \eta_c \quad (1-21)$$

2. 转动惯量 J 的折算 图1-10 (a) 中多轴系统的转动惯量, 折算到电动机轴上的等效系统的转动惯量为 J_{zc} , 如图 1-10 (b) 所示, 其折算的等效原则是折算前后系统的动能不变。

如图所示, 电动机轴上的角速度为 ω_D , 其转动惯量 J_D 包括电机电枢、靠背轮和电动机轴上的齿轮等三部分转动惯量的总和; 中间传动轴的角速度为 ω_1 , 其总的转动惯量为 J_1 ; 生产机械轴上的角速度为 ω_m , 转动惯量为 J_m 。折算后等效系统的角速度为 ω_D , 等效的转动惯量为 J_{zc} 。根据折算前多轴系统的动能和折算后单轴系统的动能相等原则, 则得:

$$\frac{J_{zc}\omega_D^2}{2} = \frac{J_D\omega_D^2}{2} + \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_m\omega_m^2}{2} \quad (1-22)$$