



# 压缩机 测试技术

屈宗长 邢子文 崔天生 编著

兵器工业出版社

# 压缩机测试技术

屈宗长 邢子文 崔天生 编著

兵器工业出版社

---

## 内 容 简 介

本书主要介绍了压缩机性能测试的基础理论、误差理论及实验数据处理的有关知识,详细讨论了压力、温度、流量、转速、轴功率、振动、噪声、应力、指示图、气阀运动规律等测试方法;深入研究了各种测量仪表的构造、工作原理及使用方法,对计算机在压缩机性能测试中的运用也作了系统的介绍。同时引用了一些先进的技术标准与规范。

本书在编写过程中,考虑了不同层次读者的需要。既侧重于实用,又有一定的理论深度,供从事压缩机设计、制造、研究及运行方面的工程技术人员学习。也可作为大专院校压缩机、制冷设备与低温技术、流体机械、化工机械及相近专业的参考教材。

## 压缩机测试技术

屈宗长 邢子文 崔天生 编著

责任编辑:宁培毅

机械工业出版社出版发行

(北京市海淀区车道沟10号)

各地新华书店经销

新源印刷厂印装

开本: 787×1092 1/16 印张: 14.75 字数: 368千字

1990年11月第1版 1990年11月北京第1次印刷

印数: 1—1550 定价: 14.50元

ISBN 7-80038-248-6/TH·13

## 前 言

随着科学技术的迅速发展以及学科之间的互相渗透,掌握测试技术日益显得重要。本书根据压缩机及其它通用机械专业测试人员所需掌握的测试内容及方法,总结编者多年来从事科研、设计与教学的实践经验,搜集了国内、外有关资料,编写了这本较全面、系统地介绍压缩机性能测试的参考书。本书侧重于压缩机各参数的测量原理、方法;试验数据处理的有关理论;常用仪表的构造和使用方法。同时介绍了近年来许多新的测试仪表及使用要求,增加了本书的实用性。对计算机在压缩机性能测试中的应用,也进行了系统的阐述,引用了一些先进的技术标准与规范,注意了普及与提高相结合。

本书由屈宗长同志主编。邢子文、崔天生同志参加了编写工作,其中第一、二、三、四、五章由屈宗长同志编写,第六、七、八章由崔天生同志编写,第九、十、十一、十二章由邢子文同志编写。

本书由西安交通大学束鹏程教授审稿,审稿中提出了很多宝贵意见,编者对此表示感谢。

本书在编写过程中也得到了压缩机行业及研究所有关同志的支持与帮助,还有众多关心与支持本书出版的同志们,编者谨向他们表示深切的谢意。

由于时间有限,书中不当或错误之处恳请各位读者批评指教。

编 者

# 目 录

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 第一章 测量概论 .....              | 1   |
| 第一节 绪论 .....                | 1   |
| 第二节 测量方法及测量意义 .....         | 2   |
| 第三节 测量误差及其分类 .....          | 3   |
| 第四节 随机误差的分析与计算 .....        | 7   |
| 第五节 粗差及可疑观测值的舍弃 .....       | 11  |
| 第六节 间接测量中误差传递 .....         | 14  |
| 第七节 测量结果的精度表示法 .....        | 17  |
| 第八节 测量仪表的主要性能 .....         | 18  |
| 第二章 压力的测量 .....             | 23  |
| 第一节 概述 .....                | 23  |
| 第二节 液柱式压力计 .....            | 24  |
| 第三节 弹性式压力计 .....            | 28  |
| 第四节 活塞式压力计 .....            | 32  |
| 第五节 电气式压力计 .....            | 33  |
| 第三章 温度的测量 .....             | 38  |
| 第一节 概述 .....                | 38  |
| 第二节 玻璃管液体温度计 .....          | 40  |
| 第三节 电阻式温度计 .....            | 41  |
| 第四节 热电偶温度计 .....            | 45  |
| 第五节 接触式温度计测量误差 .....        | 54  |
| 第四章 流量的测量 .....             | 58  |
| 第一节 标准节流装置的流量公式 .....       | 58  |
| 第二节 标准的节流装置 .....           | 65  |
| 第三节 标准节流装置的设计计算 .....       | 71  |
| 第四节 容积式空气压缩机排气量测量方法 .....   | 82  |
| 第五节 转子流量计 .....             | 89  |
| 第五章 转速的测量 .....             | 94  |
| 第一节 接触式转速测量仪表 .....         | 94  |
| 第二节 非接触式转速测量仪表 .....        | 97  |
| 第六章 轴功率的测量 .....            | 104 |
| 第一节 扭力测功器测量轴功率 .....        | 104 |
| 第二节 电动机输入功率的测量 (功率表法) ..... | 110 |
| 第三节 电动机效率的测量 .....          | 118 |
| 第七章 振动的测量 .....             | 125 |
| 第一节 测振传感器及测振仪 .....         | 125 |
| 第二节 振动传感器和测振仪的标定 .....      | 132 |

|      |                    |     |
|------|--------------------|-----|
| 第三节  | 压缩机装置振动的测量         | 134 |
| 第四节  | 测振结果分析             | 137 |
| 第八章  | 噪声的测量              | 141 |
| 第一节  | 基本概念               | 141 |
| 第二节  | 噪声测量仪器             | 147 |
| 第三节  | 压缩机噪声的测量方法         | 149 |
| 第四节  | 声功率级和声功率的测量        | 151 |
| 第五节  | 噪声允许标准             | 153 |
| 第九章  | 应力的测量              | 155 |
| 第一节  | 电阻应变片              | 155 |
| 第二节  | 动态电阻应变仪            | 161 |
| 第三节  | 记录仪器               | 165 |
| 第四节  | 舌簧阀片的动态应力测量        | 176 |
| 第十章  | 指示图的录取             | 178 |
| 第一节  | 用机械式指示器录取指示图       | 178 |
| 第二节  | 用电子式指示器录取指示图       | 179 |
| 第三节  | 指示图的计算             | 190 |
| 第十一章 | 气阀阀片运动规律的测录        | 192 |
| 第一节  | 阀片运动规律的光电测录法       | 192 |
| 第二节  | 阀片运动规律的电感测录法       | 196 |
| 第三节  | 阀片运动规律的电容测录法       | 200 |
| 第十二章 | 微型计算机在压缩机测试中的应用    | 206 |
| 第一节  | 微型计算机概述            | 209 |
| 第二节  | 微型计算机测试系统的组成       | 210 |
| 第三节  | 微型计算机在测试中的应用       | 218 |
| 第四节  | 微型计算机在压缩机指示图录取中的应用 | 222 |
| 参考文献 |                    | 230 |

# 第一章 测量概论

## 第一节 绪 论

测量是一门综合性的基础技术，是科学技术与生产过程发展到自动检测、自动控制阶段的产物。现代科学实验中，人们为了掌握事物发展的规律性，必须要测试许多有关的参数，用以检验它们是否符合与达到预期的要求。对于一个从事压缩机、制冷机械的科学工作者，经常要碰到大量的测试工作，用以监视和控制生产的正常进行，使机械设备能在最佳状态下工作。

在压缩机性能测试工作中，许多量都是非电量。基于电测技术具有一系列优点，所以，许多非电量都应用了电测技术来完成。

非电量电测技术的任务，就是把待测的物理量，通过一种器件和装置，首先变成与它有关的电信号，然后利用电测的方法，对该信号进行测量，以确定待测物理量的大小及特性。

非电量电测系统中，由于测量原理及对测量精度的要求不同，即使对同一参数的测量，其测量设备无论在外形、结构、价格及自动化程度上都会有很悬殊的差别，但无论何种设备，就其在测量中所起的作用来看，无非是由三大部分组成：感受件（传感器）、测量电路（中间件）及指示件。通常可由图1-1的方框图来表示。

传感器的作用是进行信号变换，把一个待测的量变换为电的信号，再送到测量电路中去。这种变换往往包括能量形态的变换，所以也称换能器或变换器。

测量电路的作用，是把传感器输出的电信号进行调整、

处理和变换，使之能适应于指示和记录。测量电路的选用，完全根据传感器的种类而定，如对于输出量为电参数（ $R, L, C$ ）的传感器，一般较多采用电桥电路；输出量为电压时（如热电势），则较多可采用电位差计等。在最简单的情况下，测量电路就是连接传感器与显示仪表的导线。

指示器的作用就是把测量电路送出来的信号显示出来。在测量过程中，有时需要了解被测参数的变化过程，这就要借助于记录仪来实现。在自动控制系统中，不但要测量待测量，更重要的是要控制待测量，这就需要把测量电路输出的信号送至调节器，以保证待测量在严密的监控下变化。

测量电路与某些传感器还需要有一定的电源供电才能进行工作，所以整个测量系统中还包括电源。

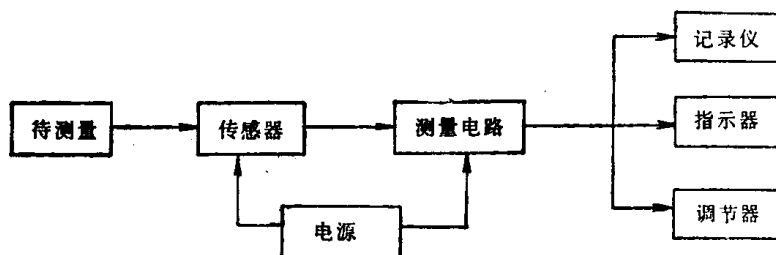


图 1-1 非电量电测系统示意图

当然，在压缩机性能测试中，并非所有的量都是由非电量电测系统来进行的，有些量还常常借助于气动的方法、机械的方法或力学的方法来实现。如用机械式指示器来测量，见图1-2所示的测量系统。

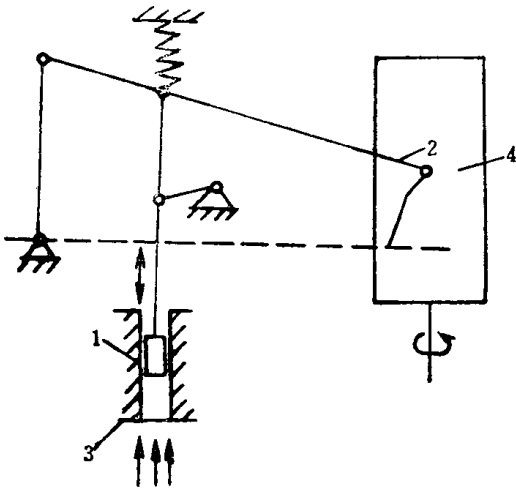


图 1-2 指示图的机械式测量系统  
1—小活塞 2—指针 3—气缸 4—转筒

小活塞受到气缸中气体力的作用，产生一个位移，通过杠杆机构传送与放大，然后通过指针的移动，直接把压力记录在转筒上。

近年来，非电量电测技术的发展趋势主要反映在下列三方面：

1) 研究传感器与测量电路一体化的仪表。由于半导体材料工艺的发展，出现了许多体积小的半导体传感器，加上采用集成电路技术，组合元件的出现，使检测仪表向小型轻量化、检测放大一体化、固体化及数字化方向发展。

2) 研究和发展与被测量不接触的传感器。有些被测量本身不能接触，或者接触后会影响到它的测量精度，因此要求进行无接触测量。

3) 应用微型计算机或微处理器。由于带微型计算机和微处理机的仪表具有自动调节、自动校准、自动补偿、自动进行指标判断和分析、自动寻找故障及信息处理等，使测量能够具有很高的精度，因此发展这类测量仪表是一种必然的趋势。

## 第二节 测量方法及测量意义

### 一、测量的意义

测量就是用专门的仪器或设备，靠实验和计算求得被测量的值（大小和正负）。测量的目的就是为了在限定的时间内，尽可能正确地收集被测对象的未知信息，以便掌握被测对象的参数及控制生产过程。

在自然科学和工程技术领域中所进行的一切研究活动，其目的无非是探求客观事物与量的变化关系，而在研究质和量的关系过程中都离不开测量。科学技术的发展与测量技术的不断完善是紧密相关的：一方面，测量技术推动了科学的新发现，并使之应用于技术实践中；另一方面，科学技术的新发现又为高精度的测量提供了可能。

### 二、测量方法

测量方法的正确与否是十分重要的，它关系到测量工作能否正常进行，能否符合规定的要求。为此，必须根据不同的测量任务要求，找出切实可行的测量方法，然后根据测量方法选择合适的测量工具，组成测量装置，进行实际测量。如果测量方法不合理，即使有高精度的仪器或设备，也不能得到理想的测量结果。

测量方法的分类形式有多种多样，如根据被测量的性质，可分为静态测量和动态测量；按测量结果产生的方式，可分为直接测量、间接测量与组合测量，以便能考虑测量过程中所产生的误差；除此之外，近年来还出现了根据测量的敏感元件是否与被测物体接触，分为接触式测量与非接触式测量。



本章主要考察测量过程中所产生的误差，所以重点讨论第二种分类方法，即直接测量、间接测量和组合测量。

### 1. 直接测量

用预先标定好的测量仪表，对某一未知量直接进行测量，从而求出未知量的数值，这类测量方法称为直接测量。

直接测量的例子很多，如用水银温度计测量介质的温度，用压力表测量介质的压力等。直接测量的优点是：测量过程简单而迅速，是工程技术上广泛使用的一种测量方法。

### 2. 间接测量

对几个与被测量有确切函数关系的物理量进行直接测量，然后把所测数据代入关系式中进行计算，从而求得被测量的数值，这类测量称之为间接测量。

间接测量方法手续较复杂，一般在直接测量很不方便或测量较复杂，或用直接测量方法无法进行时，或用间接测量比用直接测量能获得更准确的结果时，才采用间接测量。

### 3. 组合测量

在测量中，使各个未知量以不同的组合形式出现（或改变测量条件来获得这种不同的组合）。根据直接测量和间接测量所得到的数据，通过解联立方程组求出未知量的数值，这类测量称之为组合测量。

例如用铂热电阻温度计测量介质温度时，其电阻值与温度的关系为（0~630℃时）：

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2) \quad (1-1)$$

式中  $R_t$ ——在 $t$ ℃时铂电阻值（Ω）；

$R_0$ ——在0℃时铂电阻值（Ω）；

$A$ 、 $B$ ——铂电阻的温度系数。

为了确定铂电阻的温度系数，首先需要测知三种不同温度下的铂电阻值 $R_{t_1}$ 、 $R_{t_2}$ 及 $R_{t_3}$ ，然后再解联立方程组，求知 $A$ 、 $B$ 及 $R_0$ 的数值。

组合测量的测量过程比较复杂，但却易达到较高的精确度，一般适用于科学实验和特殊的场合。

## 第三节 测量误差及其分类

### 一、误差的定义

#### 1. 绝对误差

由测量仪器读数装置所指示出来的数值与真值之差称之为绝对误差。绝对误差用符号 $\Delta x$ 表示：

$$\Delta x = x - A_0 \quad (1-2)$$

式中  $x$ ——测定值（或示值）；

$A_0$ ——真值。

由于被测量的真值一般来说是未知的，所以在实际运用时，常用高一级标准仪器的示值来近似代表真值。

实际测量中，还经常用到修正值这个概念。所谓修正值，是指大小与绝对误差相等而符号则相反的那个物理量。

$$C = -\Delta x = A_0 - x \quad (1-3)$$

值得注意的是,修正值给出的方式并不一定是具体的数值,也可以是一条曲线、公式或图表,在有些自动测试仪器中,修正值预先被编制成有关的程序贮于仪器中,所得测量结果已自动对误差进行了修正。

## 2. 相对误差

在测量中,如果用不同的仪器对不同的测量对象进行多次测量,即使能获得各个测量的误差值,但却很难判断哪个测量的准确度高一些。

例如用两只不同的电阻温度计分别测量压缩机的进气和排气温度的,其值为:进气温度 $t_1=10^\circ\text{C}$ ,误差为 $\Delta t_1=\pm 0.1^\circ\text{C}$ ,而排气温度 $t_2=200^\circ\text{C}$ ,误差 $\Delta t_2=\pm 1^\circ\text{C}$ ,尽管 $\Delta t_2>\Delta t_1$ ,但却不能由此得出测量 $t_2$ 比测量 $t_1$ 准确度高的结论。从常识上就可作出相反的结论,因为 $\Delta t_1$ 相对于 $t_1$ ,可能出现的偏差为 $0.1/10=\pm 1\%$ ,而 $\Delta t_2$ 相对于 $t_2$ ,可能出现的最大偏差为 $\pm 1/200=\pm 0.5\%$ ,显然,测量排气温度的准确度更高一些。由此,需引出相对误差的概念。

相对误差为绝对误差与真值比值的百分数:

$$r = (\Delta x / A_0) \times 100\% \quad (1-4)$$

在绝对误差较小时,可用下式近似地表示:

$$r \approx (\Delta x / x) \times 100\% \quad (1-5)$$

式中  $x$ ——测定值(或示值);

$r$ ——相对误差。

例如,用一只0~10MPa的压力表测量某容器中介质的压力,其表示的数值在8MPa的刻度,而该容器中的实际压力为8.01MPa,则该刻度下的相对误差为:

$$r = \frac{8 - 8.01}{8.01} \times 100\% = -0.12\%$$

$$\text{或} \quad r \approx \frac{8 - 8.01}{8} \times 100\% = -0.13\%$$

用相对误差衡量测量的准确度意义比较确切,相对误差越小,则准确度越高。

## 3. 引用误差

引用误差是一种简化和实用方便的相对误差,常在多档和连续刻度的仪表中使用。这类仪表的可测量范围不是一个点,而是一个量程。这时若按式(1-4)计算,由于分母的改变,给计算和划分准确度都带来了困难,所以通常取该仪表的满刻度值为分母,因此引入引用误差 $r_m$ 概念:

$$r_m = \frac{\Delta x}{x_{\max}} \times 100\% \quad (1-6)$$

引用误差的分母 $x_{\max}$ 是固定的数值,故用它表征指示仪表的准确度等级就比较简单与方便了。

例:某水银温度计的标尺为 $-50\sim 150^\circ\text{C}$ ,示值在 $100^\circ\text{C}$ 时的实际温度为 $101^\circ\text{C}$ ,试求该温度计的引用误差。

解:由公式(1-6),该仪表的引用误差为:

$$r_m = \frac{100 - 101}{150 - (-50)} \times 100\% = -0.5\%$$

我国常用的电工、热工仪表就是按引用误差之值进行分级的,例如热工仪表精度等级

为:

I 级标准仪表: 0.005; 0.02; 0.05

II 级标准仪表: 0.1; 0.2; 0.3; 0.5

一般工业用仪表: 1.0; 1.5; 2.5; 4.0

仪表的精度等级为S级, 则说明该仪表的最大引用误差不超过S%, 但是不能认为它在各刻度上的示值误差都具有S%的准确度。结合式(1-5)与式(1-6)可知, 如果某压力表为S级, 满刻度值时为 $p_m$ , 测量点为 $p$ , 则压力表在该测量点上的相对误差 $r$ 可表示为:

$$r = \frac{p_m}{p} S\% \quad (1-7)$$

因 $p \leq p_m$ , 则当 $p$ 越接近于 $p_m$ 时, 其测量准确度越高。在使用这类仪表测量时, 应选择使指针尽可能接近于满刻度值的量程, 一般最好能工作在不小于满刻度值的2/3以上的区域。

例: 某待测的温度为50℃, 现有0.5级量程为0~200℃和1.0级量程为0~50℃的两只水银温度计, 问选择哪一只温度计测量较好。

解: 用0.5级量程为0~200℃的温度计测量50℃时的最大相对误差为:

$$r_1 = \frac{t_m}{t} S\% = \frac{200}{50} \times 0.5\% = 2.0\%$$

而用1.0级量程为0~50℃的温度计测量50℃时的最大相对误差为:

$$r_2 = \frac{t_m}{t} S\% = \frac{50}{50} \times 1.0\% = 1.0\%$$

此例说明了, 如果量程选择恰当, 用1.0级的仪表进行测量, 也会比用0.5级仪表准确。因此, 在选择仪表时, 要纠正单纯追求准确度等级越高越好的倾向, 而应根据被测量的大小, 兼顾仪表的精度等级和测量上限合理地选择仪表。

## 二、误差的分类与来源

根据误差产生的原因, 可将误差分为三类: 系统误差、粗差和随机误差。

### 1. 系统误差

在同一条件下多次测量同一值时, 误差的绝对值和符号保持恒定, 或在条件改变时, 按某一确定的规律变化的误差称为系统误差(简称系差)。

所谓确定的规律, 意思是指这种误差可以归结为某一个因素或某几个因素的函数, 这种函数一般可用解析公式、曲线或函数表来表达。例如尺子长度是温度的函数。

系统误差产生的基本原因, 可能是仪表制造、安装或使用方法不正确, 也可能是测量人员的一些不良习惯所引起的。

系统误差表明了一个测量结果偏离真值或实际值的程度, 系统误差越小, 测量结果就越准确。

测量中, 因为系统误差具有规律性, 因此, 可以通过试验的方法加以消除, 也可通过引入修正值的方法加以修正。

### 2. 随机误差

在相同条件下, 多次重复测量同一值时, 误差的大小和符号均发生变化, 其值时大时小, 符号时正时负, 没有确定的变化规律, 无法控制, 也不能事前预知其大小和符号的误差称为随机误差。

引起随机误差的因素很多。与系统误差的来源不同，它的产生是由于各种互不相关的独立因素，围绕其平均值产生随机起伏。例如，电磁场微变、热起伏、空气扰动、测试人员感觉器官的生理变化等对测量结果的综合影响造成的。正由于上述原因，尽管在测量过程中实验条件没变，并以同样的细心对被测量进行了多次重复观测，只要仪器的灵敏度足够高，就会发现每次所测得的数据，其最后一位或几位的数值不会完全一样，这就是由随机误差造成的。

一次测量的单个随机误差的产生，没有任何预知的确定规律，但是通过大量的测量发现，在多次重复测量的总体上，随机误差却服从统计规律。这种规律之一表现在：随着测量次数 $n$ 的增多，绝对值相等、符号相反的随机误差出现的次数趋于相等，这样就导致了各次测量的随机误差的总和具有正、负抵偿的性能，特别是当测量次数趋于无穷时，其总体平均误差值趋于零，即

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0 \quad (1-8)$$

这一性质称为随机误差的抵偿性，它是随机误差最重要的统计特性。

应当指出，在任何一次测量中，系统误差与随机误差一般都是同时存在的，而且它们之间并不存在严格的界限，在一定的条件下，系统误差和随机误差还可以相互转化。在某种条件下是系统误差，而在另一个条件下可能是随机误差。例如，指示仪表标尺的分度误差，对制造厂来说，在进行点盘时可能画得偏大或偏小，具有随机的性质，故为随机误差；而对检定部门来说，如用该仪表作为标准表来检定其它仪表时，该表的刻度误差，使得传递给被检表的数值始终大些或小些，这就转化为系统误差了。

总之，随着人们对误差来源及其变化规律认识的加深和测量技术的发展，对随机误差与系统误差就能加以正确的区分，往往有可能把以往认识不到而归结为随机误差的某项误差明确为系统误差；反之，当认识不足或测量条件有限时，也常把系统误差当作随机误差，并在数据上进行统计分析处理。

### 3. 粗大误差

粗大误差是一种显然与事实不符的误差。粗大误差主要是由于测量人员的粗心大意，读数错误、记录或运算错误、操作错误等原因造成的。由于上述原因，而使测量结果有明显的歪曲，就其数值而言，粗大误差往往都远远地超过同一条件下的系统误差和随机误差。

判断测量中是否含有粗大误差，要遵守一定的准则，凡经证实的粗大误差应从试验数据中剔除不用，因为它是不可信赖的。

### 三、系统误差与随机误差的数学定义

设对某被测量进行了等精度、独立 $n$ 次测量，得值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则被测量值的算术平均值 $\bar{x}$ 定义为：

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-9)$$

式中  $\bar{x}$ ——子样平均值。

当测量次数 $n$ 趋于无穷大（ $n \rightarrow \infty$ ）时，子样平均值的极限称为测定值的总体平均值，用符号 $a_x$ 表示。

$$a_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-10)$$

测定值的总体平均值 $a_x$ 与测定值真值 $A_0$ 之差,被定义为系统误差,用符号 $\varepsilon$ 表示:

$$\varepsilon = a_x - A_0 \quad (1-11)$$

$n$ 次测量中各次测定值 $x_i (i=1 \sim n)$ 与其总体平均值 $a_x$ 之差,被定义为随机误差,用符号 $\delta_i$ 表示:

$$\delta_i = x_i - a_x \quad (i=1 \sim n) \quad (1-12)$$

将式(1-11)与式(1-12)两边分别相加,得

$$\varepsilon + \delta_i = (a_x - A_0) + (x_i - a_x) = x_i - A_0 = \Delta x_i \quad (i=1 \sim n) \quad (1-13)$$

式中  $\Delta x_i$ ——各次测定值的绝对误差。

式(1-13)表明,各次测量值的绝对误差,等于系统误差 $\varepsilon$ 和随机误差 $\delta_i$ 的代数和。

## 第四节 随机误差的分析与计算

正如前面所述,随机误差与系统误差往往会在同一次测量当中,这就为讨论随机误差的计算增加了复杂性,而系统误差是具有规律性的,所以可以通过试验的方法加以消除。本节就着重讨论随机误差,且认为在系统误差已经消除的前提下进行的,即 $\delta_i = \Delta x_i = x_i - A_0$ 。

### 一、正态分布

对某一被测量进行了 $n$ 次测量,由于主观与客观上的因素,即使采用先进的测量工具,应用先进的测量技术,都不可避免地存在着误差。例如某压缩机的进气温度在稳定工况下作了 $N=50$ 次的测量。面对这些测量数据,给测量人员提出三方面的问题:

(1) 在这些测量数据中,究竟哪个数据是最佳值?也就是说被测量的物理量的真值最大可能是什么?

(2) 能否很有把握地判定真值在哪个数据之中?

(3) 能否从这些数据的分布规律中找出随机误差的分布规律。

为此,我们对所测得的数据 $t_i$ 从小到大分成为若干个组,以便找出测量数据的分布概率。取分组的间隔为 $\Delta t = 0.01^\circ\text{C}$ ,并统计每组内测得的数 $t_i$ 出现的次数 $n_i$ ,频率 $f_i (n_i/N)$ ,其统计值列于表1-1。

如果以每组观测值的中心值为横坐标,以频率为纵坐标作图,就可得到图1-3的统计直方图。

表 1-1 频率、频率密度分布表

| 组 次 | 组 区 间<br>( $^\circ\text{C}$ ) | 中 心 值<br>( $^\circ\text{C}$ ) | 出 现 的 次 数<br>$n_i$ | 出 现 频 率<br>$f_i = n_i/N$ |
|-----|-------------------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------------|
| 1   | 14.315~14.325                 | 14.32                         | 1                  | 0.02                     |
| 2   | 14.325~14.335                 | 14.33                         | 3                  | 0.06                     |
| 3   | 14.335~14.345                 | 14.34                         | 6                  | 0.12                     |
| 4   | 14.345~14.355                 | 14.35                         | 9                  | 0.18                     |
| 5   | 14.355~14.365                 | 14.36                         | 11                 | 0.22                     |
| 6   | 14.365~14.375                 | 14.37                         | 10                 | 0.20                     |
| 7   | 14.375~14.385                 | 14.38                         | 6                  | 0.12                     |
| 8   | 14.385~14.395                 | 14.39                         | 2                  | 0.04                     |
| 9   | 14.395~14.405                 | 14.40                         | 1                  | 0.02                     |
| 10  | 14.405~14.415                 | 14.41                         | 1                  | 0.12                     |

对不同的测量对象在等精度测量条件下做了大量的测量试验,通过对各测定值的统计及分析,绘制了大量的频率直方图。尽管各测量数据的误差区域有差异,但是随着误差的区域划分得越来越小,而且大大增加测量次数,即 $n \rightarrow \infty$ ,  $\Delta\delta_i \rightarrow 0$ ,则统计直方图最终就会变成一条光滑的连续曲线,如图1-4所示,该曲线称之为误差正态分布曲线(或称Gauss曲线)。它的数学表达式为:

$$y = f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-14)$$

式中  $\delta$ ——随机误差;  
 $\sigma$ ——均方根误差;  
 $e$ ——自然对数的底。

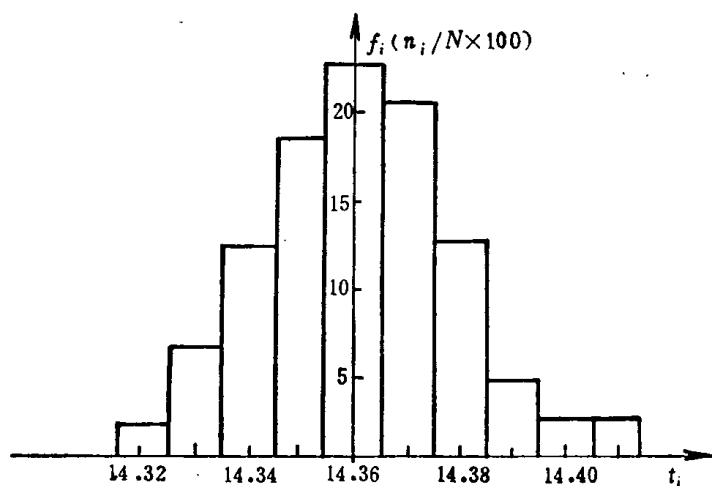


图 1-3 统计直方图

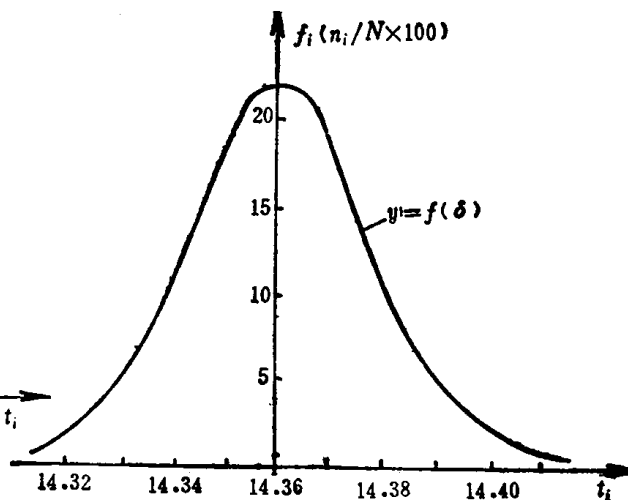


图 1-4 误差分布曲线

## 二、随机误差分布性质

从图1-4的分析发现,随机误差大体上具有如下特点:

1) 随机误差的有界性。从测定值中发现,测定值总是在一定的、相当窄小的范围内变动,即绝对值很大的误差出现的机会极少,如表1-1的最大正负误差超过一定值时就不会出现。因此,在一定的条件下,随机误差的绝对值不会超过一定的界限。这种性质称之为有界性。

2) 误差曲线的对称性。当测量次数取得足够大时,正误差与负误差出现的机会大致相等。或者确切地说,绝对值相等但符号相反的误差以同样的频率出现。这种性质称之为对称性。

3) 误差曲线的单峰性。随机误差不但是有界的,而且具有单峰性。也就是说,绝对值小的误差出现的机会,比绝对值大的误差出现的机会多,表现在曲线上具有“两头小,中间大”的单峰性。

4) 随机误差的抵偿性。从对称性可以推出,当测量次数趋于无穷大时,全部随机误差的算术平均值的极限将趋于零,也即随机误差具有抵偿性。抵偿性是随机误差的一个最重要的特性,凡是具有抵偿性的误差,原则上都可以按随机误差来处理。

### 三、均方根误差的计算

设对被测量 $A_0$ 进行 $n$ 次 ( $n \rightarrow \infty$ ) 无系统误差测量, 得值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 其各次的随机误差为 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ , 如何来评价测量的精密度呢? 现在通常用均方根误差 $\sigma$ 作为评定随机误差的指标。

#### 1. 均方根误差的计算

均方根误差 (也称标准差)  $\sigma$  可用下式表示:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2}{n}} \quad (1-15)$$

一般凡 $\sigma$ 相等的测量也称之为等精度测量。

实际测量中, 由于测量次数总是有限的, 所以 $\sigma$ 不可能得到, 所以真正的随机误差无法求得, 因此用残差 (也称剩余误差) 来近似代替随机误差, 求出均方根误差。

所谓残差, 是指测量值与被测量的某一算术平均值的差, 用 $v_i$ 表示

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (i=1 \sim n) \quad (1-16)$$

此时均方根误差 $\sigma$ 可用 $\hat{\sigma}$ 代替。

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n-1}} \quad (1-17)$$

式 (1-17) 称为贝塞尔 (Bessel) 公式。过去因为计算上的一些困难, 也有一些不用残差平方项来计算均方根误差的计算公式。近年来计算工具的发展, 按式 (1-17) 计算已不存在什么困难, 故其它型式的 $\sigma$ 计算公式已陆续被淘汰。

由式 (1-17) 可见, 当 $n=1$ 时,  $\hat{\sigma}$ 不定, 所以一次测量的数据是不可靠的。

#### 2. 正态分布与均方根误差的关系

由于随机误差的出现是符合正态分布曲线的, 因此它出现的概率就是该曲线下所包围的面积, 因为全部随机误差出现的概率 $P$ 之和为1, 则曲线与横坐标轴间所包围的面积应等于1。

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} y d\delta = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = 1 \quad (1-18)$$

根据该方程所画出的曲线见图1-5。由图可见,  $\sigma$ 越小, 曲线的形状就越陡, 随机误差的分布越集中; 反之,  $\sigma$ 值越大, 曲线形状越平坦, 随机误差分布越分散。这就充分表明,  $\sigma$ 越小, 测量的精度越高; 反之,  $\sigma$ 值越大, 大误差出现的概率相应大些, 因而测量精度也低。可见均方根误差 $\sigma$ 的大小表明了测量的精度。

#### 3. 误差概率的计算

前面已介绍过, 在正态分布曲线下所包含的面积, 等于各随机误差 $\delta_i$ 出现的概率总和, 即

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} y d\delta = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = 1$$

为计算方便, 引入新的变量 $z$ , 设

$$z = \delta/\sigma \quad dz = d\delta/\sigma$$

则

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 1$$

如果要确定随机误差在所给定的  $(-\delta, \delta)$  范围内的概率, 只要对图1-6 中阴影部分的面积积分即可, 即误差在  $(-\delta, \delta)$  区间的概率为:

$$P = 2\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\delta}^{\delta} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (1-19)$$

式中  $\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$  称为拉普拉斯 (Laplace) 函数。对于任何的  $z$  值的积分值  $\phi(z)$ , 均由概率函数积分表 (Laplace函数数值表) 查出。

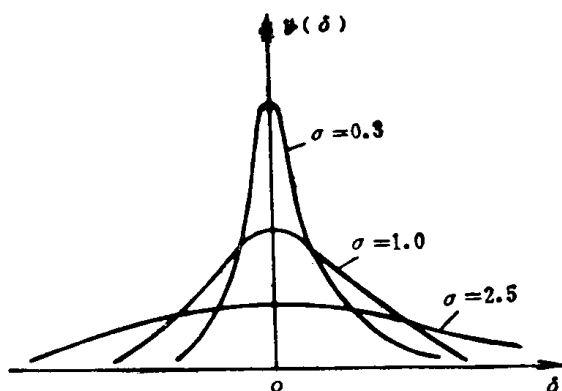


图 1-5 不同  $\sigma$  的正态分布曲线

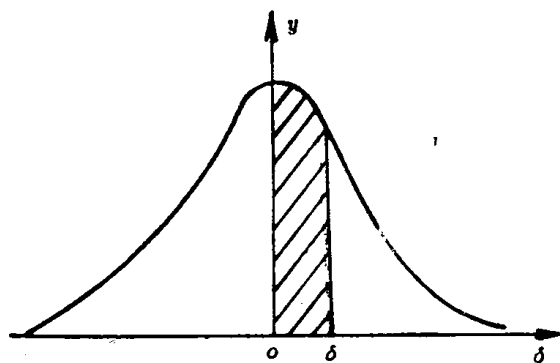


图 1-6  $0 \sim \delta$  范围内的概率

表1-2列出了积分表中几个具有特征的数值及对应的概率  $P$  值。由表可以看出, 随着  $z$  值的增大, 超出  $\delta$  的概率减小得很快。当  $z = \pm 1$  时,  $2\phi(z) = 0.6827$ , 说明在  $\delta = \pm \sigma$  范围内的概率为68.27%, 当  $z = \pm 3$  时,  $2\phi(z) = 0.9973$ , 说明在  $\delta = \pm 3\sigma$  范围内的概率为99.73%, 超出  $\delta = \pm 3\sigma$  范围的概率为0.27%, 即发生的概率很小, 所以通常评定随机误差时, 可以  $\pm 3\sigma$  为极限误差。

表 1-2 拉普拉斯积分表

| $z = \frac{\delta}{\sigma}$        | 0.5    | 0.6745 | 1      | 2      | 3      | 4      |
|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\phi(z)$                          | 0.1915 | 0.25   | 0.3413 | 0.4772 | 0.4986 | 0.4996 |
| 不超出 $\delta$ 的概率<br>$P = 2\phi(z)$ | 0.3829 | 0.50   | 0.6827 | 0.9545 | 0.9973 | 0.9999 |
| 超出 $\delta$ 的概率<br>$1 - 2\phi(z)$  | 0.6171 | 0.50   | 0.3173 | 0.0455 | 0.0027 | 0.0001 |

#### 四、算术平均值 $\bar{x}$ 的均方根误差 $\hat{\sigma}_{\bar{x}}$

假设在相同的条件下, 对某一值分成  $K$  组, 分别作  $n$  次测量, 则每组的  $n$  次测量所得的算术平均值  $\bar{x}$  也不完全相同, 而且都围绕着  $A$  作波动, 但波动的范围比单次测量围绕其平均值波动的范围要小, 即测量精度高, 其精度参数用算术平均值的均方根误差  $\sigma_{\bar{x}}$  来表示。由误差理论可以证明它与均方根误差的关系为:



$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-20)$$

用残差表示时

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n(n-1)}} \quad (1-21)$$

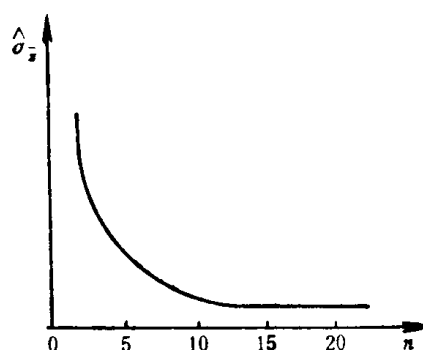


图 1-7  $\hat{\sigma}_{\bar{x}}$  与  $n$  的关系曲线

在  $\hat{\sigma}$  不变的情况下 (如取  $\hat{\sigma}$  等于 1), 可以画出  $\hat{\sigma}_{\bar{x}}$  与  $n$  的关系曲线, 如图 1-7 所示。曲线表明, 当测量次数达到一定数目后 (例如  $n=10$  次), 若再增加测量次数, 则测量精度提高很慢。所以要提高测量结果的精度, 不能单靠无限地增加测量次数, 而须从测量方法的选用、测量仪器的选择及测量次数的确定这几方面考虑。一般情况下, 取测量次数  $n=10$  次以内较合适。

## 第五节 粗差及可疑观测值的舍弃

粗差是粗大误差的简称。粗差是指明显地歪曲了测量结果的误差, 含有粗差的测量值称为坏值。

通常在一组实验中, 很容易发现某一观测值与其余观测值相差很远, 如果保留这一观测值, 则对平均值及随机误差都将引起很大的影响。初学者多倾向于随便舍弃某一个看起来偏差比较大的数据, 这显然是不对的。因为对这样的数据处理不当, 不仅会严重地影响测量结果及其精度, 有时还可能漏掉一些极为重要的信息。

对于实验结果的处理, 只有能充分证明是由于读错、记错、电源和仪器的突然跳动等原因, 才能舍弃这一坏值, 如果没有充分的理由, 则只有根据误差理论决定数值的取舍才是正确的。为此, 下面介绍两种常用的粗差准则。

### 一、拉依达 (Райта) 方法

这是最常用也是最简单的粗差准则。

假设一组等精度测量结果中, 某次测量值  $x_i$  所对应的残差  $v_i$  满足

$$|v_i| = |x_i - \bar{x}| > 3\hat{\sigma} \quad (1-22)$$

式中  $v_i$  —— 残差;

$\bar{x}$  —— 测量值的平均值。

这时,  $x_i$  称为坏值, 应剔除不用, 式中均方根误差  $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}}$ 。

很显然, 拉依达准则是以正态分布和概率  $P=0.9973$  为前提的, 也就是说, 真值落在  $\pm 3\hat{\sigma}$  的范围的概率已接近 100%, 超出这个范围内的可能性, 据表 1-2 已知只有 0.27%, 实际上已经不存在了。所以也把  $3\hat{\sigma}$  误差定义为极限误差。有些测量仪表就用极限误差来标明它的本身精确度。

例: 对某一压缩机的进气温度进行了 15 次等精度的测量, 测量结果列于表 1-3, 假设这些