JINGJISHUXUE

经济数学

刘恭民　魏增岩　主编

山 东 大 学 出 版 社

鲁新登字 09 号

经济数学

刘恭民　魏增岩　主编

*

山东大学出版社出版发行

济南市中印刷二厂印刷

*

787×1092 毫米　1/32　14.5 印张　32.3 千字

1995 年 6 月第 1 版　1995 年 6 月第 1 次印刷

印数 1——4000 册

ISBN7－5607－1518－4

O·96　定价：12.80 元

前　言

根据国家教委1991年颁发的《关于加强普通高等专科教育的意见》和1993年颁布的专科升本科《高等数学》(二)复习考试大纲，结合经济类专科层次各专业对数学的要求，在总结多年教学经验的基础上，我们编写了这本教科书，以满足教学的需要。

全书共分三篇十三章。上篇微积分，包括函数、极限与连续、一元微积分与多元微积分初步；中篇线性代数与线性规划，包括行列式、矩阵、线性方程组、投入产出数学模型、线性规划数学模型、线性规划问题的图解法和单纯形法；下篇概率统计初步，包括随机事件及其概率、随机变量以及几种常用数理统计方法简介。

本书着重于经济数学中基本概念的教学和数学理论在经济中的应用。对数学本身的严密性、逻辑性和系统性只作适度要求。对有些定理、法则等只给出解释不作严格证明。对极限的精确定义，初学者往往感到十分抽象，难以掌握。为了使学生不至于一开始就对微积分产生畏难情绪而影响后面重要知识的学习，根据复习考试大纲的要求，我们在正文中只给出了极限的描述性定义，精确定义作为附录(不作教学要求)，供有兴趣的读者阅读。本书较好地体现了“基础理论的教学要以应用为目的，以必需、够用为度，以掌握概念、强化应用为教学重

点”的精神。

书中带 * 号部分，如果课时不够可以不作为授课内容。每章后面都有(A)、(B)两类习题。(A)类题是填空与选择两种客观性习题。选择题中给出四个备选答案，其中至少有一个是正确的。(B)类题主要是计算题和应用题，少量的证明题。书后附有答案。

本书可作为普通专科学校、成人高校、大中专等经济类各专业的教材，也可作为专科升本科复习参考资料。

本书是集体劳动的成果。首先由刘恭民、魏增岩拟定编写纲目；然后，由梁可彬（第一、三章）、武杰（第二、四章）、魏增岩（第五、六章）、刘云汉（第七、八章）、曲乃贤（第十一、十二章）、刘恭民（第九、十、十三章）分头撰写；最后，由刘恭民、魏增岩统纂定稿。

在编写过程中，参考了有关的书籍，对这些书籍的著作者及译者表示感谢！

因为我们水平有限，书中难免有不妥甚至错误之处，敬请专家、读者批评赐教！

编　者

1995.5

目　　录

上篇　微积分

中篇　线性代数与线性规则

下篇　概率统计初步

上篇　微积分

第一章　函数

§1.1　函数的概念

一、常量与变量

设某种商品的价格为每公斤 10 元，那么销售这种商品 x 公斤与销售收入 y 元之间有关系式：

$$y=10x \tag{1—1}$$

这里，不变的价格是常量，而销售量和销售收入都是变量。一般的，在所研究的现象中，在过程的进行中只取一个数值的量称为常量；而可以取不同数值的量称为变量。用字母 x、y、t 等表示变量。

常量又有数值常量和符号常量（参数）之分。(1—1)式中的价格 10 是数值常量。如果，商品是分为若干级别，而每一级

别都有其固定的价格，这样销售某一级别商品 x 公斤与销售收入 y 之间可以表为关系式

$$y=kx$$

其中 k 由商品的级别而定，对某一确定的级别，k 取一固定值。像这样的常量，称之为符号常量或参数。常用 a、b、c 等表示。

变量所有可能取值的集合，叫做变量的变域。在微积分中，最常见的变域是所谓的区间。下面列出的区间，表示变量 x 的变域：

闭区间 $[a,b]$： $a\leqslant x\leqslant b$

半开区间 $\begin{cases}(a,b]: & a<x\leqslant b\\ [a,b): & a\leqslant x<b\end{cases}$

开区间 (a,b)： $a<x<b$

上述三种区间中，a、b 为两个实数（$a<b$），称为区间的端点，$b-a$ 为区间的长度。这三种区间称为有限区间。用数轴上的线段给出这三种区间的几何表示，如图 1—1。

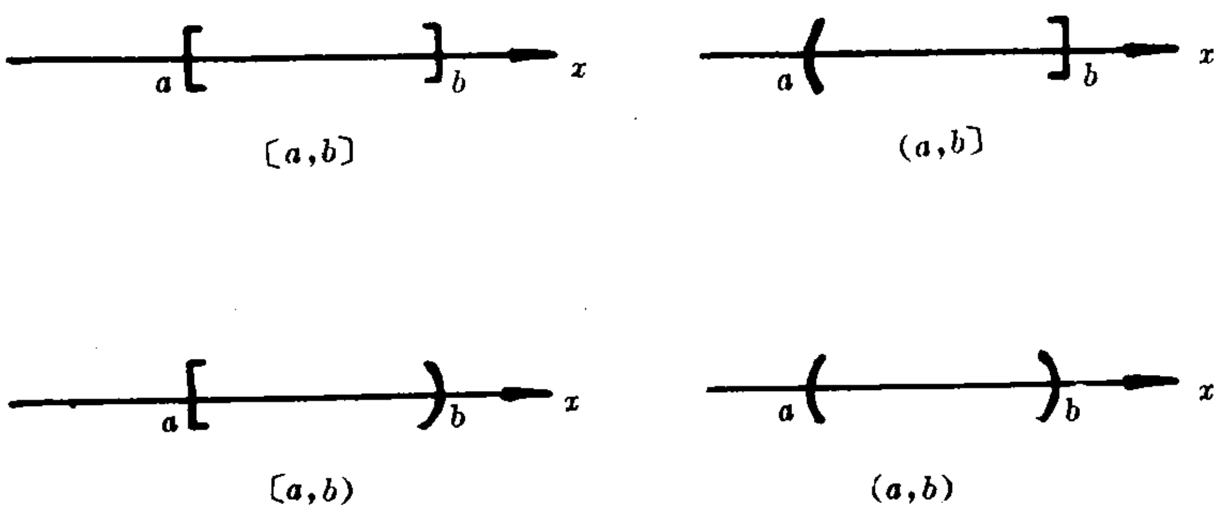

图 1—1

除了上述有限区间外，还有无限区间：

$(a,+\infty)$：　$x>a$　　$[a,+\infty)$：　$x\geqslant a$

$(-\infty,b)$：　$x<b$　　$(-\infty,b]$：　$x\leqslant b$

$(-\infty,+\infty)$：　$x\in R$（R 为实数集合）。

对给定的实数 $\delta>0$，称开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ 为 x_0 的 δ 邻域。如图 1—2。由于 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ 等价于 $|x-x_0|<\delta$，所以 x_0 的 δ 邻域也常用 $|x-x_0|<\delta$ 表示。

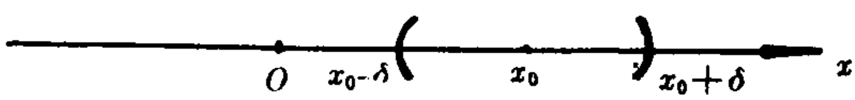

图 1—2

二、函数的定义

定义　设给定两个变量 x 与 y，x 的变域为 D。如果对于 D 中每个 x 的值，y 按照一定的法则，总有一个确定的值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数。

变量 x 称为自变量，x 的变域 D 称为函数的定义域；y 称为因变量，y 的变域记为 M，称为函数的值域。定义域与对应法则是确定函数的两个要素。

我们常用 $y=f(x)$，$y=\varphi(x)$，$y=F(x)$ 等表示 y 是 x 的函数。这里的“f”、“φ”、“F”等表示 x 与 y 的对应法则。如果 x 取某一个数值或某一个表示数的代数式，那么对应法则将施于这个数或这个代数式。

例 1　设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$

求 $f(3)$、$f(\frac{1}{x})$、$f[f(x)]$

解 $f(3)=\frac{1-3}{1+3}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

$$f(\frac{1}{x})=\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=\frac{x-1}{x+1}$$

$$f[f(x)]=\frac{1-f(x)}{1+f(x)}=\frac{1-\frac{1-x}{1+x}}{1+\frac{1-x}{1+x}}=\frac{2x}{2}=x$$

在确定函数的定义域时,如果函数关系是从实际问题中抽象出来的,则其定义域由实际问题来确定;如果函数关系只是用解析式表出的,那么定义域就是使解析式有意义的自变量取值的集合。

例 2 求函数 $y=\ln(4x-3)$的定义域.

解 由对数定义,只有当 $4x-3>0$ 时,函数才有意义。解这个不等式得 $x>\frac{3}{4}$。所以,

$$D=(\frac{3}{4},+\infty)$$

例 3 求函数 $y=\sqrt{5-x}+\frac{1}{2x+1}$的定义域.

解 函数由两项组成,第一项必须满足 $5-x\geqslant 0$;第二项必须满足 $2x+1\neq 0$,所以函数的定义域是由不等式组

$$\begin{cases}5-x\geqslant 0\\2x+1\neq 0\end{cases}$$

来确定的。解不等式组得:$x\leqslant 5$ 且 $x\neq -\frac{1}{2}$。

即 $D=(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},5]$

例 4 讨论函数 $y=\pi x^2$ 与函数 $u=\pi v^2$ 是否是相同的函数关系。

函数 $y=\pi x^2$ 的定义域是 $D=(-\infty,+\infty)$，对应法则是自变量的平方乘以常数 π。函数 $u=\pi v^2$ 的定义域也是 $D=(-\infty,+\infty)$，对应法则也是自变量的平方乘以 π。这两个函数的要素完全相同，所以，两个函数是相同的函数关系。（这个例子说明，函数关系是两个变量间客观存在的关系，至于这两个变量用什么字母表示是无关紧要的。）

例 5 讨论函数 $y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$ 是不是相同的函数关系。

容易发现 $y=x$ 的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，而 $y=\frac{x^2}{x}$ 的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，二者定义域不同，它们是不同的函数。

三、函数的表示法

1. 三种表示法

常用的函数表示法有公式法（解析法）、表格法和图形法。这三种方法在中学数学中已作过介绍，这里不再赘述。

2. 分段函数

我们会遇到这种情况，对于自变量 x 的一切值，函数 y 不能用一个解析式表出，必须用两个或两个以上的解析式表示。这类函数称为分段函数。

例 6 某水泥厂生产水泥 10000 吨，每吨定价 180 元。销售量在 8000 吨以内时按原价出售，超过 8000 吨时，超过部分

打 9 折出售。试建立销售收益与销售量间的函数关系；并分别求当销售量为 7000 吨和 9000 吨时的销售收益。

解 设销售量为 x 吨，销售收入为 y 元。由题意知：

当 $0\leqslant x\leqslant 8000$ 时， $y=180x$

当 $8000<x\leqslant 10000$ 时， $y=180\times 8000+180\times 0.9\times(x-8000)$

因此，函数关系为

$$y=f(x)=\begin{cases}180x & 0\leqslant x\leqslant 8000\\ 180\times 8000+180\times 0.9\times(x-8000) & \\ & 8000<x\leqslant 10000\end{cases}$$

这个函数是一个分段函数。

当销售量为 7000 吨时，即 $x=7000$ 吨时，因为 $0<7000<8000$，所以，将 $x=7000$，代入 $y=f(x)=180x$

得：$f(7000)=180\times 7000=1260000$(元)

当销售量为 9000 吨时，因为 $8000<9000<10000$，所以将 $x=9000$，代入 $y=f(x)=180\times 8000+180\times 0.9\times(x-8000)$ 得：$f(9000)=180\times 8000+180\times 0.9\times(9000-8000)$

$$=1602000\text{(元)}$$

3. 隐函数

因变量用自变量的解析式表示出来的函数称为显函数，如 $y=x^2$，$y=kx+b$，$y=\ln(x^2-1)$ 等。有些函数，它的因变量与自变量的对应法则是用一个方程式 $F(x,y)=0$ 表示的，如 $2x-3y=5$，$xy=1$，$x^2+y^2=1$ 等。我们把这种函数关系隐含在方程式中，而没有明显表达出来的函数称为隐函数。

§1.2 函数的性质

一 函数的奇偶性

设函数 $y=f(x)$在$(-l,l)$上有定义

(1) 如果对自变量 x,成立 $f(-x)=-f(x)$,则称$f(x)$为奇函数。

(2) 如果对自变量 x,成立 $f(-x)=f(x)$,则称$f(x)$为偶函数。

例如,$y=x^3$,$y=\sin x$ 等都是奇函数,$y=x^2$,$y=\cos x$ 等都是偶函数。

由定义知,奇函数的图形关于坐标原点对称,偶函数的图形关于 y 轴对称。有的函数既不是奇函数也不是偶函数,称为非奇非偶函数,如 $y=x^3+x^2$。

二、函数的单调性

如果函数 $y=f(x)$,对区间(a,b)内的任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称此函数在区间(a,b)内是单调增加的(或单调上升的);当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称此函数在区间(a,b)内是单调减少的(或单调下降的)。

如 $y=x^2$,在$(-\infty,0)$内是单调减少的;而在$(0,+\infty)$上是单调增加的。

单调增加函数的图形是沿 x 轴正向逐渐上升的;单调减少函数的图形是沿 x 轴正向逐渐下降的。

三、函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义（(a,b) 可以是函数 $f(x)$ 的整个定义域，也可以是定义域的一部分），如果存在一个正数 M，对所有的 $x\in(a,b)$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内是有界的。如果不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 内是无界的。

例如，$y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是有界的，因为 $|\sin x|\leqslant 1$，$x\in(-\infty,+\infty)$。

再如，$y=\dfrac{1}{x}$ 在 $[1,+\infty)$ 上是有界的，而在 $(0,2)$ 上是无界的。

四、函数的周期性

对于函数 $y=f(x)$，如果存在正的常数 a，使 $f(x+a)=f(x)$ 成立，则称函数为周期函数。如果存在满足这个等式的最小正数 a，则称 a 为函数的周期。例如 $y=\sin x$ 是周期函数，周期为 2π。

§1.3 初等函数

一、反函数

在本章§1.1节开始，我们引用的(1—1)式中，已知销售量就可求出相应的销售收入。反之，也可由销售收入 y 求出销售量 x，这时，(1—1)式可变为