

张君达 主编

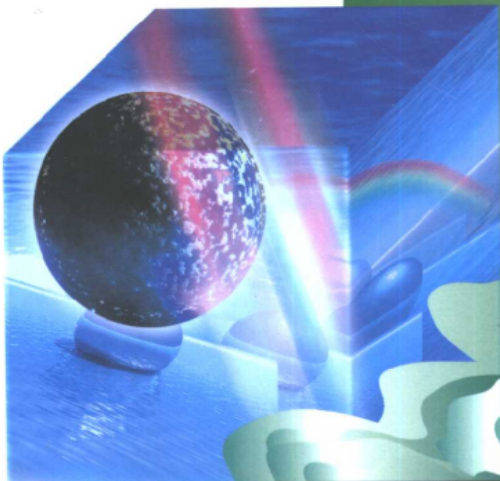
北京数学奥林匹克

小学教材习题与解析



六年级

北京科学技术出版社



责任编辑
封面设计
电脑制作

刘长梅 张 金
罗 瑞
樊润琴



ISBN 7-5304-2318-5



9 787530 423189 >

ISBN 7-5304-2318-5/Z · 1062

定价:11.00元

北京数学奥林匹克小学教材 习题与解析

六年级

张君达 主编

北京科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

北京数学奥林匹克小学教材习题与解析:六年级/张君达主编. —北京:北京科学技术出版社, 2001. 7重印
ISBN 7-5304-2318-5

I. 北… II. 张… III. 数学课—小学—习题
IV. 6624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 27592 号

北京数学奥林匹克小学教材习题与解析

张君达 主编

北京科学技术出版社出版

(北京西直门南大街 16 号)

邮政编码:100035

各地新华书店经销

三河市腾飞胶印厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 9 印张 204 千字

1999 年 7 月第一版 2001 年 7 月第二次印刷

印数 10001 ~ 15000 册

定价: 11.00 元

张君达 主编

倪斯杰 刘长虹 郭丽军 编

2011.10

前 言

1987 年一次偶然的机 会，我主持并编写了小学生的数学课外读物：《小学数学奥林匹克专题讲座》与《小学数学奥林匹克习题与解答》。或许是当时首批出版此类书的缘故，一年左右竟印了 10 余万套！次年还被评为全国优秀图书。

家长与学生的来信，出版社的邀请，愈发鼓励我们考虑：怎样才能保证新书的新意？如果说《小学数学奥林匹克丛书》（张君达主编，1989 年出版）是为不同年级的兴趣小组提供的读物，那么《北京数学奥林匹克小学教材》（张君达主编，1992 年出版）则是着眼于数学业余学校的课程建设并为常规学校课外活动提供的教学参考资料。本次付印的“教材”修订版和“解析”修订版是作者经过五年的教学实验后，重新编排、撰写的，其整体设计与内容选材等方面都较第一版有了较大的改进。

我国的九年义务教育制及双休日的实施，给孩子们积极、主动地发展提供了时间和空间。如何使学有所长的孩子们更好地学习数学并有所发展？这是家长、教师与社会关心的一个热门话题。1994 年在保加利亚，我与国家数学竞赛世界联盟协会主席奥哈伦教授交谈时，有一致的看法：激发数学学习兴趣、指导学习方法、培养思维能力是数学教育中的关键。正是基于这一点，我所主编的小学生数学课外读物始终体现了“兴趣是诱发良好学习动机的源泉”、“思维是智力与能力的核心”的观点。

坚持理论与实践的研究使我们撰写的普及读物具有一定的前瞻性与创新性。自 1988 年以来，我指导的“数学学习心

理”，“奥林匹克数学的理论与实践”、“数学智力开发”等方向的硕士生得到了很好的实验研究的成果。我与他们合作多次，在国际会议上报告与国内外学术刊物上发表的论文有：

中国数学早慧少年的测试与评估(1989, 日本)

数学早慧少年的学习与发展 (1992, 中国)

资优少年的数学智力开发 (1994, 保加利亚)

青少年的数学智力开发 (1995, 新加坡、
马来西亚)

数学创造思维的培养 (1996, 西班牙)

数学逆向思维的培养 (1997, 台湾地区、美国)

问题解决中的网格化模型 (1998, 中国)

超常儿童数学能力的因素分析 (1999, 台湾地区)

上述实验研究的被试者多是我们数学业余学校的学生，其理论依据是数学学习心理乃至教育与发展心理，实验设计方案中有一部分是从“教材”设计方案中脱化、演变而得到的。1997年我与美国史翠大学的帕福利克教授谈及思维的培养时，一致认为：今后的教育与发展心理将会在数学教育中寻求到更好的新的生长点。上述的科研成果与这一设想已经逐步在君达英才培训学校的教学实验中得以实现。

时至今日，“青少年的数学智力开发”，“数学业余学校的教材建设”已不仅是教育工作者研究的课题，它已得到社会各界的认同与关注。在《北京数学奥林匹克小学教材》(修订版)出版后，又组织“教材”的原作者编写了“教材”的“习题与解析”。

“习题与解析”是一套供数学业余学校的教师与小学生使用的解题工具书。书中为学生配有自测试题，学生可以通过学习提高解题能力，实现自学、自测、自评。希望这套工具书的出

版能够引起数学教育工作者对“如何选择与编写适合学生水平的题目”、“怎样指导学生选择相应的解题策略”、“如何把知识的学习与解题有机地结合起来”等课题的进一步探讨与研究。

著名数学家华罗庚先生有句名言：“学数学不做题，如同入宝山而空手归”。显然，做题是数学学习过程中不可缺少的一个重要环节，学生自己动手、归纳、思考，通过典型分析领悟数学思想是数学学习过程中的关键。值此世纪之交之际，愿“习题与解析”能为新世纪的人才培养尽菲薄之力，成为青少年数学爱好者的良师益友。

“习题与解析”中的欠缺之处，尚请读者不吝指正。

张君达

1999年7月1日



张君达，男，
60岁，江苏省人。
首都师范大学
教育科学研究所所
长、教授，现任中
国管理科学研究院
智力开发研究所所
长、中国数学教育
研究与发展中心常
务理事。主要论著
有：《数学教育实
验设计》、《数学
教育论集》、《域
论导引》、《初等
数论》、《初等数
学概论》，主编
《北京数学奥林匹
克初中教材》、
《北京数学奥林匹
克小学教材》（习
题与解析；单元自
测试题与解析）、
《高中数学奥林匹
克专题讲座》等。

目 录

第一学期

一、计 数	(3)
二、带余除法	(10)
三、平均数	(16)
四、逻辑推理	(22)
五、容斥原理(一)	(27)
六、容斥原理(二)	(32)
七、平方数	(37)
八、最大与最小	(41)
九、抽屉原则(一)	(46)
十、抽屉原则(二)	(55)
十一、抽屉原则(三)	(61)
十二、圆的学问	(70)
自测试题一	(78)
自测试题二	(80)
自测试题一解答	(82)
自测试题二解答	(92)

第二学期

一、比例的基本概念	(103)
二、比例的应用	(110)
三、数量与分率	(121)
四、单位 1 的转化	(131)
五、列方程解应用题	(138)
六、从不同角度解应用题	(150)

七、网格正方形趣题	(160)
八、再谈网格正方形	(165)
九、乘法原理与加法原理	(172)
十、估 值	(176)
十一、 P 进制(一)	(183)
十二、 P 进制(二)	(191)
自测试题一	(197)
自测试题二	(199)
自测试题一解答	(201)
自测试题二解答	(213)

选 讲

一、圆中的计算问题	(225)
二、钟表上的数学	(237)
三、轴对称的妙用	(252)
四、方砖上的数学	(257)
五、旋转的矩形	(264)
六、旋转的直角三角形	(272)

第一学期

一、计 数

练习一

1. 1~1997 中, 数字 8 共出现多少次?

分析:

这道题应采用分段的方法去数。将 1~1997 这 1997 个自然数分成两段, 1~999、1000~1997, 只要将每一段中 8 出现的次数数出来, 问题便可以解决。

解法一:

在 1~999 中, 8 出现 300 次,

在 1000~1999 中, 8 出现 300 次,

因此, 在 1~1997 中, 8 出现的次数为:

$$300 + 300 - 1 = 599 (\text{次})$$

分析:

求出个位、十位、百位上 8 分别出现多少次, 就可以求出 1~1997 这 1997 个自然数中, 8 出现的次数。

解法二:

(1) 先计算 8 在个位上出现的次数:

个位上出现 8 的数有: 8, 18, 28, 38, ..., 1988, 共有:

$$(1988 - 8) \div 10 + 1 = 199 (\text{个})$$

8 在个位上共出现 199 次。

(2) 计算 8 在十位上出现的次数:

十位上出现 8 的数有: 80~89

$$180 \sim 189$$

280~289

⋮
⋮

1980~1989

每组 10 个数,共有:

$$19+1=20(\text{组})$$

共有 $10 \times 20 = 200$ (个)

8 在十位上共出现 200 次。

(3) 计算 8 在百位上出现的次数

百位上出现 8 的数有 800~899

1800~1899

每组 100 个,共有 2 组。

共有 $100 \times 2 = 200$ (个)

因此,8 在百位上出现 200 次。

于是可求出 8 共出现: $199+200+200=599$ (次)。

说明:

解法一是按照分段考虑的方法来计算,我们可以把每个数字在 1000 以内的整数中的分布列成下表:

数字	0~99	100~199	200~299	300~399	400~499	500~599	600~699	700~799	800~899	900~999	0~
0	10	20	20	20	20	20	20	20	20	20	190
1	20	120	20	20	20	20	20	20	20	20	300
2	20	20	120	20	20	20	20	20	20	20	300
3	20	20	20	120	20	20	20	20	20	20	300
4	20	20	20	20	120	20	20	20	20	20	300

续表

数 字	0~99	100~ 199	200~ 299	300~ 399	400~ 499	500~ 599	600~ 699	700~ 799	800~ 899	900~ 999	0~ 999
5	20	20	20	20	20	120	20	20	20	20	300
6	20	20	20	20	20	20	120	20	20	20	300
7	20	20	20	20	20	20	20	120	20	20	300
8	20	20	20	20	20	20	20	20	120	20	300
9	20	20	20	20	20	20	20	20	20	120	300

有了上面的分析,对于 1000~1999 的整数中,每个数字出现的次数类似可得,即 1 出现 1300 次,其余的数字各出现 300 次。对于 2000~2999、3000~3999、……同学们就不难分析了。

2. 在前 1997 个自然数中,含数码 1 的数有多少个?

分析:

按照分段的方法来计算。

解:

把 1~1997 分成两段:1~999,1000~1997。

(1) 在第一段中,个位上出现 1 的数有:

1,11,21,31,……,991,共有

$$(991-1) \div 10 + 1 = 100 (\text{个})$$

十位上出现 1 的数有:

10,11,12,……,19

110,111,112,……,119

210,211,212,……,219

...

910, 911, 912, ..., 919

共有 $10 \times 10 = 100$ (个)

百位上出现 1 的数有:

100, 101, 102, ..., 199, 共有 100 个。

在这三个数位上,有些数是重复计算的,计算两次的有:

11, 211, 311, ..., 911; 101, 121, 131, 141, ..., 191; 110, 112, 113, 114, ..., 119, 共 27 个。

计算三次的数只有 111 一个。

因此,在第一段中,含数码 1 的数有 $100 + 100 + 100 - 27 - 2 = 271$ (个)

(2) 在第二段中,1000~1997 共有 998 个含数码 1 的数。

故在 1~1997 中含数码 1 的数共有 $271 + 998 = 1269$ (个)。

说明:

此题与第一题有所不同,第一题是求数字 8 出现的次数,在同一个数中,数字 8 可能出现几次,例如 888 中,数字 8 出现 3 次,就记为 3 次;此题则不同,求的是含有数码 1 的数的个数,像 111 虽然 1 出现了 3 次,但只能记为 1 个,并且为了在记数时不重,还要把重复记的去掉,例如 111,在计算个位上出现 1 的数时、十位上出现 1 的数时、百位上出现 1 的数时,分别计算了一次,要去掉重复计算的次数 2。

3. 三位数中,百位数字大于十位数字且十位数字大于个位数字的数有多少个?

分析:

采用分类讨论的方法。