# 大学物理

第三册

王锡祉
杨松林 主编

DAXUEWULI

大连理工大学出版社

# 大 学 物 理

## 第 三 册

玉锡祉　杨松林　主编

大连理工大学出版社

## 内 容 提 要

本书可作理工科大学非物理系各专业的物理课程的教材或教学参考书。参考学时为130～140。

全书分三册，第一册包括力学和热学，第二册为电磁学，第三册包括振动和波动、波动光学、近代物理。近代物理中增加了“自选内容”可由教师自行选定。

# 大 学 物 理

Daxue Wuli

## 第 三 册

王锡祉　杨松林　主编


大连理工大学出版社出版发行（大连市凌水河）

大连市科技干部进修学院综合经销处印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　印张：11 5/8　字数：251 千字

1989年 7 月第一版　　1989年 7 月第一次印刷

印数：0001—6000册

责任编辑：许芳春　　责任校对：杜祖诚

封面设计：羊　戈

ISBN 7-5611-0163-5/O·28　　定价：1.95元

# 目　　录

# 第十一章　机械振动

振动是一种常见的物质运动形式。物体的位置随时间周期性变化的运动叫做**机械振动**，简称**振动**。广义地说，任何物理量如电流、电压、电场强度等随时间周期性变化，都称为振动。本章讨论机械振动的基本规律。

## §11—1　谐　振　动

一个振动系统，在不受外力作用且任何阻力都可忽略的情况下所作的振动称为**无阻尼自由振动**。**当振动物体受力*与位移成正比而方向相反时**，振动系统所作的无阻尼自由振动就是**谐振动**。

谐振动是最简单、最基本的振动，任何复杂的振动都可分解为若干个谐振动；换句话说：一切振动都是由若干个谐振动叠加而成。

### 一、弹簧振子的谐振动

倔强系数为 $k$ 而质量可以忽略不计的轻弹簧，其一端固定，另一端系一质量为 $m$ 的物体，物体置于光滑的平台上，这个振动系统称为**弹簧振子或谐振子**。当稍加推(或拉)动物体的水平外力撤去后，物体在弹簧的弹性回复力及自身惯性的交替作用下开始振动，见图11—1。

---

*指系统内其它物体作用的保守力。

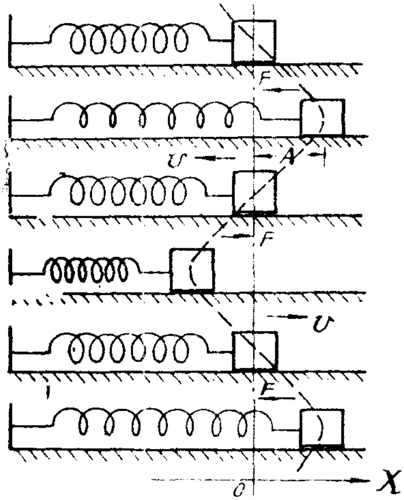



图11—1 谐振子的振动

取平衡位置$O$为$X$轴的原点，设任意时刻$t$，振动物体离开平衡位置的位移为$x$，按胡克定律，此刻物体受到弹簧的弹性力为

$$F=-kx \tag{11—1}$$

上式说明：**物体受力$F$与其离开平衡位置的位移$x$成正比而方向相反**（此即为谐振动的动力学条件），故物体作谐振动。

据牛顿运动第二定律，物体的加速度为

$$a=\frac{F}{m}=-\frac{k}{m}x \tag{11—2}$$

上式表明，**物体的加速度与其离开平衡位置的位移成正比而方向同相反**（此即为谐振动的运动学特征）。

**二、谐振动的位移、速度、加速度**

在式(11—2)中，弹簧的倔强系数$k$和物体的质量$m$都

是正的恒量，它们的比值可用另一恒量$\omega^2$表示，令

$$\frac{k}{m}=\omega^2$$

则（11—2）式成为 $$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2x \qquad (11—3)$$

或 $$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0 \qquad (11—3')$$

（11—3′）式称为谐振动的微分方程，它是二阶线性常系数齐次方程，其解为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \qquad (11—4)$$

（11—4）式即为**谐振动表达式**（其中 $A$、$\varphi$为待定常数）。它表明：**物体离开平衡位置的位移 $x$ 按余弦**（或正弦）**函数随时间 $t$ 而变化的运动，就是谐振动。**

将（11—4）式分别对时间求一阶、二阶导数，即可得到谐振动物体的速度和加速度：

$$v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)=\omega A\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}) \qquad (11—5)$$

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)=\omega^2A\cos(\omega t+\varphi+\pi) \qquad (11—6)$$

由式（11—4）、（11—5）、（11—6）可绘制谐振动物体的位移$x$，速度$v$，加速度$a$三者随时间$t$变化的曲线（图11—2）

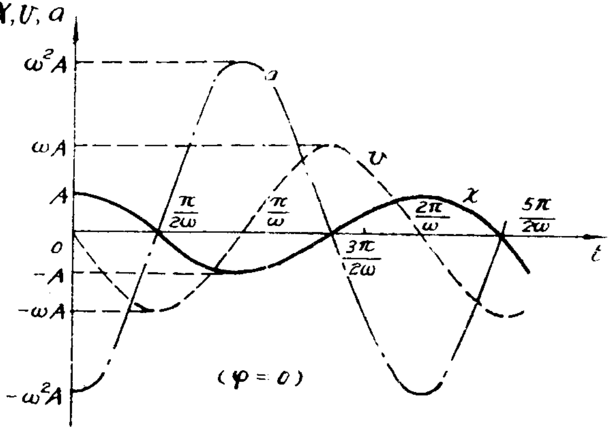



图11—2 振谐动的位移、速度、加速度曲线

## 三、谐振动的振幅、周期、频率与位相

现在让我们结合谐振动表达式及谐振动曲线来说明描述谐振动的几个参量的物理意义。

振幅 $A$：**作谐振动的物体离开平衡位置的最大位移的绝对值$A$**，叫做**振幅。**

周期$T$：**物体作一次完全振动所需要的时间 $T$**叫做**振动周期。**

我们从谐振动表达式（11—4）来讨论周期$T$的物理意义：物体在任意时刻$t$的位置与它在一个周期后（$t+T$）时刻的位置完全相同，即

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)=A\cos[\omega(t+T)+\varphi]$$

而余弦函数是以对于任意角度（$\omega t+\varphi$）的值与角度增加$2\pi$时的值完全相同，即

$$\cos(\omega t+\varphi)=\cos(\omega t+2\pi+\varphi)$$

对比上面两式，可得$\omega T=2\pi$，所以

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \tag{11—7}$$

对于弹簧振子，$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$，故弹簧振子的周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

频率$\nu$：**单位时间内物体所作的完全振动的次数叫做频率**，用$\nu$表示。单位是赫兹（Hz）。显然，频率等于周期的倒数，即

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{11—8}$$

圆频率$\omega$：由（11—8）式看到

$$\omega=2\pi\nu \tag{11—9}$$

即$\omega$等于物体在$2\pi$秒内所作的完全振动的次数，故叫做圆频率或角频率，单位是弧度/秒（rad/s）。

由于弹簧振子的圆频率$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$是由表征弹簧振子性质的物理量——质量$m$和倔强系数$k$所决定，所以其**周期**$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$和频率 $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$**只和振动系统本身的性质有关**。考察各种谐振动系统也都具有这种性质。因此，我们把由振动系统本身性质所决定的周期和频率称为**固有周期和固有频率**。

位相（$\omega t+\varphi$）和初位相$\varphi$：由式（11—4）及（11—5）可见，当振幅$A$与圆频率$\omega$一定时，振动的位移$x$和速度都取

决于**物理量**$(\omega t+\varphi)$，**称为振动的位相或周相**。当 $t=0$ 时刻的位相 $\varphi$，叫做**初位相**，简称初相。**位相是决定谐振动物体运动状态的物理量**。一个谐振子在振动一个周期之内，它的状态是不断变化的，这反映在振动位相经历着从$(\omega t+\varphi)$到$(\omega t+\varphi+2\pi)$的变化。由图11—3可见这种变化的周期性。例如在 $a$ 和 $b$ 两个时刻，虽然物体的位移相同，但速度的方向不同，因此不是相同的状态，它们各自对应不同的位相说明了这个差异。要寻求与 $a$ 时刻完全相同的状态，只有在与之位相相差$2\pi$或$2\pi$的整数倍的$c$、$d$ 等时刻才可找到，因位相差 $2\pi$ 恰好时间相隔一个周期。

为了便于比较，我们把谐振动的 $(x-t)$ 曲线，$(v-t)$ 和$(a-t)$曲线划在同一坐标上，见图 11—2 所示。显然，三者的周期是相同的，但是同一时刻三者位相不同。或者说三者之间有“位相差”，速度$v$比位移$x$位相超前$\frac{\pi}{2}$，加速度$a$比位移$x$位相超前$\pi$。

**振幅$A$与初相$\varphi$的确定**。设振动系统的起始条件如下：$t=0$时，振动物体的初位移是$x_0$，初速度是$v_0$，将起始条件代入(11—4)及(11—5)式，则有

$$x_0=A\cos\varphi$$

$$v_0=-\omega A\sin\varphi$$

由此二式即可求得振幅$A$及初相$\varphi$：

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad (11—10)$$

$$\varphi=\operatorname{arctg}\left(\frac{-v_0}{\omega x_0}\right) \text{ 或} \varphi=\arccos\frac{x_0}{A} \qquad (11—11)$$

以上结果表明：**谐振动的振幅与初相是由起始条件确定的。**

由式(11—4)、(11—5)、(11—6)可见，在谐振动的描述中，$A$、$\omega$、$\varphi$是缺一不可的三个特征量。

**四、谐谐动的矢量图示法**

为了更直观地认识谐振动的位移随时间的变化关系，更直观地领会谐振动的三个特征量$A$、$\omega$、$\varphi$的物理意义，并为振动的合成提供最简洁的方法，我们介绍描述谐振动的另一种方法——矢量图示法。

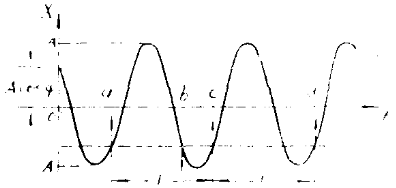


图11—3 振动曲线

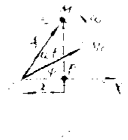


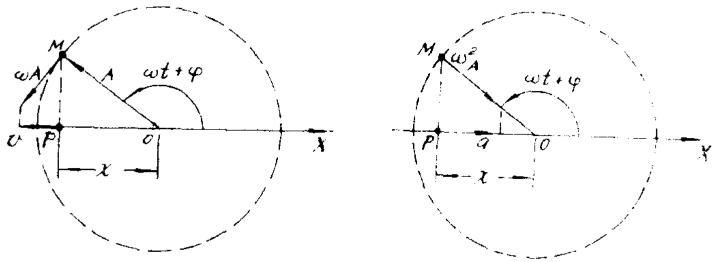
图11—4 旋转振幅矢量$A$的投影点$P$作谐振动

为了描述一个振幅为$A$、圆频率为$\omega$、初位相为$\varphi$的已知谐振动，我们自$X$坐标轴的原点$O$作一矢量$\boldsymbol{A}$，使它的模等于给定的谐振动之振幅$A$，则矢量$\boldsymbol{A}$称为振幅矢量。当$t=0$时，$\boldsymbol{A}$与X轴的夹角即为该谐振动的初相$\varphi$。**当振幅矢量$A$自初角位置$\varphi$开始，以圆频率$\omega$为其角速度，绕原点$O$逆时针匀速旋转，$A$的端点$M$在$X$轴上的投影点$P$所作的谐振动，就代表了给定物体的谐振动。**矢量$\boldsymbol{A}$绕原点$O$旋转一周，其端点$M$的投影点$P$就在$X$轴上作一次完全振动。矢量$\boldsymbol{A}$与$X$轴的夹角从某一值（$\omega t+\varphi$）开始变到($\omega t+\varphi+2\pi$)的过程中间的各个不同值，均对应着谐振动物体在一个周期内的各个不同的运动

状态，见图11—4正是由于$\omega$在振幅矢量图示法中表示矢量匀速转动的角速度，因此才称之为角频率。

描绘振幅矢量图时，只需直观地表明该振动的三个特征量$A$、$\omega$、$\varphi$即可，见图11—5中的$OM$。若振幅矢量图与振动曲线二者结合起来绘制，不但作图方便，而且可将该谐振动的物理图象比较清晰地表现出来。

**五、角谐振动的描述**




(a) $M$点速度的$x$分量等于$P$点的速度$v$

(b) $M$点加速度的$x$分量等于$P$点的加速度$a$

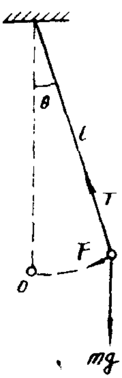
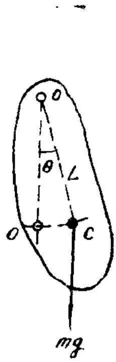
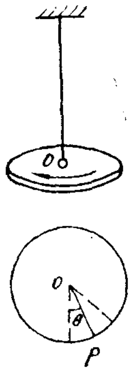
图 11—5

某些物体（譬如刚体）在绕轴作无阻尼自由摆动的过程中，如果其摆动的角幅度很小（最大角位移$\theta_m<5^\circ$）而所受的力矩（或力）与其角位移（逆时针为正）成正比而方向相反时，亦属谐振动，可用角量描述之，称为“角谐振动”。

角谐振动的分析及描述方法与线谐振动相类似，现以三种摆为例列表如下。

综上所述可知，判断并进而描述某系统的谐振动的基本步骤是：

**表11—1**

| | 单摆（亦称数学摆） | 复摆（亦称物理摆） | 扭摆 |
|---|---|---|---|
| 构造 | 在不会伸长的轻线下端悬一小球，线在铅直位置时小球处于平衡位置$O$，小球略经推动，即在铅直平面内来回摆动。 | 刚体绕通过$O$点的水平轴作小角度摆动。$C$为刚体的重心，处于平衡状态时重心在通过转轴$O$点的铅垂线上。 | 在金属线下端悬挂一均匀水平圆盘，处于平衡位置时，从盘心$O$画一半径$OP$，施加一扭力矩后盘以悬线为轴作往复扭动，$K$为金属线的扭转模量。 |
| 回复力或回复力矩 | $F=-mg\sin\theta \doteq -mg\theta$ | $M=-mgL\sin\theta \doteq -mgL\theta$ | $M=-K\theta$ |
| 振动的微分方程 | $\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{F}{ml}=-\frac{g}{l}\theta=-\omega^2\theta$ | $\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{M}{J}=-\frac{mgL}{J}\theta=-\omega^2\theta$ | $\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{M}{J}=-\frac{K}{J}\theta=-\omega^2\theta$ |
| 谐振动表达式 | $\theta=\theta_m\cos(\omega t+\varphi)$ | $\theta=\theta_m\cos(\omega t+\varphi)$ | $\theta=\theta_m\cos(\omega t+\varphi)$ |
| 周期 | $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ | $T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mgL}}$ | $T=2\pi\sqrt{\frac{J}{K}}$ |
| 应用 | 测定$l$和$T$，可确定$g$值 | 测定$T$、$J$、$m$、$L$可确定$g$值，已知$T$、$m$、$g$、$L$可确定$J$值 | 测定$T$和$J$可确定$K$值 |

1、弄清系统的构造及平衡状态（以确定坐标位置），取其振动过程中任意状态（平衡状态及特殊状态除外）进行受力分析。

2．若振动物体在其运动方向上受力（或力矩）与其离开平衡位置的位移（或角位移）成正比而方向相反时，即可断定此系统作谐振动。振动圆频率$\omega$由系统之弹性（或准弹性）与惯性所确定。

3．写出谐振动的微分方程及其解，并将系统的圆频率$\omega$及由起始条件所确定的振幅$A$、初相$\varphi$三者代入，即可得到该谐振动表达式：

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

4．如果再绘制振幅矢量图或振动曲线，则可使该振动的描述更为直观与形象。

〔**例题11—1**〕质量为$m$的比重计，其上部圆管的直径为$d$，置于密度为$\rho$的液体中，平衡时，过圆管$K$点的截面与液面相平。今将比重计向上稍提起一小段高度$h$，自静止释放并开始计时。液体的运动及阻力可忽略不计，试描述比重计在竖直方向上的振动过程。

〔**解**〕因比重计作平动，故任一点（如$K$点）的运动就代表了整体的运动。

选竖直向上为$Y$坐标轴的正向，并以系统平衡时$K$点的位置——液面为坐标原点。

因液体阻力可忽略不计，故比重计在振动过程中只受重力与浮力的作用。当$K$在原点$O$（即液面）处，比重计受二力而平衡，设比重计自$K$点以下的体积为$V$，此刻它受向上的浮力($V\rho g$)与向下的重力($mg$)的大小相等，即

$$V\rho g-mg=0 \qquad (1)$$

设振动过程中的任一时刻$t$，$K$点上升到坐标$y$处，〔见