

小学数学教学法

胡梦玉 主编

北京师范大学出版社



小学数学教学法

胡梦玉 主编

北京师范大学出版社

1981年8月

小学 数学 教学 法

胡梦玉 主编

*

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

西安新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：13 字数：274千

1982年1月第1版 1982年1月第1次印刷

印数：1—136,500

统一书号：7243·11 定价：1.10元

目 录

第一章 小学数学教学的目的任务·····	(1)
第一节 小学数学教学目的制定的依据·····	(2)
第二节 使学生理解和掌握数学最基础的知识 和技能·····	(5)
第三节 使学生具有初步的逻辑思维能力, 解决 实际问题的能力和空间观念·····	(10)
第四节 使学生初步了解现代数学中某些最简单 的思想·····	(18)
第五节 进行思想政治教育, 培养儿童良好的学 习习惯·····	(20)
第六节 我国历年来小学数学教学目的任务的分 析比较·····	(21)
第二章 小学数学教材及其编辑原则·····	(25)
第一节 小学数学教材在完成小学数学教学目的 中的重要意义·····	(25)
第二节 小学数学教材的内容·····	(28)
第三节 小学数学教材的编辑原则·····	(38)
第四节 小学各年级数学教材内容的分配·····	(47)
第五节 我国小学数学教材演变简史·····	(52)

〔附录一〕 外国小学数学教材改革的简况和 趋向·····	(55)
〔附录二〕 小学数学教材编选中几个值得研究的 问题·····	(60)
第三章 小学数学的教学过程 ·····	(63)
(一) 小学数学教学过程的三个方面—— 三对矛盾·····	(64)
第一节 教育者和受教育者之间的矛盾·····	(65)
第二节 人类的认识和现实世界数量关系及空间 形式之间的矛盾·····	(69)
第三节 小学儿童掌握数学知识过程中主观与客 观之间的矛盾·····	(75)
第四节 教学过程的片断——一段启发式谈话， 三对矛盾相互作用之一窥·····	(86)
(二) 小学数学教学过程的三个阶段·····	(89)
第一节 数学概念的形成和掌握·····	(89)
第二节 公式、定律和法则的理解·····	(97)
第三节 巩固和应用·····	(103)
第四章 小学数学的教学方法 ·····	(121)
(一) 启发式教学·····	(121)
第一节 启发式谈话·····	(123)
第二节 发现法·····	(131)
(二) 讲解和练习·····	(140)
第一节 讲解·····	(140)
第二节 有关练习的趋向和指导·····	(143)

第五章 整数和整数四则运算的教学 (149)

- 第一节 整数和整数四则在小学数学教学中的地位及教学目的 (149)
- 第二节 整数和整数四则的编排特点 (152)
- 第三节 整数概念的教学 (160)
- 第四节 整数四则运算的教学 (173)
- 第五节 运算顺序和括号 (200)
- 第六节 整数四则的概括 (201)
- 第七节 数的整除性质 (214)

第六章 小数、分数、百分数的教学 (223)

- 第一节 小数、分数、百分数教学的意义及教材的编排 (223)
- 第二节 小数的教学 (226)
- 第三节 分数的教学 (240)
- 第四节 百分数的教学 (268)

第七章 应用题的教学 (276)

- 第一节 应用题教学的意义 (276)
- 第二节 应用题教学的内容和要求 (278)
- 第三节 简单应用题的教学 (279)
- 第四节 复合应用题的教学 (289)
- 第五节 典型应用题的教学 (298)
- 第六节 列方程解应用题 (302)
- [附录一] 应用题教学中几个值得研究的问题 (312)
- [附录二] 简单应用题的内容例举 (312)

第八章 比和比例的教学	(316)
第一节 比和比例教学的意义和目的	(316)
第二节 比和比例教材内容的改革	(317)
第三节 比的意义和性质的教学	(321)
第四节 比例的意义和性质的教学	(326)
第五节 正比例和反比例的教学	(331)
第六节 比例应用题的教学	(337)
第九章 代数初步知识的教学	(342)
第一节 代数初步知识教学的意义及教材 编排	(342)
第二节 字母表示数的教学	(343)
第三节 简易方程的教学	(348)
第四节 有理数的教学	(350)
[附录] 代数初步知识教学中几个值得研究的 问题	(369)
第十章 几何初步知识的教学	(371)
第一节 几何初步知识教学的意义和任务	(371)
第二节 几何初步知识教学的内容及其编排	(374)
第三节 几何初步知识的教学方法	(378)
[附录] 我国建国以来小学几何知识教材编排的 几种主张	(404)

第一章 小学数学教学的目的任务

数学是研究现实世界中的数量关系和空间形式的科学，它产生于生产实践，与人类文明同时开始，又随着生产实践和科学技术的发展而发展，应用极为广泛，是人们学习现代科学技术的重要基础和必要工具。

小学数学是小学教育中的一门主要课程，也是学生必须掌握的一种最基本的工具。从小学好数学，才能为学生升入中学进一步学习数学、物理、化学等学科打下基础，才能使学生在中学毕业后运用数学工具为“四化”作贡献。

根据小学教育的培养目标、数学学科的特点以及我国生产和科技发展的水平，我国教育部一九七八年制订的全日制十年制小学数学大纲（试行草案）中规定，小学数学教学的目的是，使学生理解和掌握数量关系和空间形式的最基础的知识，能够正确地、迅速地进行整数、小数和分数的四则计算，初步了解现代数学的某些最简单的思想，具有初步的逻辑思维能力和空间观念，并能够运用所学的知识解决日常生活和生产中的简单的实际问题。同时，结合教学内容对学生进行思想政治教育。为了进一步阐明小学数学教学的目的，有必要对制定目的的依据以及各项目的的具体内容进行分析 and 说明。

第一节 小学数学教学目标的制定的依据

一、根据小学教育的培养目标

学校的一切工作都是为培养德、智、体全面发展的社会主义新人。小学教育是基础教育，其根本任务是为中学输送合格的新生，具体的培养目标是：要使学生具有爱祖国、爱人民、爱劳动、爱科学、爱护公共财物等品德，拥护社会主义，拥护共产党，使学生有初步的阅读、写作和计算的能力，具有初步的自然常识和社会常识，培养良好的学习习惯，使学生身心得到正常的发展，具有健康的体质，培养良好的生活习惯和劳动习惯。小学数学教学必须符合小学教育的总目标，在德、智、体几方面都要注意学生的发展。作为为实现四个现代化培养人才的启蒙数学教学，不仅要使学生掌握数学最基础的知识技能，而且要籍助小学生掌握数学知识过程的规律，大力发展儿童的智力，提高他们学习知识和运用知识的能力，培养他们能用数学眼光，联系自然和社会常识以科学的态度观察和处理周围的事物；使儿童视野广阔、思维活跃、善于提问、敢于探索，学习与掌握科学的学习方法；同时，还必须遵循教学规律，提高教学质量，减轻学生负担，促使儿童身心的健康发展。

二、根据数学学科的特点

恩格斯曾指出：“纯数学是以现实世界空间形式和数量关系——这是非常现实的资料——为对象的”（恩格斯：《反杜林论》）。小学数学属于初等数学的范畴，它揭示的是现实世界中最简单的数量关系和几何形体的知识，即使如

此，在一定程度上仍具有数学本身应有的基本特点：抽象性、严格的逻辑性、应用的广泛性。

（一）抽象性

数学一开始就具有“抽象”的特点。任何一个数（如“5”），可以是苹果数、牲口数或其它； $4 \times 4 = 16$ 可以是四年的季度数，也可以是四匹马的腿数，它可以表示天地间万事万物的这种数量关系。这些关系是从长期实践经验中抽取事物数量方面的性质而总结出来的。又如几何中所研究的直线，已不是一根拉紧了绳子，而是完全舍弃其他特征只留下了一定方向的伸长。数学的这种抽象性是这门学科所特有的。

（二）严格的逻辑性

由于数学的高度抽象性，使数学研究的方法不同于其他科学。自然科学家证明自己的论断可以通过实验，而数学家证明定理只能用推理和计算。事实上，每一个数学定理只有通过逻辑上的严格证明了才能获得成立。当然，小学数学教材，由于儿童年龄所限，不可能进行较多的证明和推理，但其内容的安排，仍保留前后连贯、系统严密、逻辑性强的特点。这种严格的逻辑性保证了结论的精确性。如 $2 \times 3 = 6$ 这一简单的算式，就是人所共知的确定无疑的范例。

（三）应用的广泛性

尽管数学十分抽象，但它来自现实世界，正因为它进行了科学的抽象，才更深刻、更正确、更完整地反映现实世界。所以在人类全部生活实践中，特别是在生产劳动和科学技术研究中，凡是涉及到空间形式和数量关系的问题，无不用数学来解决。尤其在现代生活中，人的一切活动，几乎都离不开数。

学。物理、化学、天文、力学等自然科学，工程技术等应用科学都用数学公式表达它们自己的定律，甚至政治经济学也如此。当前，数学应用的范围已扩展到生物、语言、医学、管理等各方面。它是人们认识世界、改造世界必不可少的一种重要工具。

根据数学的三个特点，在小学数学教学中，“应着重培养学生的逻辑思维和运用已学的数学知识解决有关实际问题的能力。

三、根据现代生产和科技发展的水平

二十世纪的生产和科学技术的发展一日千里，最近一、二十年来的发明和发现，比过去两千年的总和还多。在生产科学技术的推动下，尤其是电子计算机的广泛使用，促使数学本身有了急剧的发展，人们称之为数学知识的“大爆炸”。现代数学更日趋抽象化，它要求用一些一般的统一的对整个数学进行表述，如集合、映射、关系等就是现代数学中常用的概念，而且这种数学方法已经广泛应用于自然科学以及人类生活的各个领域。

我国要实现四个现代化的宏伟目标，其关键是科学技术现代化，而数学则又是科学技术的基础。故此，为了有利于学生今后进一步学习数学和科学技术，在小学阶段，教师应使学生在掌握数学基础知识的同时，初步了解现代数学中的某些最简单的思想，逐步掌握数学的思考方法和处理方法。二十多年来，世界各国小学数学教学改革对这一课题均非常重视，我们也不可等闲视之，需要把它作为小学数学教学目的之一明确起来。

第二节 使学生理解和掌握数学 最基础的知识 and 技能

小学数学教学的第一个目的是使学生理解和掌握数量关系和空间形式的最基础的知识，能正确地、迅速地进行整数、小数、分数的四则运算。

一、小学数学基础知识的范围和内容

小学数学基础知识的范围包括：~~算术知识~~（整数、小数、分数、百分数、比和比例）、代数初步知识（有理数、简易方程）、几何初步知识（一些简单的几何形体及其周长、面积、体积、容积的求法）；其中以算术知识为主。小学数学基础知识的内容即是以上这些知识范围内的概念和规律，如定义、法则、定律、性质等。

数学概念是现实世界中数量关系和空间形式的本质属性在人脑中的反映，它是一种思维形式。在数学发展的历史过程中，人们由于实践活动的需要，科学的发展及数学的内在要求，又借助于已有数学概念的思考，产生了新的概念，形成了系统的数学知识。数学概念是数学知识的基石。小学数学概念大致可分下列几类：数的概念（整数、小数、分数、百分数、正数、负数、有理数及有关概念，如奇数、偶数、基数、序数、数序、计数单位、分数单位、数值、绝对值、倒数等）；几何形体的概念（点、直线、线段、射线、垂线、平行线、锐角、直角、钝角、正方形、长方形、平行四边形、梯形、三角形、圆、圆柱、圆锥、正方体、长方体及周长、面积、体积等）；运算方面的概念（加、减、乘、除、加数、被减数、减数、乘数、被乘数等）；数的整除方面的概念（整除、

约数、倍数、公约数、公倍数、最大公倍数、最小公倍数、质数、合数、互质数等)；比和比例的概念(比、比例尺、反比、比例、正反比例等)；量的计量的概念(长度单位、重量单位、时间单位、面积单位、体积单位、地积单位等)；式的有关概念(等式、不等式、方程、方程的解、解方程等)；其他有关术语(增加、减少、扩大、缩小、路程、速度、平均、倍等)。

运算定律即加法的交换律、结合律，乘法的交换律、结合律、分配律，这些运算定律具有普遍性、客观性、必然性，在整个数系中均适用。要求学生在理解基础上充分掌握，并灵活运用。运算性质一般指除了以上五个定律以外的其它性质，如一数加上两数的差，一数减去两数的和，一数减去两数的差，一数乘以两数的商，一数除以两因数的积，一数除以两数的商，这些定律和性质是四则运算的依据，并可用来进行简便运算。

运算法则，有整数四则运算法则，小数四则运算法则，分数四则运算法则，有理数四则运算法则。要求在理解基础上加以掌握，并熟练运用。

公式在小学阶段并不多。为了便于计算和记忆，数学中常把一些定律、法则等公式化，用文字的形式来表示它们对立间的数量关系。如计算面积、体积时：

$$\text{三角形面积 } S = \frac{1}{2}ah$$

$$\text{正方形面积 } S = a^2$$

$$\text{长方形面积 } S = ab$$

$$\text{平行四边形面积 } S = ah$$

$$\text{梯形面积 } S = \frac{1}{2}h(a+b)$$

$$\text{扇形面积 } S = \frac{\pi R^2}{360} \times n$$

$$\text{圆面积 } S = \pi r^2$$

$$\text{长方体体积 } V = abc$$

$$\text{正方体体积 } V = a^3$$

$$\text{圆柱体体积 } V = \pi r^2 h$$

$$\text{圆锥体体积 } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

五个运算定律写成：

$$a+b=b+a$$

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

$$ab=ba$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a+b)c=ac+bc$$

将一些常用数量关系如路程、速度和时间，写成： $S=vt$

二、小学数学基本技能的内容

小学数学基本技能的内容是指与上述基础知识有关的计算、绘图、测量等技能，其中主要是计算能力。培养小学生正确、迅速的计算能力是小学数学教学的一项重要任务。

《大纲》对各部分内容的计算能力提出了明确的要求：“能够正确地、迅速地进行整数、小数、分数四则计算，会进行简易的正负数四则运算，会解简易方程。”“同时还应注意方法的合理灵活。”

正确即准确无误（对），这是首要条件；迅速即熟练（快），这是基本要求；合理灵活即指运算过程简捷，方法合理（巧），这是计算正确和迅速的必要保证。对、快、巧三方面技能的形成，均以彻底理解和掌握基础知识为前提，是对小学生计算技能的统一要求，应注意在教学过程中逐步进行培养。我们反对停留于正确而不要求熟练、不要求合理灵活的作法，也反对只图迅速忽视准确的错误倾向。

计算能力包括口算、笔算和珠算。在四则计算中，笔算是重点，口算是基础，“重点学好笔算的同时，注意提高口算能力，在学生有一定口笔算基础时，再学习珠算；根据珠算的特点，重点要求学好加法，减法和一两位数的乘法。”

此外，还必须培养儿童验算和估计的能力。验算是一种技能，也是一种习惯。孩子平时在进行计算时，很难保证自

己每题都正确。如 $(\quad) \times \frac{5}{6} = 30$ ，不少学生会填上“25”，

只要通过验算，马上就能发现错误，自动纠正。这样便能培养学生具有自我检查的学习习惯和对结果认真负责的态度。估计是当前世界各国十分重视的一种数学能力。据美国一位学者统计，一个人在一天活动中估计和差积商的次数比精确计算结果的次数要多得多。随着科学技术的不断发展，有大量事实是不可能或不需要进行精确计算的。估计可以使学生以更积极的态度来对待数学问题，帮助儿童理解一些重要的概念。例如要去估计一段距离的长度、估计一间房间的面积、一座锅炉的体积等，孩子们首先要从内心考虑其测量的过程，考虑选用哪些合适的测量单位；遇到微粒的东西，则必先取出样本，以样本为测量单位进行估计；有时还可要求估

计一些不在眼前的东西，我们可以向学生提出这样的问题：

“估计一分钟有多长时间。从我说‘开始’起，你闭眼一分钟”，“你能用手伸到两米的高度吗？”这一切，都可以帮助儿童发展有关量的概念。同时估计还可以帮助计算，在系统计算前先进行估算，使学生能自由地用一种非机械的方法去考虑问题，在系统计算后进行估算，使学生能获得一种有价值的方法去检验答案。如有个学生演算了这样一道题：

$4.37 \times 3.8 = 166.06$ 结果是否正确，只须估算一下， 4.37 大约接近 4 ， 3.8 大约接近 4 ，则其乘积应在“ 16 ”左右，所以原题乘积的错误很快地被发现了。估计并没有什么特殊规律可循，我们应设计各种练习，帮助儿童有效地积累他们估计的经验，逐步改进他们估计的准确性。

通过数学课的学习，还应培养学生测量和绘图的技能。使学生会用尺规绘制简单的几何图形，如用直尺、三角板画线段、垂线、平行线，用圆规画定圆，根据要求画出长方形、正方形、三角形等。要求学生进行简易测量，如用直尺测量线段的长度，用量角器测量角的大小，用卷尺、标杆丈量土地、或进行目测、步测，用秤或天平测量物体的重量，用量筒测量液体的容积等。

三、小学数学基础知识与基本技能的关系

小学数学的基础知识和基本技能联系密切，相辅相成。牢固的基础知识是形成基本技能的必要前提，平时学生出现的一些计算错误，追溯其原因大多是由于概念不清，算理不明所致，如： $15.8 + 2 = 16$ $12 - 10 \frac{2}{9} = 2 \frac{2}{9}$ 的错误，就在于对小数、分数的概念没有真正理解；另一方面，在形成技

能的同时，又必然进一步理解和巩固知识，一个学生只有当他学会了异分母分数加减运算后，才能对分数的意义、分数单位、分数的基本性质有较深刻的理解，学习了分数乘除法后，对分数本身就是一个除法才有真正的认识，会用三直板正确地在线上一点（或线外一点）画出垂线，才能对垂线的特征有进一步的体会。因此小学数学必须狠抓“双基”，两者不可偏废。

总之，使学生理解和掌握数量关系和空间形式的最基础的知识，正确、迅速地进行四则运算是小学进行数学的主要目的。

第三节 使学生具有初步的逻辑思维能力，解决实际问题的能力 和空间观念

苏联教育家加里宁曾有句名言：数学是锻炼思维的体操。小学数学教学的另一个重要目的，就是发展儿童的智力，培养学生的能力。

在科学技术迅猛发展的二十世纪八十年代，知识正以几何级数成倍增长，知识老化的速度加快，物化的进程缩短，学制有限，知识无穷，学生在学校所学的知识难免不局限在一个小范围内。因此，必须在使他们掌握知识的同时，发展他们的智力，提高他们的能力，使他们能更迅速更有效地去探求新知识，以解决未来工作中的新问题，适应“四化”建设的要求。

通过小学数学教学，除了培养学生的观察力、记忆力、思维力、创造力、想象力、实际操作等一般能力外，还应着