高等学校教学用书

理论力学

（数学专业）

杨福田　谢宇　编著

北京师范大学出版社

高等学校教学用书
理论力学
（数学专业）
杨福田 谢 宇 编著
※
北京师范大学出版社出版
新华书店总店科技发行所发行
中国科学院印刷厂印刷

开本：850×1168 1/32 印张：10.125 字数：245 千
1989 年 9 月第 1 版 1989 年 9 月第 1 次印刷
印数：1—2 200

ISBN 7-303-00591-9/O・103
定价：2.20 元

绪 论

理论力学是研究物体机械运动与物体间相互作用关系的科学．我们所观察到的一切物体的运动都发生在时间和空间中．空间和时间与运动着的物质是不可分割的，它们是物质存在的客观而现实的形式．物质运动的形式是各式各样的，表现在物质的宏观块体之间和物质的微观粒子间的相互作用．在物体运动的各种形式中，机械运动是最简单和最基本的形式．所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间而变化．在物质运动的更高的更复杂的每种形式(如热、光、电等)中都包含着简单的机械运动，因此研究机械运动就成为自然科学的最基本的任务之一．

在理论力学中主要研究力学的基本原理以及质点、质点系和刚体的力学问题，它是进一步研究其它力学(弹性力学、流体力学、相对论力学等)的基础．

在一般的物体中其大小形状、内部结构等是多种多样的．在开始研究力学问题时，我们应首先抓住物体的最本质的特征，建立起几种理想的力学模型．这几个模型就是质点、质点系、刚体，进而有理想弹性体、理想流体等．对前三种力学模型运动规律的研究是理论力学的任务．

在力学中，我们把可以忽略其大小和内部结构，但具有一定质量的物体称为质点．质点实际上就是这样一种物体，它的体积和对于研究物体运动的空间关系比较起来，可以忽略．一个物体在运动变化过程中能否看作一个质点，这要由被研究物体的运动特性来决定．在力学的某些问题里可以将体积相当大的物体看成质点．例如在研究地球绕太阳运动时，将地球作为质点但在研究地

球的自转时，就不能作为质点．对一般物体来说，它们是由质点组成的，因此物体的运动就表现为每个质点的运动．

物体在整个运动过程中，若其上任意两点间的距离保持不变，这样的理想物体称为刚体．刚体在运动过程中，不论受其它物体怎样的作用，它的几何形状都保持不变，因此刚体也叫做不变的力学系统．

在力学中，任何物体都是由众多的质点组成的，也就是任何物体都看作是按照某些条件而结合在一起的质点群，这种质点群称为质点系或力学系统．质点系是力学的一种理想模型．质点系力学的规律是理论力学的普遍规律，其中包括了质点和刚体力学的规律．因为刚体就是各点间距离保持不变的一种质点系．在所研究的运动物体中，若变形较小可以忽略时，可以简化为一个刚体．

理论力学在研究过程中以少量基本原理或定律作为公理，应用数学工具推导出其它定理，因此有较严密的逻辑结构．而推导出来的定理或定律都要用科学实验进行检验．历史的发展充分证明，力学与数学是最密切相连而又互相促进的两门姊妹学科．力学为数学的发展提供了物理背景，又是数学应用于实际的一个重要桥梁；同时数学的发展为力学提供了强有力的工具．

理论力学的主要内容一般分为三部分，即运动学、静力学和动力学．运动学是从几何的观点对物体的运动进行分析，主要是研究物体在空间相对位置随时间的变化规律以及物体的速度、加速度等，而不涉及引起物体运动变化的原因，即不涉及力的概念．静力学是研究质点和刚体的平衡规律．动力学是研究物体在相互作用下运动变化的规律，由于力表现在物体间的相互作用，因此动力学就是研究物体在力的作用下机械运动规律的科学．工科专业对静力学比较重视，篇幅较多．近年来一些理科专业不单设静力学部分，把它作为动力学的特例．本教材考虑到师范的特点，仍将静力学单设一章，着重在受力分析和平衡方程的应用，但篇幅较工科

教材少得多，另外没有把运动学单设一章，而是分散在各章节，作为动力学的预备知识，着重讲述动力学的内容.

力学是自然学科中发展最早的学科之一. 从历史来看，力学发展大致分三个阶段： 在17世纪以前力学的个别定律已经发现并已应用于实际. 但主要是静力学问题；到了17世纪由于资本主义的兴起，机器制造业和航海事业等的发展，推动了力学的进一步发展. 特别是牛顿的《自然哲学的数学原理》一书问世以后，标志着力学发展进入了第二阶段. 自此以后，力学形成了一个普遍的理论体系，这就是建立在牛顿定律之上的力学体系，我们称之为牛顿力学或经典力学. 在本世纪以来，由于电磁波的发现，使牛顿力学的普遍性受到了怀疑，因为一些新的现象已不能用牛顿的理论来解释. 1905年爱因斯坦创立的相对论力学标志着力学的新纪元. 但是相对论力学的出现并不是简单地宣告了牛顿力学的失效，而是进一步指出了牛顿力学的适用范围：即宏观物体运动速度远低于光速的情况下，牛顿力学是适用的. 新的力学是牛顿力学的继承和发展.

20世纪以来科学发展的特点是出现了大批的边缘科学，力学也正越来越多地渗入到其它一系列有关的学科中去. 由于实践要求的促进以及研究工具的日益完善，力学的模型也越来越复杂. 特别是近年来从结构力学发展出来的有限元素法，一经和高速电子计算机结合起来，就显出了它的强大生命力，进一步促进了力学和计算数学的发展.

最后我们再明确一下学习本门课程的目的和要求：

1. 理论力学是数学专业的一门基础课，它是进一步学习其它数学的基础，它并不是物理课中有关内容的重复和继续.

2. 力学是数学应用于实际的一个重要桥梁，而理论力学也是进一步学习其它力学的基础. 数学专业的学生学习理论力学要注意对物理概念的理解，更应注意数学方法的运用，以提高运用数学

工具分析和解决实际问题的能力。

3. 本课程以普通物理力学部分有关内容为基础，应用解析几何、高等代数、微积分、微分方程等数学工具，主要讲解动力学问题，同学们在学习过程中应和相应的数学知识的学习和复习配合起来。

4. 理论力学这门课既是力学，也近似于数学。但它和一般的数学课是不同的。一般学习理论力学感到困难的是对物理概念的理解和解题方法的掌握。因此学习过程中应着重抓物理模型的建立和理解、数学公式的推导以及解题的思路和步骤三个环节，对于练习题应该在学习的基础上独立完成，不应依赖现成的习题解答。为了适合同学们的自学要求，本教材在以上三个环节的叙述上也比其它理论力学教材详细一些。

目　　录

第一章 质点力学

本章内容提要：质点力学这一章主要是研究质点在外力作用下的运动变化规律．内容包括质点运动的描述，按照牛顿定律建立质点运动的微分方程，进而导出几个基本定理．作为基本定理的典型应用研究了质点的直线振动，最后研究质点在有心力作用下的运动．本章内容是力学中最简单最基本的问题，是整个理论力学的基础．

§1.1 质点运动的描述和分析

一、质点运动规律的给定法

质点是物体的一种最简单的模型，在绪论中已经介绍过．所谓质点的运动规律就是指质点相对于某一个参考体而言其位置随时间的变化规律．从数学上来说，就是要有一个参考坐标系．这个坐标系应与参考体固连，简称为参考系．参考系一般可取空间直角坐标系，也可以取曲线坐标系．有了确定的参考系以后就可以用数学方法描述质点的运动规律．

在参考体上建立直角坐标系 o—xyz（原点和坐标轴向可在参考体上任意选择）．在参考系中运动的质点M的位置可以用矢量$\overrightarrow{OM}=\vec{r}(t)$来表示(见图 1.1)．若矢量函数$\vec{r}(t)$为已知，则质点$M$随时间的位置变化即已确定，所以质点$M$的运动方程可表示为

$$\vec{r}=\vec{r}(t) \tag{1.1}$$

若$\vec{r}(t)$的坐标为 $x(t),y(t),z(t)$，则(1.1)也可以写成

$$\vec{r}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k} \tag{1.2}$$

(1.1) 和 (1.2)是矢量形式的质点运动方程．将质点运动方程写成标量形式，成为

$$x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t). \tag{1.3}$$

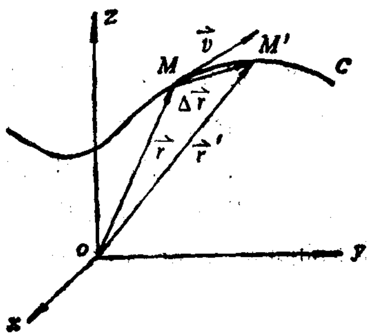

图 1.1

由此可知，当时间 t 变动时矢量 $\vec{r}$ 的端点 M 所描绘的轨迹即为质点 M 的运动轨道，它是一条空间曲线．因此从数学上说，质点的运动方程(1.1)，(1.2)或(1.3)就是空间曲线(轨道曲线)的参数方程．由运动方程消去 t 得到的即是一般形式的曲线方程．但是要注意的是，在运动方程中，由于问题的实际性质，参量 t 的变化范围是 $t\geqslant 0$，而 x, y, z 是 t 的单值连续函数，并且是可微的．

在理解质点的运动方程时，我们应注意它的相对性．因为同一个质点对不同的参考系来说，运动规律是不同的．事实上从近代力学观点来看，绝对的参考体和绝对的运动是不存在的．平时我们在不考虑地球运动的情况下，可以用地球作参考体．当考虑地球运动时，可以用太阳作参考体．因此我们平时所说的物体的运动应该说是相对某个坐标系的运动．

二、质点运动的速度和加速度

现在我们考虑当质点运动规律由直角坐标法给定后，其位置随时间的变化情况．我们从时刻 t 开始，给时间 t 一个增量 Δt，则对应的向径为 $\vec{r}(t)$ 和 $\vec{r}'=\vec{r}(t+\Delta t)$．则

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}'-\vec{r}$$

表示质点在 $t - t+\Delta t$ 一段时间内的位移矢量．而

$$\vec{v}^* = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}' - \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} \tag{1.4}$$

称为质点M在 Δt 一段时间内的平均速度矢量，它说明矢径 $\vec{r}$ 在 Δt 一段时间内的变化快慢程度. 当 $\Delta t \to 0$ 时，$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ 之极限值称之为质点M在时刻 t 的瞬时速度矢量，以 $\vec{v}(t)$ 表示，即

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}^* = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \tag{1.5}$$

即质点M的速度矢量是矢径 $\vec{r}(t)$ 对时间的一次导数. 因为质点M的速度方向在质点轨道在此点的切线方向上，这样速度矢量就是轨道曲线的切线矢量(图 1.1). 由表达式(1.2)可知

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

为书写简便，我们记 $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$，$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$，$\dot{z} = \frac{dy}{dt}$. 则 $\vec{v}(t)$ 可以写成

$$\vec{v}(t) = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}. \tag{1.6}$$

由矢量代数的知识可知，速度的大小为

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \tag{1.7}$$

矢量 $\vec{v}$ 的方向余弦为

$$\begin{aligned} &\cos(\vec{v}, x) = \frac{\dot{x}}{|\vec{v}|}, \quad \cos(\vec{v}, y) = \frac{\dot{y}}{|\vec{v}|}, \\ &\cos(\vec{v}, z) = \frac{\dot{z}}{|\vec{v}|}. \end{aligned} \tag{1.8}$$

现在我们进一步讨论质点的速度 $\vec{v}(t)$ 随时间的变化情况. 和对速度的讨论相同，考虑 t 和 $t+\Delta t$ 两个时刻，对应的速度为 $\vec{v}(t)$ 和 $\vec{v}' = \vec{v}(t+\Delta t)$，而

$$\vec{w}^* = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \tag{1.9}$$

称为质点在 Δt 一段时间内的平均加速度，它描述了质点 M 在 Δt

一段时间内速度变化的快慢程度。当 $\Delta t\to 0$ 时，$\vec{w}^*$ 的极限值称为质点在时刻 t 的加速度矢量。即

$$\vec{w}=\lim_{\Delta t\to 0}\vec{w}^*=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t}\tag{1.10}$$

它的位置如图 1.2 所示，在质点运动轨道凹向一侧。当 v 增加时，$\vec{w}$ 指向前进的方向；当 v 减小时，$\vec{w}$ 指向运动相反的方向。

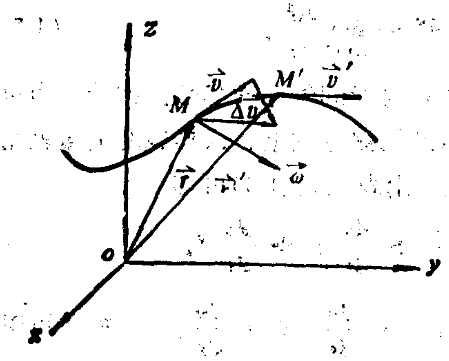

图 1.2

如果我们令

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\ddot{x},\ \frac{d^2y}{dt^2}=\ddot{y},\ \frac{d^2z}{dt^2}=\ddot{z},$$

则

$$\vec{w}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.\tag{1.11}$$

写成坐标形式，成为

$$\vec{w}=\ddot{x}\vec{i}+\ddot{y}\vec{j}+\ddot{z}\vec{k}\tag{1.12}$$

因此加速度的大小为

$$|\vec{w}|=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2+\ddot{z}^2},$$

$$\cos(\vec{w},x)=\frac{\ddot{x}}{|\vec{w}|},\ \cos(\vec{w},y)=\frac{\ddot{y}}{|\vec{w}|},\ \cos(\vec{w},z)=\frac{\ddot{z}}{|\vec{w}|}.\tag{1.13}$$

由上面的讨论看出，当质点的运动已知，求速度和加速度，属于微分的问题；而当速度和加速度已知，求运动规律，则属于积分问题，此时需要给出初始条件。

例 1.1 设平面上质点运动的规律为

$$x=\alpha e^{kt},\ y=\beta e^{kt}\ (\alpha,\ \beta,\ k\ 为常数)$$

求其运动的速度、加速度和轨道方程。

解：运动方程是标量形式，可直接求出速度和加速度。

$$\dot{x} = \alpha k e^{kt}, \quad \dot{y} = \beta k e^{kt}$$

$$\ddot{x} = \alpha k^2 e^{kt}, \quad \ddot{y} = \beta k^2 e^{kt}$$

$$\therefore \quad \vec{v} = k e^{kt}(\alpha \vec{i} + \beta \vec{j}),$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\, k e^{kt}.$$

$$\cos(\vec{v}, x) = \frac{\dot{x}}{|\vec{v}|} = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}},$$

$$\cos(\vec{v}, y) = \frac{\dot{y}}{|\vec{v}|} = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}.$$

$$\vec{w} = k^2 e^{kt}(\alpha \vec{i} + \beta \vec{j})$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\, k^2 e^{kt}$$

$$\cos(\vec{w}, x) = \frac{\ddot{x}}{|\vec{w}|} = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}},$$

$$\cos(\vec{w}, y) = \frac{\ddot{y}}{|\vec{w}|} = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}.$$

由此可知质点运动的速度加速度方向相同. 质点一定作直线运动. 运动轨道可由运动方程消去时间 t 而得到

$$\beta x - \alpha y = 0.$$

当然运动方程也可作为直线的参数方程,运动的起始位置在点(α, β)处.

三、在极坐标系中质点运动的速度和加速度表达式

平面极坐标系属于曲线坐标系. 对于某些曲线运动, 以极坐标表示运动方程较为方便. 如机械上常用的阿基米德螺旋线, 渐开线,研究星体运动时用到的圆锥截线等用极坐标表示其方程,对于分析其运动规律比较方便.

在极坐标系中,质点运动规律写成标量形式为

$$r = r(t), \theta = \theta(t) \tag{1.14}$$

其中(r,θ) 为点的极坐标, r 为极径, θ 为极角, t 为时间. 当

$r(t)$，$\theta(t)$ 已知时，质点运动将完全确定．我们仍用矢量法来讨论质点运动的速度和加速度．为此将矢径 $\vec{r}$ 写成

$$\vec{r}=r\cdot\vec{r}^{\circ} \tag{1.15}$$

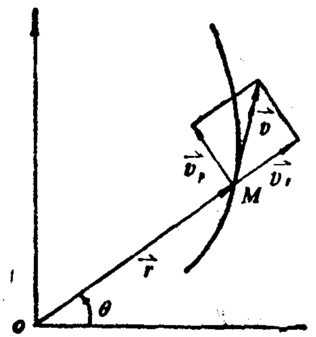

图 1.3

其中 r 为 $\vec{r}$ 的模，$\vec{r}^{\circ}$ 为 $\vec{r}$ 方向上的单位矢量．因此

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dr}{dt}\vec{r}^{\circ}+r\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}.$$

根据(1.14)上式右端第一项是完全确定的，第二项中 $\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}$ 需要分析它的大小和方向：

由矢量导数定义

$$\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}^{\circ}}{\Delta t}.$$

由图 1.4，可知

$$\left|\frac{\Delta\vec{r}^{\circ}}{\Delta t}\right|=\left|\frac{2\sin\frac{\Delta\theta}{2}}{\Delta t}\right|=\left|\frac{\sin\frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right|,$$

这里 $\Delta\theta$ 为 t 改变 Δt 后 $\vec{r}^{\circ}$ 和 $\vec{r}'^{\circ}=\vec{r}^{\circ}(t+\Delta t)-\vec{r}^{\circ}(t)$ 之间的夹角．当 $\Delta t\to 0$ 时，

$$\frac{\sin\frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}}\to 1,$$

于是

$$\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta\vec{r}^{\circ}}{\Delta t}\right|=\left|\frac{d\theta}{dt}\right|.$$

至于 $\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}$ 的方向，当 $\Delta\theta>0$ 时，它与 $\vec{r}^{\circ}$ 方向垂直，且指向 θ 增加

的方向；当 $\Delta\theta < 0$ 时，它与 $\vec{r}^{\circ}$ 方向垂直，指向 θ 减小的方向. 若以 $\vec{p}^{\circ}$ 表示与 $\vec{r}^{\circ}$ 垂直且指向 θ 增加方向的单位矢量，则 $\dfrac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}$ 可以表示成

$$\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{p}^{\circ}$$

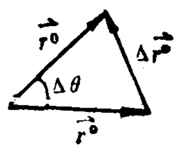

图 1.4

这样我们得到

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{r}^{\circ} + r\frac{d\theta}{dt}\vec{p}^{\circ} \tag{1.16}$$

第一项 $\dfrac{dr}{dt}\vec{r}^{\circ} = \vec{v}_r$ 称为径向速度分量，第二项 $r\dfrac{d\theta}{dt}\vec{p}^{\circ} = \vec{v}_p$ 称为横向速度分量. 由(1.16)显然有

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\theta}{dt}\right)^2}.$$

按照我们的习惯，也可写成

$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2} \tag{1.17}$$

速度和向径之间的夹角 φ 为

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{|\vec{v}_p|}{|\vec{v}_r|} = \left|\frac{r\dfrac{d\theta}{dt}}{\dfrac{dr}{dt}}\right| = \left|r\Big/\frac{dr}{d\theta}\right| \tag{1.18}$$

因此，当(1.14)给定以后，速度的大小和方向是完全确定的.

将 $\vec{v}$ 对时间求导数，即可得到加速度矢量

$$\vec{w}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\vec{r}^{\circ}\right)+\frac{d}{dt}\left(r\frac{d\theta}{dt}\vec{p}^{\circ}\right)$$
$$=\frac{d^2r}{dt^2}\vec{r}^{\circ}+\frac{dr}{dt}\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}+\left(\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)\vec{p}^{\circ}$$
$$+r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\vec{p}^{\circ}}{dt}.$$

已知 $\frac{d\vec{r}^{\circ}}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\vec{p}^{\circ}$ 和 $\vec{r}^{\circ}$. 同样的考虑知 $\frac{d\vec{p}^{\circ}}{dt}=-\frac{d\theta}{dt}\vec{r}^{\circ}$,这样我们得到加速度的表达式为

$$\vec{w}=\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\vec{r}^{\circ}+\left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\vec{p}^{\circ}.$$

或写成

$$\vec{w}=(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)\vec{r}^{\circ}+(2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta})\vec{p}^{\circ} \tag{1.19}$$

(1.19)式说明在极坐标系中，质点运动的加速度的径向和横向分量各有两项. 在这四项中，$\ddot{r}\vec{r}^{\circ}$一项称为径向加速度,$-r\dot{\theta}^2\vec{r}^{\circ}$一项称为向心加速度，$2\dot{r}\dot{\theta}\vec{p}^{\circ}$一项称为科氏加速度(此项的具体意义将在第四章中讲述)，$r\ddot{\theta}\vec{p}^{\circ}$一项称为切向加速度.

例 1.2 一质点沿水平面上一直杆作匀速运动,同时此杆又绕一固定点在水平面内匀速旋转,试分析质点的运动.

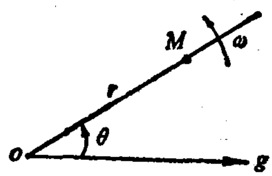

图 1.5

解: 我们用极坐标法讨论质点的运动. 取杆的旋转中心为极点 o,质点至固定中心的距离为极径 r，杆与开始位置的夹角为极角(见图 1.5). 由题意可知质点的运动方程为

$$r=a+vt,\ \theta=\omega t.$$

这里 a 为开始时质点至固定中心的距离，v 为质点沿直杆的运动速度，ω 为杆的旋转角速度，t 为时间参数.

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v,$$

$$v_p = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega.$$

$$\therefore \quad \vec{v} = v\vec{r}^{\circ} + r\omega\vec{p}^{\circ}.$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v^2 + r^2\omega^2}$$

$$\because \quad \ddot{r} = 0, \ddot{\theta} = 0, \dot{r} = v, \dot{\theta} = \omega$$

$$\therefore \quad \vec{w} = -r\dot{\theta}^2\vec{r}^{\circ} + 2\dot{r}\dot{\theta}\vec{p}^{\circ}$$

$$= -r\omega^2\vec{r}^{\circ} + 2v\omega\vec{p}^{\circ}.$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{r^2\omega^4 + 4v^2\omega^2}$$

$$= \sqrt{r^2\omega^2 + 4v^2}\cdot\omega$$

质点运动的轨迹就是阿基米德螺旋线，它的方程为

$$r = a + \frac{v}{\omega}\theta.$$

由于径向速度为常数 v，所以也叫等速螺线.

四、描述质点运动的自然法

自然法是研究质点运动的一种重要方法，这种方法是假定质点的运动轨道已知，并给出质点沿轨道的运动规律. 我们取定一个空间直角坐标系 $o-xyz$，设质点运动轨道为空间曲线 C. 为了确切地描述质点的运动，在 C 上选取一点 M_0 为起始点，并规定曲线的正负向(见图 1.6). 在质点运动的任意位置 M，我们用 $\overset{\frown}{M_0M} = S$ 作为确定质点沿曲线 C 运动的坐标，因此质点沿轨道 C 的运动规律可以写成如下的形式:

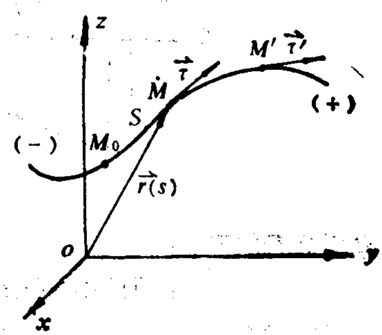

图 1.6