经营数学

JING YING SHU XUE

〔日〕 真壁肇　野中敏雄　山田尧著
关颖男　译

江西人民出版社

经济学知识丛书

经济学知识丛书
经营数学
〔日〕真壁 肇 野中敏雄 山田 尧著
关颖男 译
江西人民出版社出版发行
（南昌市新魏路）
江西新华印刷厂印刷
开本787×1092 1/32 印张8.125 字数18万
1988年10月第1版 1988年10月第1次印刷
印数1—1,300
统一书号：4110·54 定价：2.30元
ISBN 7-210-00051-8/F·9

内 容 提 要

随着现代管理方法在国民经济中的广泛应用，所用的数学工具，特别是一些近代数学的内容，也越来越多。要想按步就班系统地掌握这些数学内容，对于管理工作者说来，难度是很大的。本书从实用的角度出发，简单扼要而且又比较系统地介绍了经营管理科学中所要用到的数学内容。本书用浅显易懂而又使人信服的说明来代替使非数学工作者感到头痛的严格的数学论证，具有高中文化程度的读者就可以读懂本书。本书由集合与代数，线性代数及差分与微分这三部分组成，分成九章。每章后部附有习题。

本书适合经营管理工作者阅读，可以作为管理干部进修班的教材，也可以作为高等学校管理工程系师生的参考读物。

目 录

经营数学第一部分

集合与代数

集合的概念是我们学习代数及逻辑记号的基础。在这第一部分中，首先说明集合的含义及运算规则，其次涉及到函数与同值关系。

为了将集合的运算更抽象地归纳出来，我们举出布尔代数，讨论开关回路，进一步，说明与集合有密切关系的逻辑记号。最后，简单地涉及一下代数的重要概念“群”与“体”。在管理工程学中，当我们将概念抽象化进行讨论时，就需要“群”与“体”这些概念了。

第一章 集 合

集合，是现代数学的基本概念之一。集合论是现代数学的一个专门论题，我们不去详细地讨论它。在这里，只是给出集合的定义及运算，以满足管理工程学的需要。利用集合的概念来处理事物，可以把具有某种性质的事物的总体看成是一个事物来处理。反过来，我们也可以把一个统一的事物看成是由若干事物构成的，分别处理。在此基础上，进一步可以与构成关系、函数等概念联系起来，更深刻地揭示事物的本质。我们要从错综复杂的事物中找出规律来，集合的概念是一种可资利用的基本工具。

§1.1 集合与元素

所属范围清楚确定了的事物的总体叫做集合。这里所说的"所属范围清楚确定"，指的是：不论拿来什么事物我们都可以明确判定它是否属于所考虑的总体。例如，"深黑色西服的总体"不能说是集合，因为我们不能断然判明某件西服是否属于"深黑色西服的总体"，究竟黑到何种程度才算深黑不能断然判明。再例如，1984年10月1日的联合国会员国的总体是一个集合，因为我们可以明确判定某个国家此时是否是联合国会员国。

普通用A，B，C，…，X，Y，Z等大写字母表示集合。构成集合的各个事物称为集合的元素。元素通常用a，b，c，…，x，y， z等小写字母表示。a是集合A的元素时，记为

$$a \in A,$$

读做“a属于A”。“a不是A的元素”或者“a不属于A”，记为

$$a \notin A。$$

例1　试用集合的考虑方法表现下述事物：“51是3的倍数”，“若a与b都是3的倍数，则a+b也是3的倍数”，“7不是3的倍数”。

解说　设3的倍数的总体为M．对于任何一个数，我们都可以明确判定它是否是3的倍数，故M是一个集合．“51是3的倍数”即“51属于M”，故可以表示为

$$51 \in M。$$

对于其它两个事物可以记为

$$a \in M, b \in M \Rightarrow a + b \in M,$$

$$7 \notin M。$$

在这里要注意，指定M之时，意味着M是3的倍数的总体，而不是3的倍数中几个元素组成的集合。记号“$a \in M, b \in M$”中的逗号“,”表示“……是……同时……也是……”，相当于

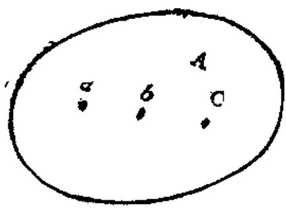

图1.1

“且”的意思。

就象开始所述那样，集合是所属范围清楚确定的事物的总体。不论什么事物的总体，只要所属范围可以清楚确定，则将是一个集合，所以，以集合为元素仍然可以构成集合，即集合的集合。例如，我们考虑从10人小组选出3人组成代表团参加某会议。人选是否合适以后再评价，首先列出所有可能的代表团，有$C_{10}^{3}=120$个。每个代表团都构成一个集合，此集合的元素是每个人。这120个代表团的总体也构成一个集合，此集合的元素是120个代表团中的每一个。这样，代表团的总体这个集合，它是集合（3人组成的代表团）的集合。

为了使用方便起见，我们也把一个元素都没有的“集合”看成是集合，这正象将零看成是一个数一样。这样的集合称为空集合，用ϕ，{ }等符号表示。这里，ϕ是希腊字母Φ的小写字母。

§1.2 集合的表示法

为了表示所考虑的集合是由哪些元素组成的，普通使用两种表示方法。一种是

$$\{x \mid \cdots\} 或 \{x : \cdots\}$$

这样的记号。其含义是“满足…条件的所有x构成的集合。”例如，所有素数所构成的集合可以表示为

$$\{x \mid x是素数\}。$$

表示集合的另一种方法，是在括号中列出此集合的所有元素。例如，在前面的例子中，代表团A是由a，b，c三人组成的，则A可以用集合的符号表示为

$$A=\{a,b,c\}。$$

前一种集合表示法称为描述法，或者形象地称为罐头型表示法。$\{x|\cdots\}$中的“…”相当于商标，通过商标来标示里面所装的东西，而里面所装的东西不能一眼看清。后一种集合表示法称为列举法，或者形象地称为瓶子型表示法。里面的东西虽然用玻璃瓶装着，但一眼就可以看清楚里面装的什么东西。要注意，表示集合时必须将元素用括号括起来，将元素原封不动摆在一起不能构成集合，只有将它们用括号括起来才表示集合。例如，

$$a,b,c$$

表示三个元素，而

$$\{a,b,c\}$$

才表示由a,b,c这三个元素构成的集合。罐头型表示法与瓶子型表示法都可以表示集合，具体用哪一种，这要按具体情况灵活运用。有时还需要将由一种表示法给出的集合改为用另外一种表示法来表示。

例2 将下述罐头型集合表示改写成瓶子型集合表示：

$A=\{x|\ x^2\leqslant 16, x$是正整数$\}$；

$B=\{x|\ x^2-3x+2=0\}$；

$C=\{(x,y)|\ x+2y=5, 3x-y=-6\}$。

解说 很明显，$A=\{1,2,3,4\}$。B是二次方程$x^2-3x+2=0$根的集合，$B=\{1,2\}$（图1.2）。C是一次联立方程组

$$\begin{cases}x+2y=5\\3x-y=-6\end{cases}$$

的根的集合（图1.3），即$C=\{(-1,3)\}$。C是只含有一个元素$(-1,3)$的集合。要注意，$(-1,3)$与$\{(-1,3)\}$是不同的。$(-1,3)$是平面上的一个点，它的横坐标是-1，纵坐标是3。而$\{(-1,3)\}$则表示一个

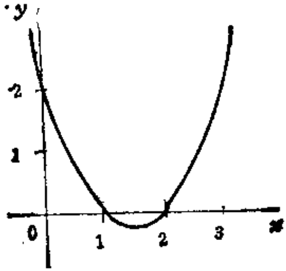

图1.2　$y = x^2 - 3x + 2$

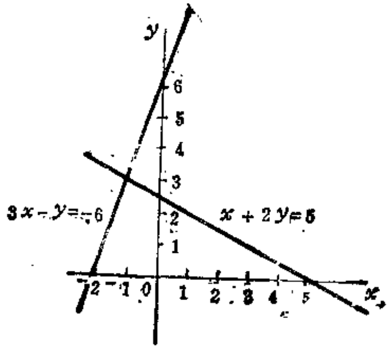

图1.3

集合，此集合只含有平面上一个点（－1，3）。从上述例子我们可以看出，所谓的解方程，如果用集合的术语阐述，就是将罐头型表示法表示的解集合，改写成瓶子型表示法表示的解集合。解方程是求出方程的所有解，而用集合的概念来看待解方程，可以使我们从更高的观点来理解。所谓解

方程只不过是解集合表示法之间的转化，由罐头型转化成瓶子型。

有的问题与上述的解方程问题相反，需要将瓶子型表示法表示的集合改写成用罐头型表示法表示的集合。例如，我们已知变量y线性地依赖于x，并且通过实际测量得到n组数据

$$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)。$$

设数对(x,y)所构成集合用M表示，则M的瓶子型集合及罐头型集合分别是

$$M=\{(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)\},$$

$$M=\{(x,y)\mid y=a+bx,y_i=a+bx_i,i=1,2,\cdots n\}。$$

从掌握x与y间线性依赖关系考虑，很显然，罐头型的集合表示所显示出的规律要比瓶子型集合的更明显。为此，要利用n组数据

$$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots\cdots(x_n,y_n)$$

定出罐头型集合表示中的常数a及b。可见，从集合的观点看，直（曲）线拟合问题实质上是将瓶子型表示法表示的集合改写成罐头型表示法表示的集合。

§1.3 集合的相等，子集合

集合是某些元素的总体，当我们说要考察集合A时，所要知道的只是属于A的元素是哪些，至于各元素以什么样的顺序排列，各元素间有什么样的关系等，都是多余的问题。也就是说，即使外表看来不相同，但所组成的元素相同的集合看成是完全相同的集合。例如，{1，3，7，9}，{7，9，1，3}与{1，1，3，3，7，9}都表示同一集合。而$\{x\mid x^2=16\}$，$\{y\mid y^2=16\}$与$\{z\mid |z|=4\}$也都是相等的集合。将上述的讨论整理归纳则可得出两个集合相等的

概念。也就是说，若两个集合A与B由相同的元素构成，则称集合A与B是相等的，记为

$$A = B。$$

这样，在上述的例子中有

$$\{1, 3, 7, 9\} = \{7, 9, 1, 3\}。$$

对于集合A的任意元素说来，它都是集合B的元素，则称集合A是B的子集合，表示为

$$A \subseteq B, 或者 B \supseteq A。$$

有时也说A包含在B中。例如，我们有$\{3, 7\} \subseteq \{1, 3, 7, 9\}$。很显然，$\{3, 7\} \subseteq \{3,7\}$，$\phi \subseteq \{3,7\}$也都成立。换句话说，任何集合都是它本身的子集合，而空集合ϕ是任何集合的子集合。关于空集合ϕ是任何集合的子集合，可以这样解释：空集合ϕ不含有任何的元素，故它毫无条件地自动满足子集合的条件。

A是B的子集合，而B不是A的子集合时，则称A是B的真子集合，记为

$$A \subset B$$

如图1.4所示。根据场合的不同，有时子集合也用符号$\subset$

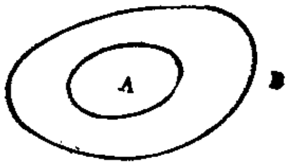

图1.4 $A \subsetneq B$

表示，而真子集合则用$\subsetneq$表示。读文献时需要注意所采用符

号的含义。

两个集合A与B表面看不同，但实质上相等，这等价于A是B的子集合而且B也是A的子集合。虽然这一点完全是理所当然的事情，但在证明两个集合相等时经常要利用它。整理成公式的形式可表现为

$$A=B \Leftrightarrow A \subseteq B,\ B \subseteq A。$$

例3 某企业提出了下一年度可能执行的三个计划方案，分别用1，2，3表示，现研究比较这三个计划方案。看起来，三个计划方案都执行，则企业的负担太重而且得不到利润。如果三个计划都不执行，则企业的经营状况不会改善。现暂且不问究竟要采用哪种计划方案，首先要列出所有可以考虑的计划方案的组合，试举出所有的可以考虑的实施方案。

解说 设计划方案的总体为$A=\{1,2,3\}$。它的每一个子集都是一种实施方案。首先，空集合，即三个计划方案哪一个都不执行这是一个实施方案。其次，可以做出含有计划方案1与不含有计划方案1的两种类子集合。再其次，以它们每一个为基础分别做出含有计划方案2与不含有计划方案2的子集合，总共可以做出四种类子集合。最后，以上述四种类子集合为基础，对每一个分别做出含有计划方案3与不含有计划方案3的子集合，则总共可做出八种类子集合。这样，我们就列举完了所有的子集合，如按形成的次序进行图示的话，则为图1.5所示那样。右端的$2^3=8$个集合就是A的所有的子集。

一般地，集合A的子集合的总体称为A的幂集合，用符号

$$2^A$$

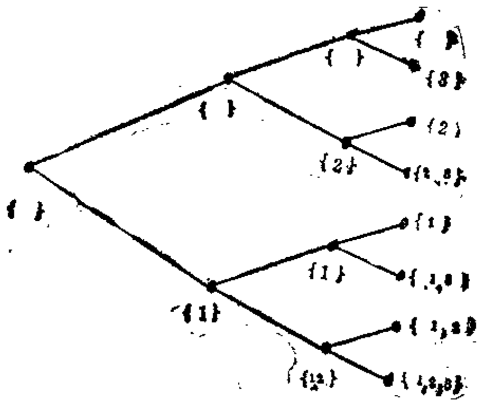

图1.5　{1,2,3}的子集合

来表示。在上例中是

$2^A=\{\{\ \},\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$。

更一般地，由n个元素构成的集合的幂集合具有2^n个元素。

图1.6中那些点与连结这些点的线所构成的图形叫做图。在图论中，那些点称为节点，连结节点的线称为弧。在图中，若通过节点次数不超过一就不可能返回到原来的节点，则这样的图称为树。我们也可以把树定义为：任意两个节点由唯一一条道路连结的图叫做树。图1.5中的图形是一个"图"，它也构成一个树。

例题1　农夫拿着一个装有甘蓝的筐，牵着一头山羊及一只狼，想要坐小船渡河。可是小船一次只能载一件物体。从而，农夫必须往返渡河多次才能将此三件物体都运往对岸。但是，不能将狼与山羊，山羊与甘蓝一起留在这岸边，因为