

中国



创新奥林匹克竞赛丛书

Olympic Games

华罗庚学校 数学课本

初一年级

总策划 何舟
本册主编 毛定良

♥最新理念

♥最强阵容

♥最优结构



吉林教育出版社



中国华罗庚学校数学课本

为寻求智力和潜能得到开发的学生提供契机

——总主编的心愿 

最新的理念

涵盖《大纲》要求，又不拘泥于大纲；使青少年懂得数学探究的过程，拓展研究成果和思维空间；形成创造性学习的优势，获得可持续发展。

最优的结构

每章创设具有探索价值的开放性数学问题，提出重难点所在，指点解决的方法、策略；每节给出教材可用结论，提出拓展的“探究目标”，展示“探究过程”，设计“拓展练习”，让学生参与、体验、发展；章末的“本章小结”，提炼知识、规律、能力、方法、观点，揭示应注意的问题。

最强的阵容

丛书各册主编与撰稿人均为知名专家和奥林匹克教练，具有长期从事开发3%左右智力超常青少年潜能的经验，善于创设数学背景问题，引导学生探究，走向成功。

中国华罗庚学校数学课本·小学一年级
中国华罗庚学校数学课本·小学二年级
中国华罗庚学校数学课本·小学三年级
中国华罗庚学校数学课本·小学四年级
中国华罗庚学校数学课本·小学五年级
中国华罗庚学校数学课本·小学六年级
中国华罗庚学校数学课本·初一年级
中国华罗庚学校数学课本·初二年级
中国华罗庚学校数学课本·初三年级
中国华罗庚学校数学课本·高一一年级
中国华罗庚学校数学课本·高二二年级
中国华罗庚学校数学课本·高三三年级



ISBN 7-5383-4337-7



9 787538 343373 >

ISBN 7-5383-4337-7/G · 3958

定价：13.80元

中国 华罗庚学校 数学课本

初一年级

总 策 划 何 舟
总 主 编 马传渔
本册主编 毛定良
副 主 编 冯惠愚 鲁有专 潘春雷
撰 稿 毛定良 冯惠愚 鲁有专
王维仁 周亿民 蒋国华
孙旭东 李顺成 王东敏

吉林教育出版社



(吉)新登字 02 号

封面设计:杨 蕙

责任编辑:王世斌 李建军

创 新 版

奥林匹克竞赛丛书

中国华罗庚学校数学课本

初一年级

总 策 划 何 舟

本册主编 毛定良

★

吉林教育出版社 出版 发行

山东汶上新华印刷有限公司印刷 新华书店经销

★

开本:880×1230毫米 1/32 印张:10.25 字数:308千字

2002年6月吉林第1版 2002年6月山东第1次印刷

本次印数:20000册

ISBN 7-5383-4337-7/G·3958

定价:13.80元

凡有印装问题,可向承印厂调换

总主编的话

第 21、35 届 I. M. O. 选题委员会委员

南京大学数学系教授、享受国务院政府津贴

马传俊

由我国著名数学家华罗庚、苏步青两位教授于 1956 年负责举办的全国部分省、市高中数学竞赛,为我国数学竞赛拉开了序幕。历经近 50 年方方面面的努力,各层次的数学竞赛已在全国开展得红红火火、蓬蓬勃勃,它为开发广大学生的智力,为培养数学奥林匹克师资队伍,为国际数学奥林匹克(I. M. O.)选拔人才,为早期发现与培养现代杰出科技苗子产生了巨大的作用。

为缅怀华罗庚教授的光辉业绩,弘扬华罗庚教授的敬业精神,全国最早由中国科学院华罗庚实验室、中国科技大学和中国人民大学附中联合创办了北京市华罗庚学校,经过近 20 年的发展,小学、初中、高中三个层次的华罗庚学校已遍布全国各地,各种版本华罗庚学校的教材已相映生辉,令人目不暇接。我们这套《中国华罗庚学校数学课本》丛书,愿为漫步在数学奥林匹克殿堂中的广大读者铺路。

本丛书体现了知识点的增加、知识面的扩大和知识框架的更新,强化了新世纪教学思想的介绍与渗透,突出了数学方法的总结和应用,具有可读性、启迪性和实用性。

1. 本丛书是一套规范的系列奥林匹克培训

教材,小学包含1~6年级6个分册,中学包含初一到高三年级6个分册,共计12本。本丛书不仅体现了小学、初中、高中三个层次内容上的衔接,而且强调了解题方法上的衔接。

2. 本丛书源于教学,系参照现行中小学《数学教学大纲》编写而成,既覆盖了相应教材中的各个知识点,与现行教材同步,又增添了不少解题方法的篇章。

3. 本丛书高于教学,紧扣各级数学竞赛大纲,每册读本既详尽地介绍各级数学竞赛的内容和题型,又由浅而深地引入竞赛中经常使用的各种数学思想和数学方法。本书“本章小结”栏目,对每章相关的知识点、解题方法、问题的规律、应用的范围、伸展与拓广、创新与灵感作了总结与提炼。

4. 本丛书以趣例引入,具有浓厚的趣味性;以生活实例作背景介绍数学内容,具有广泛的应用性;以探索性、操作性范例作展示,具有丰富的启迪性,能激发广大中小学生学习数学的兴趣。

5. 本丛书注意到与各级数学竞赛接轨,强调数学技能与解题能力的循序渐进的训练与培养,“探究过程”栏目中所提供的实例题意新颖、内容丰富,十分贴近各级数学竞赛试题,能帮助数学特长生在数学竞赛中获胜,为个别数学特长生冲刺奥林匹克金牌架设桥梁。

6. 本丛书由名牌大学数学教授、命题专家、特级教师、学科带头人、奥林匹克教练员编写而成,既可作为一本课外读物,也可作为数学辅导书及数学培训班、数学兴趣小组的试用教材与参考书,还可作为中小学教师培训奥林匹克的教本。

“千里之行,始于足下。”愿《中国华罗庚学校数学课本》陪伴广大数学爱好者在汗水中积累知识,在灵感中启迪智慧,在玩乐中迎接成功。

中国华罗庚学校数学课本

编 委 会

总策划 何 舟

主 任 马传渔 南京大学数学系教授 国家奥林匹克高级教练

委 员 毛定良 国家奥林匹克高级教练

王天杰 云南昆明市小学数学研究会秘书长 省兼职教研员

邓 均 北京大学附中高级教师 奥林匹克一级教练

宁 剑 江苏南京市“华杯赛”多届领队、指导

吕 峰 江苏南京市高级教师 竞赛辅导员

朱占奎 江苏省奥林匹克高级教练

陈双九 江苏南京市小学数学教研员 竞赛辅导员

张志朝 江苏省特级教师 奥林匹克高级教练

周敏泽 江苏省特级教师 奥林匹克高级教练

唐树楷 广西“华杯赛”教练 中南五省竞赛教练

黄清柱 福建小学数学市级带头人 国家骨干教师培训班学员

韩乐琴 北京大学附中高级教师 奥林匹克高级教练

名师 结识



毛定良



中学高级教师。曾任江苏南京市教研室副主任，南京市数学学会副理事长，南京市第一、第二届“华杯赛”集训队主教练，首批中国数学奥林匹克国家级高级教练。

他长期从事数学知识的普及工作，并编著了《中学生之友——数学辅导》《高中数学解题手册》《初中数学 ABCD 训练法》等十多种助学、助考读物。有很强的辅导及组织竞赛的能力。





目 录



第一章 代数的初步知识

第一节 用字母表示数	1
第二节 整式的运算	6
第三节 列方程解应用题初步	10
本章测试卷	18

第二章 有理数

第一节 绝对值	20
第二节 质数与合数	25
第三节 奇数与偶数	30
第四节 数的整除法	37
第五节 带余除整法	43
第六节 数的进位制	49





本章测试卷 60

第三章 一次方程与一次方程组

第一节 一次方程 61

第二节 一次方程组 69

第三节 复杂的应用题(一) 78

第四节 复杂的应用题(二) 86

第五节 生活中的数学 96

第六节 不定方程选讲 104

本章测试卷 111

第四章 一元一次不等式和一元一次不等式组

第一节 不等式(组)的解法 113

第二节 一次不等式(组)的应用 121

本章测试卷 129



第五章 整式的乘法

第一节 幂的运算	131
第二节 乘法公式	136
本章测试卷	145

第六章 线段、角

本章测试卷	154
-------------	-----

第七章 相交线与平行线

第一节 相交线与平行线	156
第二节 图形面积	164
第三节 几何图形	174
本章测试卷	184

第八章 解题方法选讲

第一节 观察与推理	187
第二节 简单计数问题	198
第三节 用不变量解操作题	208

初

一

数

学



目 录

第四节 离散最值问题	216
第五节 抽屉原理的简单应用	223
第六节 染色方法及其应用	229
本章测试卷	241

参考答案与提示	243
---------------	-----

附录一 初中数学竞赛在纲(修订稿)	315
-------------------------	-----

附录二 关于初中数学竞赛大纲的说明	317
-------------------------	-----



华
罗
庚
学
校





第一章 代数的初步知识

从小学侧重于具体数的运算,发展到用字母表示数,这是数学发展史上的一个里程碑.字母“代”数,是代数区别于算术的标志之一.有了字母“代”数,给数学开辟了新天地,使研究和计算带来了极大的方便.用字母表示数是列代数式的基础,是学好代数的关键.

第一节 用字母表示数

用字母表示数是学好代数知识的基础.对培养数学思维的灵活性、广阔性有着深远的意义.



探究目标

本节主要讨论用字母表示数的意义和字母表示数的应用.



探究过程

例 1 a 代表有理数,那么 a 与 $-a$ 的大小关系是().

- A. a 大于 $-a$
- B. a 小于 $-a$
- C. a 大于 $-a$ 或 a 小于 $-a$
- D. a 不一定大于 $-a$

分析:字母 a 可以是正有理数,也可以是 0 或负有理数,所以 $-a$ 就不一定代表负有理数.

解:当 $a > 0$ 时, $a > -a$; 当 $a = 0$ 时, $a = -a$; 当 $a < 0$ 时, $a < -a$. 故应选 D.

说明:字母表示数,这个字母就不是某一个具体的数了,它可能代表所有的有理数,也可以表示某个范围内的所有有理数.

例 2 比较 $a+b$ 与 $a-b$ 的大小.

分析:注意到 $a+b$ 与 $a-b$ 中均有 a , 所以要比较它们的大小,就是比较 b 与 $-b$ 的大小.

解:因为 $(a+b) - (a-b) = 2b$, 所以当 $b > 0$ 时, $a+b > a-b$; 当 $b = 0$ 时, $a+b = a-b$; 当 $b < 0$ 时, $a+b < a-b$.

说明:比较 a 与 b 的大小,只要研究 $a-b$ 的符号.

例 3 认读代数式:

$$a^2 + b, a + b^2, (a + b)^2, a^2 + b^2.$$

初

一

数

学



第一章 代数的初步知识

分析:注意平方及和在代数式中的读法顺序.

解: $a^2 + b$ 读作 a 的平方与 b 的和或 a 的平方加 b ;

$a + b^2$ 读作 a 与 b 的平方的和或 a 加 b 的平方;

$(a + b)^2$ 读作 a 与 b 和的平方或 a 加 b 的完全平方;

$a^2 + b^2$ 读作 a 的平方与 b 的平方的和或 a 的平方加 b 的平方.

说明:注意 $a + b^2$ 和 $(a + b)^2$ 读法上的区别以及“平方和”与“和的平方”的不同意义.

例 4 鸡兔同笼,共有 a 个头, b 个足,问鸡兔各有多少只?

分析:设兔子的两条前足都拎起来,这时兔子与鸡的足数一样多,都是两个,从而 a 个头应有 $2a$ 个足, $b - 2a$ 就是兔子数的两倍.

解:兔子数为 $\frac{b-2a}{2}$, 鸡数为

$$a - \frac{b-2a}{2} = \frac{4a-b}{2}.$$

说明:本例应在 $4a > b > 2a$ 且 b 为偶数的条件下才有解.

例 5 定义 $a * b = \frac{b+a}{b-a}$, 若 $3 * m = -\frac{1}{5}$, 求 $m^2 * m$ 的值.

分析: $3 * m = \frac{m+3}{m-3}$, $m^2 * m = \frac{m+m^2}{m-m^2}$.

解: $\therefore 3 * m = -\frac{1}{5}$,

$$\therefore \frac{m+3}{m-3} = -\frac{1}{5}.$$

得 $m = -2$.

$$\therefore m^2 * m = \frac{m+m^2}{m-m^2} = \frac{(-2)+(-2)^2}{(-2)-(-2)^2} = -\frac{1}{3}.$$

说明:本例是一种定义新的运算,它是代数式的典型的应用.

例 6 已知 $A = \frac{8901234567}{9012345678}$, $B = \frac{8901234566}{9012345677}$, 试比较 A 和 B 的大小.

分析:直接作差,计算量较大.用字母代表数,可设 $a = 8901234566$, $b = 9012345677$, 这时再作差就方便了.

解:设 $a = 8901234566$, $b = 9012345677$.

$$\text{则 } A = \frac{a+1}{b+1}, B = \frac{a}{b}.$$

$$\therefore A - B = \frac{a+1}{b+1} - \frac{a}{b}$$

华
罗
庚
学
校



第一节 用字母表示数

$$\begin{aligned}
 &= \frac{b(a+1) - a(b+1)}{b(b+1)} \\
 &= \frac{ab + b - ab - a}{b(b+1)} \\
 &= \frac{b-a}{b(b+1)} > 0.
 \end{aligned}$$

$\therefore A > B.$

说明:用字母代替数,可以化繁为简.

例 7 把一个两位数的个位数字与其十位数字交换后得到一个新数,它与原来的数加起来恰好是某个自然数的平方,求原来这个两位数与新得到的两位数的和.

分析:设两位数个位数为 b ,十位数为 a ,则这个两位数表示为 $\overline{ab} = 10a + b$ ($a \neq 0$).

解:设原来两位数为 \overline{ab} ,根据题意,得

$\overline{ab} + \overline{ba} = (10a + b) + (10b + a) = 11(a + b)$ 是某自然数的完全平方,由表达式 $11(a + b)$ 可知这个完全平方数除有一个约数 11 外,还有一个约数,因此 11 是 $a + b$ 的约数,而 a, b 只能取 1, 2, 3, ..., 8, 9. 故 $a + b = 11$. 所以 $\overline{ab} + \overline{ba} = 121$.

答:原数与新数之和为 121.

说明:把文字语言转化为符号语言,给解题带来了很大方便.

例 8 求三位数与其数字和的比值最大可能值.

分析:设这个三位数为 \overline{xyz} , 则 $\frac{\overline{xyz}}{x+y+z} = 1 + \frac{99x+9y}{x+y+z}$. 固定 x, y , 则当 z 取最小时, 比值最大, 从而 $z = 0$. 类似地得 $y = 0, x = 1$.

解:设这个三位数为 \overline{xyz} , 则

$$\begin{aligned}
 \frac{\overline{xyz}}{x+y+z} &= \frac{100x+10y+z}{x+y+z} \\
 &= \frac{99x+9y+(x+y+z)}{x+y+z} \\
 &= 1 + \frac{99x+9y}{x+y+z}.
 \end{aligned}$$

所以,要使比值最大,必有 $z = 0$.

于是,得

$$\begin{aligned}
 \frac{\overline{xyz}}{x+y+z} &= \frac{100x+10y}{x+y} \\
 &= \frac{90x}{x+y} + 10.
 \end{aligned}$$

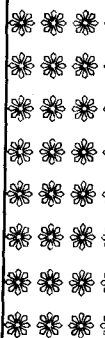


初

一

数

学





第一章 代数的初步知识

同理,得 $y=0$ 时比值最大.

故所求的比值最大取值为 $\frac{x00}{x} = \frac{100x}{x} = 100$.

说明:本例用到了一种逐步调整的思想方法,因为这里有三个字母,同时考虑,顾此失彼,固定 x, y , 考虑 z , 方向明确,求解也就不困难,确定 z 后,再固定 x , 考虑 y , 如此得解.

代数要研究的是数量和数量关系,用字母表示数是代数的基础.代数使人类对于数的认识得以加深.随着我们所研究的数的集合不断扩充,我们会越来越认识到“用字母表示数”所起的巨大作用.



拓展练习

A 组

1. 计算: $1999 \times 19971997 - 1997 \times 19991998$.

2. 计算: $\frac{24690}{12346^2 - 12345 \times 12347}$.

3. 计算: $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2000}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{1999}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2000}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1999}\right)$.

4. 计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$.

5. 一件工作,甲做 a 天可以完成,乙做 b 天可以完成,问两人合作几天可以完成?

6. 某人从 A 地到 B 地的速度为 a km,从 B 地到 A 地的速度为 b km,求某人来回的平均速度.

7. 甲、乙、丙、丁四个数的平均数为 a ,甲、乙、丙三个数的平均数为 b ,求丁数.

8. 定义 $a * b = \frac{a+b}{ab}$,求 $(3 * 5) * 3$.

9. 一个两位数,交换它的十位数字与个位数字所得两位数是原数的 $\frac{7}{4}$ 倍,求这样的两位数.

10. 一次考试,按成绩排名,前 10 名平均分数为 a ,前 8 名的平均分数为 b ,第 9 名比第 10 名多 c 分,问第 10 名的成绩是多少分?

* 11. 求三位数与其数字和的比的最小值.

* 12. 某项工作,甲独做完成的天数为乙、丙合作完成天数的 a 倍,乙独完成的天数为甲、丙合作完成天数的 b 倍,丙独完成的天数为甲、乙合作完



第一节 用字母表示数

成天数的 c 倍, 求 $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1}$ 的值.

B 组

一、选择题

- $x^2 + 1$ 的值一定().
A. 大于 1 B. 不大于 1 C. 不小于 1 D. 不小于 1
- 已知 n 是正整数, 则表示“任意正奇数”的代数式是().
A. $2n+1$ B. $2n-1$ C. $-2n-1$ D. $-2n+1$
- 表示“ a 与 b 的平方差”的代数式是().
A. $a^2 - b^2$ B. $(a-b)^2$ C. $a - b^2$ D. 以上均不对
- 九个连续奇数中, 第 1 个数为 a , 最后一个数为 b , 则中间一个数用 a 或 b 的代数式表示, 不正确的一个是().
A. $a+8$ B. $b-8$ C. $a-b+16$ D. $\frac{1}{2}(a+b)$

二、填空题

- 两个数的和为 a , 其中一个因数为 2, 则另一个因数为_____.
- “ a 的 3 倍与 b 的 $\frac{1}{2}$ 的差的平方”用代数式表示_____.
- 一个三位数的百位、十位、个位上的数字分别为 1, a , b , 用 a, b 的代数式表示这个三位数是_____.
- 定义 $a * b = ab - a - b$, 若 $2 * x = 1$, 则 $x =$ _____.

三、解答题

- 已知 $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$, 利用这个求和公式计算: $49+50+51+\cdots+2002$.
- 将一个两位数的十位数字与个位数字互换, 得到一个新的两位数, 这两个两位数之差能否被 9 整除, 为什么?
- 求证: 若两个数的和是奇数, 则它们的差也是奇数.
- 定义运算“ $*$ ”为 $a * b = \frac{ab}{a+b}$, 计算: $4 * (4 * 4)$.

初

一

数

学

5