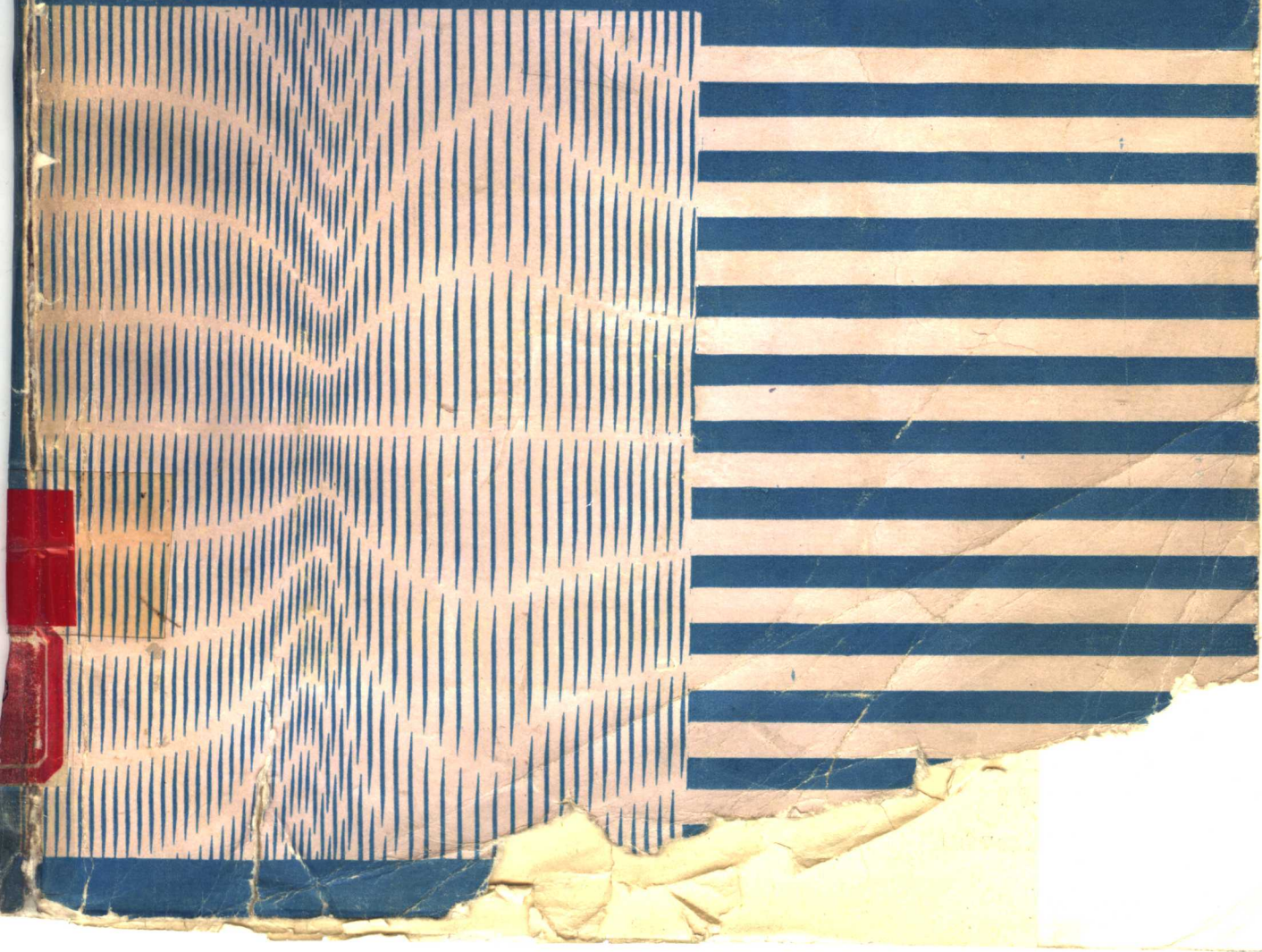


电磁场与微波技术

高等学校教材

陈孟尧 主编
许福永 赵克玉 编



高等学校教材

电磁场与微波技术

陈孟尧 主编 许福永 编
赵克玉 编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书根据国家教委一九八三年制定的《电磁场与微波技术》教学大纲编写而成。全书共有十三章，适合于108学时教学。内容包括静电场；稳恒电流磁场；拉普拉斯方程和泊松方程的分析；时变电磁场和电磁波的一般特性；狭义相对论；传输线理论；规则波导；微波谐振腔；电磁辐射系统；微波振荡源；常用微波元件；微波测量及微波应用等。每章除有重点要求和本章小结外，还备有适量习题供读者复习巩固之用。

本书可作为综合大学电子学与信息系统(无线电电子学)专业“电磁场与微波技术”课程的教材使用；也可作为无线电物理专业、微波专业以及其它电子类专业的教学参考书；对于有关的教师、研究生和工程技术人员也有一定的参考价值。

责任编辑 尹洪

高等学校教材

电磁场与微波技术

陈孟尧 主编 许福永 赵克玉 编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 40.25 插页 1 字数 920 000

1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷

印数 0001—1 935

ISBN7-04-002133-1/TN·111

定价8.20元

前 言

《电磁场与微波技术》一书是根据高等学校理科无线电教材编审委员会 1983 年 11 月成都扩大会议审定的教学大纲编写而成的,是综合性大学电子学与信息系统(无线电电子学)专业“电磁场与微波技术”课程的试用教材,也可作为无线电物理学专业、微波专业以及其它电子类专业的教材,还可供有关的教师、研究生和工程技术人员参考。

《电磁场与微波技术》一书是作者在长期教学工作实践基础上完成的。本书着重于基本原理和方法、物理概念和器件使用特性等方面的阐述,特别注意了以下几个方面:① 理论与实践、技术的结合,以便为今后从事理论、设计、应用等方面的工作打下良好的基础;② 严密的数学分析与直观物理图象相结合,以加深对内容的理解;③ 用插图、表格、实例和总结的方法来进一步阐明主题,以帮助读者掌握主要内容;④ 对重点和难点进行深入细致的分析;⑤ 反映本学科的最新理论、技术、方法及其应用(也含作者的某些工作);⑥ 在选材和文字篇幅上尽量作到适合教学的需要。在教师比较熟悉教材的情况下,采用本教材可以顺利地在规定时间内完成教学计划所规定的内容。

按教学计划,本课程总共为 108 学时,各章学时分配按教学大纲在本书目录中列出,其中第五章狭义相对论如已在现代物理课程中讲授,则本章内容不再重讲,学时可用于其它章节;第十三章微波应用可作为阅读材料。凡在目录中打有“*”号或正文中用小字排印的内容都是作为选讲内容编写的,以便适应不同院校在教、学两方面的需要。每章前所列重点要求明确指出了各章的重点、地位及其相互关系。章末小结在于更好地掌握本章内容,便于复习,有助于理解和记忆。本书一律采用我国法定计量单位。附录比较齐全,可供各类人员查阅和使用。

学生在学习本课程之前应先学习《电磁学》、《电路基础》、《应用数学》等课程。通过本课程的学习,使学生在电磁场及有关边值问题的主要解法方面得到训练;要求学生掌握传输线、波导、谐振腔、辐射系统以及微波元件和测量系统的基本原理、使用特性和实验方法,为今后运用电磁场理论、微波理论与技术解决实际问题打下一定的基础。

本教材由陈孟尧担任主编,并编写了第五、六、七、八、九章和第三章 6~8 节及附录;许福永编写了第一、二、四章和第三章 1~5 节;赵克玉编写了第十、十一、十二、十三章。本教材由高等学校理科无线电教材编审委员会委托南京大学吴培亨教授担任主审,参加本书初审的还有方林虎、吴宏雄、唐汉、郝磷等,并由吴培亨、张善杰、唐汉进行了复审。他们在百忙之中认真、细致地审阅了全书,提出了许多宝贵意见,在此表示诚挚的谢意。同时,作者亦对兰州大学理论物理教研室李知儿以及席先觉、马建国、刘丽华等同志给与的帮助表示感谢。

作者还特别感谢鲍家善教授的关怀和指导。

由于作者水平有限,书中难免存在不足之处,欢迎读者批评指正。

符 号 表

量的符号	量的名称	我国法定计量单位	
		单位符号	单位名称
L, l	长度	m	米
R	距离矢量	m	米
S, s	面积	m ²	平方米
n	面的法向单位矢量	m ²	平方米
V	体积, 容积	m ³	立方米
m	质量	kg	千克(公斤) ^①
t	时间;	s	秒
	温度	°C	摄氏度
θ	平面角	rad	弧度
Ω	立体角	sr	球面度
F	力	N	牛[顿] ^②
f	力密度	N/m	牛[顿]每立方米
T	力矩	N·m	牛[顿]米
L	角动量, 动量矩	kg·m ² /s	千克二次方米每秒
v	速度	m/s	米每秒
Q	电荷[量], 电量;	C	库[仑]
	品质因数		
ρ	电荷[体]密度;	C/m ³	库[仑]每立方米
	[电压]驻波系数		
ϕ	电势, 电位;	V	伏[特]
	标[量]势	V	伏[特]
ϕ_m	磁标势	A	安[培]
U, u	电压	V	伏[特]
\mathcal{E}	电动势	V	伏[特]
I, i	电流	A	安[培]
J	电流密度	A/m ²	安[培]每平方米
σ	电导率	S/m	西[门子]每米
E	电场强度	V/m	伏[特]每米
ψ_e	电通[量]	V·m	伏[特]米
ψ_m	磁通[量]	Wb	韦[伯]
Ψ	磁链	Wb	韦[伯]
D	电位移, 电通[量]密度	C/m ²	库[仑]每平方米
ϵ	介电常数(电容率)	F/m	法[拉]每米
χ_e	电极化率		
χ_m	磁化率		
P	电偶极矩	C·m	库[仑]米
P	电极化强度;	C/m ²	库[仑]每平方米
	动量	kg·m/s	千克米每秒
W	能[量], 功	J	焦[耳]

续表

量的符号	量的名称	我国法定计量单位	
		单位符号	单位名称
w	能[量]密度	J/m ³	焦[耳]每立方米
B	磁感应强度,磁通[量]密度	T	特[斯拉]
A	磁矢势,矢[量]势	Wb/m	韦[伯]每米
H	磁场强度	A/m	安[培]每米
μ	磁导率	H/m	享[利]每米
m	磁[偶极]矩,[面]磁矩	A·m ²	安[培]平方米
M	磁化强度	A/m	安[培]每米
L	电感,自感	H	享[利]
M	互感	H	享[利]
C	电容	F	法[拉]
R	电阻	Ω	欧[姆]
X	电抗	Ω	欧[姆]
Z	阻抗	Ω	欧[姆]
G	电导, 增益系数	S	西[门子]
B	电纳	S	西[门子]
Y	导纳	S	西[门子]
f	频率	Hz	赫[兹]
ω	角频率,角速度	rad/s	弧度每秒
λ	波长	m	米
K	波数	m ⁻¹	每米
K	波矢量	m ⁻¹	每米
α	衰减常数	dB/m	分贝每米
β	相移常数,相位常数	rad/m	弧度每米
γ	传播常数	m ⁻¹	每米
S	坡印亭矢量,能流密度	W/m ²	瓦[特]每平方米
P, p	[有功]功率; 压力,压强	W Pa	瓦[特] 帕[斯卡]
η	效率		
δ	损耗角; 趋肤深度	rad m	弧度 米
c	[真空中]光速	m/s	米每秒
n	折射率		
Γ	反射系数		
T	传输系数,透射系数; 周期;	s	秒
	热力学温度	K	开[尔文]
D	方向性系数		
A	衰减[量]	dB	分贝
φ	相移[量],相位角	rad	弧度

注: ①圆括号内的名称与括号前的名称是同义词。

②去掉方括号时是单位的全称,省略方括号里的字即成为其简称。

目 录

前言	1	第二章 稳恒电流磁场(6学时)	38
符号表	1	重点要求	33
第一部分 电磁场		§ 2.1 电流、电动势和电荷守恒定律	38
第一章 静电场(6学时)	1	一、电流与电流密度(38) 二、电动势(40)	
重点要求	1	三、电荷守恒定律(40) 四、导电媒质中稳恒电场的基本方程(41)	
§ 1.1 库仑定律和电场强度	1	§ 2.2 安培定律和磁感应强度	42
一、库仑定律(1) 二、电场强度(1)		一、安培定律(42) 二、磁感应强度与毕奥-萨瓦尔定律(43) 三、洛仑兹力(44)	
三、场的叠加原理(2) 四、电力线(4)		§ 2.3 矢量势和安培环路定律	45
§ 1.2 高斯定理	5	一、磁通连续性原理(45) 二、矢量势及其微分方程(46) 三、安培环路定律(49) 四、真空中稳恒磁场的基本方程(51)	
一、E通量(5) 二、高斯定理(5) 三、静电场的无旋性(3) 四、真空中静电场的基本方程(9)		§ 2.4 磁偶极子及其与磁场的作用	51
§ 1.3 静电势	9	一、磁偶极子的磁场(51) 二、稳恒磁场对磁偶极子的作用(53)	
一、静电势(9) 二、等势面(11) 三、电势的微分方程(12)		§ 2.5 物质的磁化和磁场强度	53
§ 1.4 电偶极子	12	一、物质的磁化与磁化强度(53) 二、磁化电流(54) 三、磁场强度与磁介质中的安培环路定律(56) 四、磁介质中稳恒磁场的基本方程(58) 五、磁标势(59)	
一、电偶极子的电场(12) 二、均匀外电场对电偶极子的作用(14)		§ 2.6 磁场的边界条件	60
§ 1.5 电介质的极化和电位移矢量	14	§ 2.7 电感	63
一、电介质的极化和电极化强度(14) 二、束缚电荷(15) 三、电位移矢量和介质中的高斯定理(16) 四、介质中静电场的基本方程(19)		一、互感(63) 二、自感(64)	
§ 1.6 静电场的边界条件和分界面上的法向应力	20	§ 2.8 磁场能量	66
一、静电场的边界条件(20) 二、分界面上的法向应力(25)		一、电流回路系统的磁场能量(66) 二、磁场的能量密度(67)	
§ 1.7 电容	26	本章小结	69
§ 1.8 静电场的能量	29	习题	73
一、带电体系统的电场能量(29) 二、电场的能量密度(30)		第三章 拉普拉斯方程和泊松方程的分析(8学时)	78
本章小结	32	重点要求	78
习题	34	§ 3.1 唯一性定理	78
		§ 3.2 镜象法	79

一、导体与介质间的边界(79) 二、两种不同介质间的边界(84)

§ 3.3 直角坐标系内的分离变量法·····89

§ 3.4 圆柱坐标系内的分离变量法·····95

* § 3.5 球坐标系内的分离变量法·····101

* § 3.6 δ 函数·····106

* § 3.7 格林函数法·····110

一、格林函数(110) 二、格林函数法(111)

* § 3.8 复变函数法·····114

一、复变函数法(114) 二、常见保角变换举例(117)

本章小结·····127

习题·····133

第四章 时变电磁场和电磁波的一般特性 (16学时)·····139

重点要求·····139

§ 4.1 法拉第电磁感应定律·····139

§ 4.2 位移电流和全电流定律·····142

§ 4.3 麦克斯韦方程组和洛仑兹力公式·····145

一、麦克斯韦方程组(145) 二、正弦电磁场基本方程的复数形式(147) 三、洛仑兹力公式(148)

§ 4.4 电磁场的边值关系·····149

§ 4.5 电磁场的能量守恒定律与坡印亭矢量·····151

一、电磁场的能量守恒定律(151) 二、坡印亭矢量(153)

§ 4.6 均匀平面电磁波的性质·····156

一、电磁波的波动方程及其解(156) 二、复波动方程和均匀平面波的传播特性(158)

三、均匀平面波的能量密度和能流密度(162)

四、均匀平面波的极化(165) 五、均匀平面波的性质(167)

§ 4.7 电磁波在电介质中的传播·····168

一、复介电常数和复磁导率(168) 二、有耗介质中传播的均匀平面波(169) 三、相速度和群速度(172)

§ 4.8 电磁波在导电媒质中的传播·····174

一、导电媒质等效的复介电常数(174) 二、导电媒质中传播的均匀平面波(176)

§ 4.9 电磁波在介质分界面上的反射与折射·····180

一、反射定律与折射定律(180) 二、菲涅尔公式(181) 三、全反射(184) 四、正入射的情形(186)

§ 4.10 电磁波在导体表面上的反射和折射·····188

一、电磁波在导体表面上的反射和折射(188)

二、趋肤深度与表面电阻(190)

§ 4.11 电磁场的矢量势和标量势·····193

一、电磁场的矢量势和标量势(193) 二、洛仑兹条件与达朗贝尔方程(194)

§ 4.12 推迟势·····197

本章小结·····200

习题·····205

第五章 狭义相对论(6学时)·····211

重点要求·····211

§ 5.1 狭义相对论的实验基础·····211

§ 5.2 狭义相对论的基本原理和洛仑兹变换·····212

§ 5.3 狭义相对论的时空理论·····214

一、真空中光速是一切物体运动的最大速度(216) 二、长度缩短(216) 三、时间膨胀(217) 四、速度变换定理(218)

§ 5.4 电动力学的相对论不变性·····219

§ 5.5 相对论力学·····224

一、四维动量矢量(224) 二、静止质量和运动质量(226) 三、质能关系(226) 四、相对论力学方程(227)

本章小结·····228

习题·····231

第二部分 微波技术

第六章 传输线理论(10学时)·····238

重点要求·····238

§ 6.1 传输线方程及其解·····238

§ 6.2 反射系数与驻波系数·····242

一、反射系数(242) 二、驻波系数(245)

§ 6.3 传输线的输入阻抗和 工作状态分析.....	245
一、终端短路情形(246) 二、终端开路情形 (247) 三、负载为任意阻抗的情形(248) 四、 四分之一波长段的性质(249)	
§ 6.4 阻抗圆图.....	250
§ 6.5 传输线的阻抗匹配.....	253
本章小结.....	258
习题.....	259
第七章 规则波导(16学时)	262
重点要求.....	262
§ 7.1 规则波导传输的一般理论.....	262
一、纵向场法(262) 二、赫兹矢量法(265)	
§ 7.2 矩形波导.....	269
一、矩形波导中存在的波型(269) 二、矩形波 导内基波的特性(272)	
§ 7.3 圆形波导.....	286
一、 H_{11} 波(289) 二、 E_{01} 波(291) 三、 H_{01} 波(291)	
§ 7.4 同轴线.....	294
一、TEM波(294) 二、E波和H波(296)	
§ 7.5 微带.....	300
一、传播波型(301) 二、特性阻抗(304) 三、衰减 (316) 四、微波集成电路介绍(317)	
* § 7.6 椭圆波导.....	318
* § 7.7 螺旋波导.....	324
一、“快波”螺旋波导(324) 二、“慢波”螺旋 线(327)	
* § 7.8 其它形式的微波传输线.....	330
一、介质线(330) 二、H形金属介质波导(333) 三、脊形波导(336) 四、加鳍波导与鳍线(341) 五、双圆锥波导(344)	
* § 7.9 光纤.....	349
一、光纤的一般性质(349) 二、光纤波导的波 型(351) 三、光纤的主要参量(353) 四、光纤通信(355) 五、光耦合(356)	
本章小结.....	358
习题.....	361
第八章 微波谐振腔(6学时)	364
重点要求.....	364
§ 8.1 谐振腔的基本参量.....	365

一、谐振波长(365) 二、品质因数(366) 三、等效电导(367)	
§ 8.2 矩形波导谐振腔.....	367
§ 8.3 圆形波导谐振腔.....	370
一、 E_{010} 型振荡模式(371) 二、 H_{011} 型振荡 模式(373) 三、 H_{111} 型振荡模式(374)	
§ 8.4 同轴线谐振腔和微带谐振器.....	375
一、二分之波长同轴线谐振腔(376) 二、四分 之波长同轴线谐振腔(377) 三、微带谐振器(378)	
* § 8.5 椭圆波导谐振腔.....	379
§ 8.6 微波管用谐振腔.....	384
一、环形谐振腔(384) 二、磁控管用谐振腔 (387)	
§ 8.7 谐振腔的等效电路、耦合 与激励.....	390
* § 8.8 谐振腔的微扰.....	394
本章小结.....	397
习题.....	401
第九章 电磁辐射系统(10学时)	403
重点要求.....	403
§ 9.1 概述.....	403
一、天线分类及其求解方法(403) 二、互易 定理(404) 三、天线的电参量(404)	
§ 9.2 电偶极子辐射与磁偶极子辐射.....	407
一、电偶极子辐射(407) 二、对偶定理(410) 三、磁偶极子辐射(411)	
§ 9.3 振子天线.....	411
一、半波振子辐射(412) 二、任意长度的振 子天线(414)	
* § 9.4 裂缝天线.....	417
* § 9.5 微带天线.....	421
§ 9.6 喇叭天线.....	426
一、波导口径的辐射(427) 二、喇叭内 的场(428) 三、喇叭口径上的场(431) 四、喇叭的辐射场(433)	
§ 9.7 抛物面天线.....	438
一、旋转抛物面的几何关系(439) 二、旋转 抛物面上的电流分布(440) 三、旋转抛物面 天线的辐射场及其主要参量(442) 四、卡塞 格伦天线(443)	

§ 9.8 天线阵.....415
 一、二元阵及阵因子(445) 二、均匀直线式
 天线阵(447) 三、均匀平面天线阵(451)
 * § 9.9 通信、电视实用天线.....453
 一、旋转场天线(454) 二、环天线(456) 三、
 鞭状天线(457) 四、八木天线(458) 五、
 菱形天线(461) 六、螺旋天线(462) 七、对
 数周期天线(465) 八、室内电视接收天线
 (466)
 本章小结.....467
 习题.....469
第十章 微波振荡源(8学时).....471
 重点要求.....471
 § 10.1 概述.....471
 § 10.2 速调管.....472
 一、反射速调管(472) 二、多腔速调管(479)
 § 10.3 磁控管.....480
 一、多腔磁控管的结构(480) 二、电子在正
 交静电场中的运动(481) 三、磁控管中电
 子与高频场的作用(483) 四、磁控管的振荡
 原理(484) 五、磁控管振荡器(485)
 * § 10.4 行波管.....487
 一、“O”型行波管的结构(487) 二、“O”型
 行波管放大的工作原理(487) 三、行波管放
 大器(488)
 * § 10.5 返波管.....489
 一、“O”型返波管的结构(489) 二、“O”型
 返波管的振荡原理(490) 三、返波管振荡器(491)
 * § 10.6 分子振荡器.....492
 一、自发辐射和受激辐射(492) 二、粒子数
 反转(492) 三、氨分子振荡器(493)
 * § 10.7 亚毫米波激光器.....494
 一、光泵亚毫米波气体激光器的工作原理(494)
 二、光泵亚毫米波气体激光器的实验系统(495)
 * § 10.8 回旋管.....496
 一、回旋管的结构(497) 二、回旋管的基本
 工作原理(497)
 § 10.9 体效应二极管振荡器.....501
 一、砷化镓的伏安特性和能带结构(501) 二、
 体效应二极管的工作原理(502) 三、振荡

模式(503) 四、体效应二极管振荡器电路(504)
 § 10.10 雪崩二极管振荡器.....506
 一、碰撞雪崩渡越时间模(506) 二、俘获等离子
 体雪崩触发渡越时间模(507) 三、雪崩二极
 管振荡器(508)
 本章小结.....509
 习题.....511
第十一章 常用微波元件(6学时).....512
 重点要求.....512
 § 11.1 连接元件与转换元件.....512
 一、连接元件(512) 二、转换元件(515)
 § 11.2 匹配负载与短路活塞.....516
 一、匹配负载(516) 二、短路活塞(518)
 § 11.3 衰减器与相移器.....519
 一、衰减器(519) 二、相移器(521)
 § 11.4 波导分支接头与桥路.....522
 一、E-T接头与H-T接头(522) 二、双T
 接头(524) 三、环形桥路(524) 四、3dB桥(525)
 § 11.5 阻抗元件与阻抗变换器.....527
 一、阻抗元件(527) 二、阻抗变换器(531)
 § 11.6 检波器与测量线.....534
 一、检波器(534) 二、测量线(536)
 § 11.7 定向耦合器.....538
 一、双孔定向耦合器(538) 二、十字孔定向
 耦合器(539) 三、微带定向耦合器(540) 四、
 定向耦合器的特性参数(540)
 § 11.8 微波铁氧体隔离器和环行器.....541
 一、微波铁氧体的旋磁性质(541) 二、隔离
 器(545) 三、环行器(546)
 * § 11.9 波导元件的组合举例.....547
 一、平衡天线转换开关(547) 二、环流器(547)
 三、双T平衡混频器(548)
 本章小结.....549
 习题.....550
第十二章 微波测量(10学时).....552
 重点要求.....552
 § 12.1 概述.....552
 § 12.2 驻波测量.....553
 一、晶体检波律对驻波图形的影响(553)

二、最小点位置的测定(555)	三、驻波系数的测量(556)
§ 12.3 波长和频率的测量	559
一、波长测量(560)	二、微波频率测量(561)
§ 12.4 功率测量	564
一、大功率测量(565)	二、中、小功率测量(566)
§ 12.5 衰减测量	568
一、功率比法(569)	二、替代法(569)
三、桥路法(571)	四、功率反射法(571)
§ 12.6 相移测量	573
一、反射波法(573)	二、传输波法(573)
三、桥路法(575)	
§ 12.7 阻抗测量	575
§ 12.8 品质因数测量	576
一、驻波比法(573)	二、扫频法(578)
* § 12.9 二端口网络散射参量测量	579
一、二端口网络的散射参量(580)	二、三点法测量二端口网络的散射参量(580)
* § 12.10 介电常数测量	581
一、终端短路法(581)	二、微扰法(谐振腔法)(583)
* § 12.11 天线特性测量	584
一、天线方向图的测量(584)	二、天线增益系数的测量(584)
三、天线输入阻抗的测量(586)	
本章小结	586
习题	587
第十三章 微波应用	588
重点要求	588
§ 13.1 雷达、遥感与导航	588
一、雷达(588)	二、微波遥感(591)
三、导航(592)	
§ 13.2 微波通信	594
一、微波中继通信(594)	二、卫星通信(595)
§ 13.3 微波检测	599
一、微波测湿(599)	二、悬浮体浓度测量(602)

三、厚度测量(604)	四、微波对材料和结构完整性的检测(604)
§ 13.4 微波能的应用	605
一、微波加热(605)	二、微波在医学上的应用(608)
三、微波在农业上的应用(609)	四、利用微波传输太阳能(609)
五、微波的防护(610)	
§ 13.5 微波在科学研究领域中的应用	611
一、微波波谱学(611)	二、微波等离子体(612)
三、射电天文学(613)	四、微波气象学(615)
五、微波在物理学研究方面的应用(615)	六、微波在超导中的应用(616)
附录	618
一、坐标系	618
二、常用矢量公式	618
1. 矢量代数(618)	2. 矢量恒等式(619)
3. 积分变换公式(619)	4. 矢量微分运算(619)
三、贝塞尔函数	619
1. 贝塞尔函数表达式(619)	2. 贝塞尔方程(621)
3. 渐近式(621)	4. 图象(622)
5. 微分与积分(622)	6. $J(x)$ 、 $N(x)$ 、 $H(x)$ 函数间的关系(623)
7. 贝塞尔函数的部分根值(623)	8. 变态贝塞尔函数的循环公式(624)
四、常用物理量值	624
五、分贝换算表	625
六、某些常用材料的电特性	625
1. 金属导体(626)	2. 半导体(626)
3. 微带基片(626)	4. 高频电介质(627)
七、常用微波传输线的结构尺寸和性能	627
1. 国产矩形波导管标准尺寸(628)	2. 圆形波导标准尺寸(629)
3. 椭圆软波导的结构尺寸和性能(630)	4. 常用同轴线射频电缆特性参量(国产)(631)
主要参考书	632

第一部分 电 磁 场

第一章 静 电 场

重点要求

讨论电磁场问题,就是在电磁学的基础上,应用矢量分析与场论的方法系统地阐述电磁场的基本性质,研究其运动规律。静电场是电磁场问题的基础,主要研究电荷分布与电场分布之间的关系。要求学生重点掌握静电场的基本性质、基本方程和边界条件,建立并巩固静电势、电容和电场能量等概念,特别要在由电荷分布求解电场的主要解法以及由电场分布求解电荷分布两方面得到训练。掌握静电场的内容,将为学习稳恒电流的电场和磁场、时变电磁场等打下基础。

§ 1.1 库仑定律和电场强度

一、库仑定律

库仑定律是静电现象的基本实验定律,也是静电理论的基础。1785年从实验得到的库仑定律表明,真空中两个静止点电荷之间的相互作用力(即库仑力)正比于它们的电量 Q_1 和 Q_2 的乘积,而与两点电荷之间的距离 R 的平方成反比,且两电荷同号时为斥力,异号时为吸力,力的方向沿两点电荷的连线方向。点电荷 Q_1 作用于 Q_2 的力可表示为

$$F_{21} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} e_R = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \mathbf{R} \quad (1.1.1)$$

其中 $e_R = \frac{\mathbf{R}}{R}$ 是从 Q_1 指向 Q_2 的距离矢量 \mathbf{R} 上的单位矢量; ϵ_0 是真空(自由空间)的介电常数(电容率),其值为

$$\epsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

通常,当带电体的线度远小于它们之间的距离时,此带电体可视为点电荷。

二、电场强度

将试验电荷 Q' 置于点电荷 Q 附近,按库仑定律, Q' 将受到 Q 的库仑力作用,这表明电荷 Q 周围存在着电场。电场是一种特殊形式的物质。表征电场特性的基本物理量是电场强度 E 。电场中某点的电场强度是单位正电荷置于该点所受的电场力(即库仑力),可以表示为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q'} \quad (1.1.2)$$

因此,点电荷 Q 在距离它为 R 的某点 P (称为场点) 处所产生的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{R}}{R^3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1.1.3)$$

其中 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 分别是坐标原点向场点和源点(点电荷所在的点)引出的矢量。在计算电磁场问题时,区分场点与源点坐标是很重要的。若我们用 (x, y, z) 和 (x', y', z') 分别表示场点和源点在直角坐标系内的空间坐标,如图 1.1.1 所示,则源点到场点的距离矢量可表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' = (x - x')\mathbf{i} + (y - y')\mathbf{j} + (z - z')\mathbf{k}$$

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

而

$$\mathbf{e}_R = \frac{\mathbf{R}}{R} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

由式(1.1.3)可见,点电荷 Q 在空间某点所产生的场强与试验电荷 Q' 无关^①。

三、场的叠加原理

设有 N 个点电荷,它们在场点 P 处所产生的电场强度等于各点电荷分别在 P 点产生的电场强度的矢量和(场的叠加原理),即

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_N = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N Q_i \frac{\mathbf{e}_{R_i}}{R_i^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N Q_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

对于连续分布的电荷,可把它分成许多可视为点电荷的电荷元 dQ , 它所产生的场强元为

$$d\mathbf{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R$$

应用场的叠加原理,可得连续分布电荷的电场强度为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dQ}{R^2} \mathbf{e}_R \quad (1.1.5)$$

式中电荷元 dQ 在电荷为体分布、面分布或线分布时,可分别表示成 $\rho dV'$ 、 $\rho_s dS'$ 或 $\rho_l dl'$; 相应的积分是电荷分布所在的体、面或线积分。 $\rho = \frac{dQ}{dV'}$ 、 $\rho_s = \frac{dQ}{dS'}$ 和 $\rho_l = \frac{dQ}{dl'}$ 分别称为电荷密度

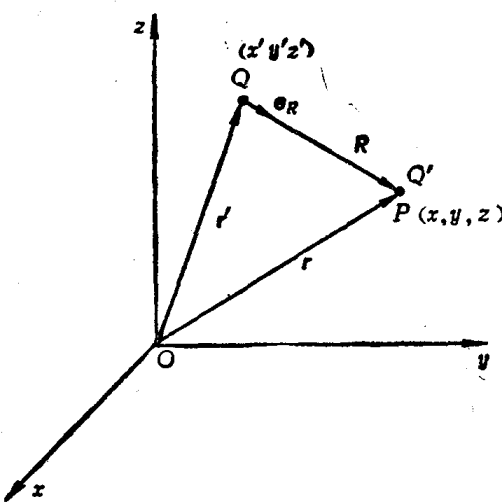


图 1.1.1 直角坐标系中的点电荷

^① 当电荷连续分布时,试验电荷 Q' 必须足够小,否则它会影响原来的电荷分布。这时可以把 \mathbf{E} 定义为

$$\mathbf{E} = \lim_{Q' \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}}{Q'}$$

(即电荷体密度)、电荷面密度和电荷线密度。于是,对应于不同的电荷分布,其电场强度分别为

体分布
$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(x', y', z')}{R^2} \mathbf{e}_R dV' \quad (1.1.6)$$

面分布
$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(x', y', z')}{R^2} \mathbf{e}_R dS' \quad (1.1.7)$$

线分布
$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(x', y', z')}{R^2} \mathbf{e}_R dl' \quad (1.1.8)$$

例 1.1 真空中有一电荷线密度为 ρ_L 的圆环形均匀带电线,其半径为 a 。试求圆环轴线上任一场点 P 处的电场强度。

解:采用圆柱坐标系,取圆环中心为原点,并使圆环的轴线与 z 轴重合。在圆环上取一线电荷元 $dQ = \rho_L dl' = \rho_L a d\varphi'$,它在图 1.1.2 中所示的场点 P 处产生的场强元为

$$d\mathbf{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R$$

其中 $R = \sqrt{z^2 + a^2}$ 。由于电荷分布对称,场点处场强的径向 r 分量相互抵消,故只需计算 z 分量,于是

$$dE_z = dE \cos \alpha = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{z}{R} = \frac{\rho_L a z}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + a^2)^{3/2}} d\varphi'$$

在求整个带电环在 P 点所产生的场强时,应将场点坐标视为常量,而只对源点积分,即

$$E_z = \frac{\rho_L a z}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi' = \frac{\rho_L a z}{2\epsilon_0 (z^2 + a^2)^{3/2}}$$

故

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_L a z}{2\epsilon_0 (z^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{e}_z$$

由于带电环上的全部电荷为 $Q = 2\pi a \rho_L$,所以场强还可以表示为

$$\mathbf{E} = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{e}_z$$

可见,在 $z=0$ 与 $z \rightarrow \infty$ 处, $\mathbf{E}=0$ 。

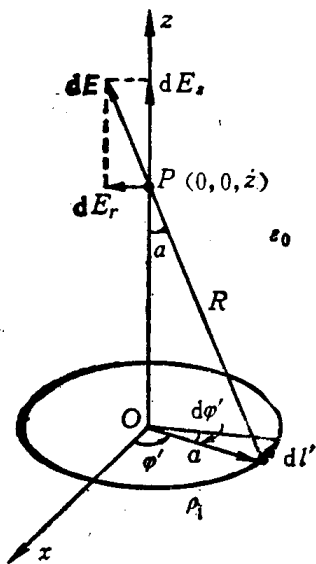


图 1.1.2 求带电圆环的场

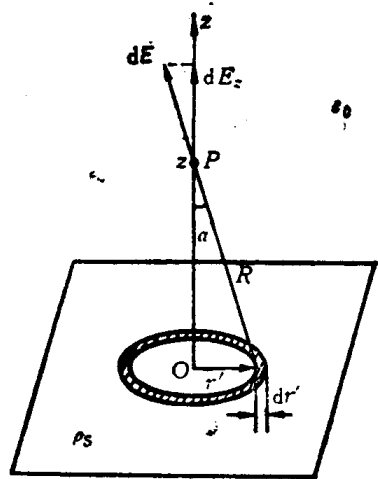


图 1.1.3 求无限大带电平板的场

例 1.2 真空中有一电荷面密度为 ρ_s 的无限大均匀带电平板。试求它在空间任一点 P 处的电场强度。

解: 使带电平板与圆柱坐标系内 $z=0$ 的平面相合。在带电平板上, 取与观察点 P 相对的点为原点, 并以该点为圆心, 以 r' 为半径作一圆环形面电荷元 $dQ = \rho_s ds' = 2\pi\rho_s r' dr'$, 如图 1.1.3 所示, 由例 1.1 可知, 该面电荷元只产生 z 方向的场强元, 即

$$dE_z = dE \cos \alpha = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{z}{R} = \frac{\rho_s z r' dr'}{2\epsilon_0 (r'^2 + z^2)^{3/2}}$$

故

$$E_z = \frac{\rho_s z}{2\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{r' dr'}{(r'^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\rho_s z}{2\epsilon_0} \left. \frac{-1}{(r'^2 + z^2)^{1/2}} \right|_{r'=0}^\infty = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}$$

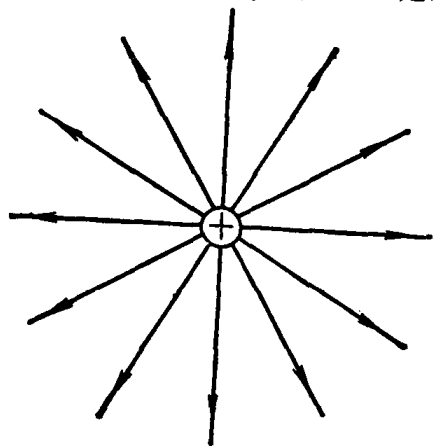
即

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{e}_z$$

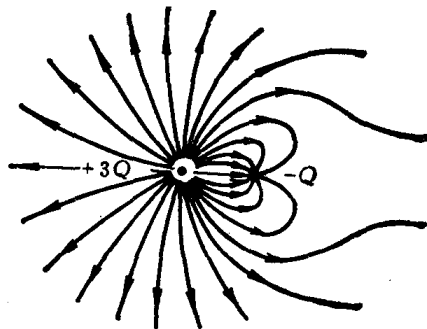
可见, 无限大均匀带电平板的场是沿垂直于平板方向的均匀电场。

四、电力线

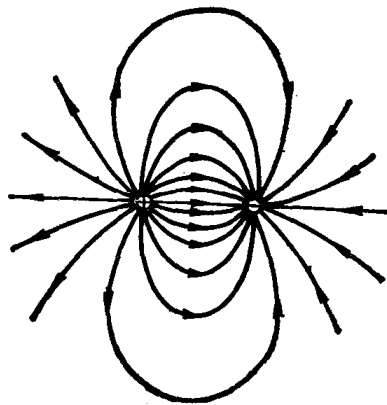
为了直观而形象地表示电场强度矢量 \mathbf{E} 的大小和方向, 可在电场中作一些电力线 (\mathbf{E} 线)。电场中某点电力线的密度 (垂直于 \mathbf{E} 的单位横截面上电力线的根数) 正比于该点 \mathbf{E} 的大小; 而电力线的方向是由正电荷发出, 终止于负电荷, 并且电力线上任一点的切线方向和该点的电场强度 \mathbf{E} 的方向相同。图 1.1.4 是几种简单带电体的电力线图。



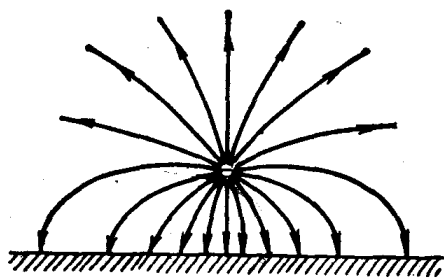
(a) 点电荷



(b) 不等量异号点电荷



(c) 双根传输线



(d) 导体平板附近的单根带电线

图 1.1.4 几种简单带电体的电力线图

下面推电力线方程。若 $d\mathbf{l}$ 为电力线上的线元矢量。则有

$$d\mathbf{l} = k\mathbf{E}$$

式中 k 为比例系数。在任一正交曲线坐标系 (e_1, e_2, e_3) 内写出其分量形式并消去 k 后, 可得电力线的微分方程为

$$\frac{h_1 de_1}{E_1(e_1, e_2, e_3)} = \frac{h_2 de_2}{E_2(e_1, e_2, e_3)} = \frac{h_3 de_3}{E_3(e_1, e_2, e_3)} \quad (1.1.9)$$

式中 h_1, h_2, h_3 为度规因子(拉梅系数), 它决定于正交曲线坐标系的具体形式。在常用坐标系中, 力线方程的具体形式分别为

直角坐标系
$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \quad (1.1.10)$$

圆柱坐标系
$$\frac{dr}{E_r} = \frac{r d\varphi}{E_\varphi} = \frac{dz}{E_z} \quad (1.1.11)$$

球坐标系
$$\frac{dr}{E_r} = \frac{r d\theta}{E_\theta} = \frac{r \sin\theta d\varphi}{E_\varphi} \quad (1.1.12)$$

§ 1.2 高斯定理

一、E 通量

通过任一曲面 S 的电力线数, 称为通过该面的电场强度通量或 \mathbf{E} 通量^①, 以 ψ_e 表示, 即

$$\psi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S E \cos\theta dS \quad (1.2.1)$$

式中 θ 是面元矢量 $d\mathbf{S}$ 与穿过该面元的场强 \mathbf{E} 之间的夹角, $d\mathbf{S}$ 的方向是它的法线方向。

对于包围有限体积的封闭曲面 S , 则穿出该闭合面的 \mathbf{E} 通量为

$$\psi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S E \cos\theta dS \quad (1.2.2)$$

其中面元矢量 $d\mathbf{S}$ 的正方向是其外法线方向。因此, $\psi_e > 0$ 表示电力线由闭合面内向外穿出; $\psi_e < 0$ 则表示电力线从外部穿入闭合面内。

二、高斯定理

真空中电场强度 \mathbf{E} 穿出任一封闭曲面的总通量等于该闭合面所包围的总电荷量(代数和) Q 除以 ϵ_0 。这就是高斯定理。它表明了静电场的一个基本性质。高斯定理的积分形式为

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1.2.3)$$

当闭合面内为正电荷时, \mathbf{E} 通量从闭合面内穿出来; 若闭合面内为负电荷, 则 \mathbf{E} 通量进入闭合面; 而当电荷 Q 在闭合面外或闭合面内总电荷为零时, 则进入和穿出闭合面的 \mathbf{E} 通量相等, 故 \mathbf{E} 穿出闭合面的净通量为零。

高斯定理可由库仑定律导出。若闭合面内包围一个点电荷, 则穿出闭合面的 \mathbf{E} 通量为

$$\psi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dS \cos\theta}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S d\Omega$$

① 通常电通量是指电位移通量(\mathbf{D} 通量), 与这里用 ψ_e 表示的 \mathbf{E} 通量不同。

式中 $d\Omega = \frac{dS \cos\theta}{R^2}$ 是面元 dS 对 Q 点所张的立体角元。因为闭合面对面内一点所张的立体角为 4π , 于是

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

若点电荷 Q 位于闭合面外, 则因闭合面对面外一点所张的立体角为零, 因此, \mathbf{E} 穿出闭合面的净通量为零。

根据场的叠加原理, 若闭合面包围 N 个点电荷, 则有

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N Q_i \quad (1.2.4)$$

如果闭合面内有连续的电荷分布, 其密度为 ρ , 则可用积分代替上式中的求和, 即

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{V'} \rho dV' \quad (1.2.5)$$

很明显, 高斯定理表示出了场与源之间的关系。虽然在一般的电荷分布下, 由于矢量积分的困难而不能应用高斯定理求得电场强度, 但对于简单的电荷分布, 例如电荷为对称分布时, 若能选择一个假想的闭合面(高斯面), 使面上各点 \mathbf{E} 的值相同且其方向与面垂直或在一部分表面上与面平行, 则可以利用高斯定理的积分形式简便地计算电场强度 \mathbf{E} 。

例 1.3 真空中有一半径为 a , 电荷密度为 ρ 的均匀带电球, 球内存在一个半径为 b 的球形空腔, 两球心相距为 d , 且 $d < a - b$ 。试分别求带电球内外及球形空腔内的场强, 并讨论 $d \rightarrow 0$ 的情形。

解: 没有电荷分布的球形空腔可以看成是包括空腔在内的整个带电球的电荷密度为 ρ 和球形空腔内填满密度为 $-\rho$ 的电荷时, 这两种情形的叠加。将球形空腔内填满密度为 ρ 的电荷, 采用球坐标系, 取带电球的球心 O 为原点, 并使球形空腔的球心 O' 在极轴上。由于对称, 问题与方位角 φ 无关, 即问题是具有轴对称的二维场, 故取场点 P 的坐标为 (r, θ) 。在带电球内, 以 O 为心、以 r 为半径(过 P 点)作一同心球面 S (高斯面), 如图 1.2.1 所示。按高斯定理可得

$$\oint_S \mathbf{E}'_i \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{V'} \rho dV'$$

则

$$4\pi r^2 E'_i = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

即

$$E'_i = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

故这时带电球内 P 点的场强为

$$E'_i = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

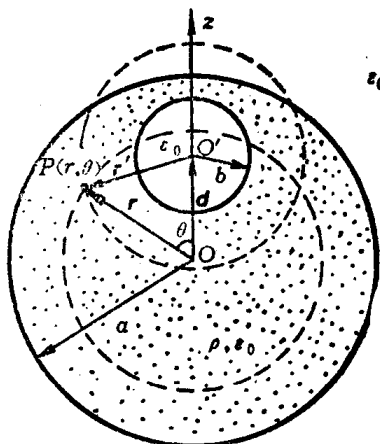


图 1.2.1 计算具有球形空腔的带电球的场

同理, 当球形空腔内以密度 $-\rho$ 填满电荷时, 它在场点 P 处单独产生的场强为

$$\mathbf{E}''_i = -\frac{\rho b^3}{3\epsilon_0 r'^3} \mathbf{e}_{r'}$$

由场的叠加原理可得球内带电区域中的场强为

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}'_i + \mathbf{E}''_i = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r - \frac{b^3}{r'^3} \right)$$

由直角坐标系与球坐标系的坐标单位矢量之间的转换关系 $\mathbf{k} = \cos\theta \mathbf{e}_r - \sin\theta \mathbf{e}_\theta$, 则有