高等学校教学用书

机械工程测试技术

(二)

38.81

冶金工业出版社

高等学校教学用书
机械工程测试技术
（二）
东北工学院　金慰农　主编
*
冶 金 工 业 出 版 社 出 版
（北京北河沿大街嵩祝院北巷39号）
新华书店北京发行所发行
冶金工业出版社印刷厂印刷
*
787×1092　1/16　印张　$11\frac{3}{4}$　字数 277千字
1985年11月第一版　　　1985年11月第一次印刷
印数00,001～4,650册
统一书号：15062·4329　　定价2.45元

前　言

测试技术是一门新兴的技术科学，随着科学技术的发展，测试技术已成为发展生产、进行科学研究的重要手段之一。正确地选择测试手段、测量方法，并准确地进行数据处理，现已成为大专院校及科研单位的科研工作者重要的基本技能。

本书是根据《1984～1988年冶金部高等院校教材编写、出版规划》编写的，共分四篇：

第一篇　相似理论与模型试验

第二篇　光弹性实验方法

第三篇　脆性涂层法及密栅云纹法

第四篇　疲劳裂纹及残余应力测定

本书由东北工学院金慰农同志主编，并编写绪论和第一、二、三、四、五、六、七、十章；北京钢铁学院叶煦琳同志编写第八、九章；东北工学院曹大本同志编写第十一、十二章。

本书原稿承东北工学院马德权、王增华、张云麒等同志审阅。编写本书时，参阅了国内外许多兄弟单位的教材及资料，并引用了其中部分资料，还得到一些院校及科研单位的帮助，在此一并致以谢意。

鉴于编者的实际经验不足与理论水平有限，本书一定存在许多缺点和错误，敬请读者批评指正。

编　者

一九八五年一月

目　录

第三篇 脆性涂层法及密栅云纹法

第四篇 疲劳裂纹及残余应力测定

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

绪　论

本书侧重讲授机械工程测试中的机械结构强度测试技术。

机械结构强度测试技术是用实验方法研究模型或实物构件中应力和变形的一门学科，也就是常说的实验应力分析方法。它和许多力学分析理论一样是解决工程强度问题的一个重要手段，它是随着生产的发展而产生出来的一门独立的学科。

机械工程测试技术可以解决以下问题：

一、在设计过程中可先做模型进行实验比较，根据实验结果选出较合理的尺寸及结构形式，并为设计提供计算参考数据。

二、对现有机械结构可进行强度测试，找出真实应力分布状态及数值，为提高结构的承载能力提供可靠依据或对破坏的构件进行分析，提出改进方法。

三、通过测试分析，可对理论分析进行验证，并可为理论计算分析提供参考依据。

测试技术与力学理论分析是解决工程强度问题的两种不同途径，目前随着生产和科学的发展，这两种方法均已日趋完善，都可用来解决工程中的一些强度问题。但它们又是两个相互促进、相互补充而且各自具有独立特点的两种方法。理论必须以实验为基础，一个新的理论计算方法必须用实验来验证。

目前， 由于实验技术的发展， 对于结构强度的实验分析方法有很多。 本书仅就常用的实验应力分析方法进行介绍（电阻应变仪测量方法， 另有专门书籍介绍）， 其内容有：

光弹性实验方法　利用偏振光照射具有双折射性能的透明材料做成的模型，当模型受力后便可获得干涉条纹图，从而可以直接确定模型内各点的主应力差及主应力方向。利用这种方法进行结构应力分析，不仅能对二维问题进行准确的研究，而且还可以有效地解决三维问题；不仅能测定边界应力，而且也能测定模型内部应力。另外，利用光弹贴片法不仅可对模型进行测量，而且还可以在现场对实物的表面应力进行测量。

激光全息干涉法　这是利用全息照相术进行全息干涉计量的方法。它的发展和应用使力学的实验测量技术提高到一个新的水平。全息干涉法是一种非接触式高精度的全场测试方法，在力学实验分析中，主要用于位移及振动的测量分析。这是一种很有发展前途的实验应力分析方法。

激光散斑干涉法　是从60年代开始发展起来的一种新技术。它具有非接触、无损坏的优点，可用来测量物体的面内位移和离面位移；又可用来分析振动和动态问题。它与激光全息干涉法配合，可测量物体的三维位移。

脆性涂层法　将脆性涂料喷涂于构件表面，当构件表面应变达到一定值时，涂层便产生裂纹，根据裂纹的情况便可确定应力的大小和方向。此法精度较低。它可以在实物上进行全域性的测量，但受温度和湿度的影响较大，一般只能作定性的测量。但它具有价格低廉及使用方便的优点，常与电阻应变仪测量方法配合使用，先用涂层法确定构件最大应力部位，再用电阻应变仪测量最大应变值。

密栅云纹法　云纹方法又称“Moire”（法文丝绸云纹的意思）法， 即两块半透明丝绸重叠在一起会产生美丽的云纹条纹，因此而得名。云纹法测量的基本元件是栅板。栅板

由透明和不透明相间的平行等距线条所组成。如将两块栅板重叠在一起，当其中一块栅板随构件发生变形时，由于线条之间的几何干涉便产生云纹条纹。根据这些云纹条纹，可确定构件的位移。它的测量范围很广，包括了从弹性到塑性变形，从二维到三维以及静载、动载、高温等诸多问题。其缺点是在测小变形时灵敏度低。云纹测量法直接得到的信息是位移，若要得到应变需进行微分，因此精度要差一些。它也是近年发展起来的一种应力实验方法。

相似理论及模型试验　当对结构强度进行实验应力分析时，有时需利用模型来研究实际结构。这时模型与原型的几何尺寸是否要相似？其材料应如何选择？载荷按什么比例选择？模型与原型两者的应力或应变的换算关系是什么？本书通过模型相似理论对上述问题进行介绍。

疲劳试验及残余应力测定　在疲劳试验方面主要是对机械构件或零件承受变载荷的疲劳强度进行了探讨，对疲劳试验的原理、方法及疲劳裂纹的监视方法也做了介绍。在残余应力测定方面介绍了在机械结构或零件中产生残余应力的原因，并且分析了残余应力对零件使用性能的影响，还介绍了几种测量残余应力的方法，如切割法、逐次去层法、钻孔法及 x 射线法等。

第一篇　相似理论与模型试验

第一章　相 似 理 论

§1-1　相似理论基础[2][8]

相似理论是模型试验的重要理论基础。对于已知物理量之间的关系方程式的问题，如利用相似理论，则可以很容易地求得模型与原型之间对应的物理量关系。并且，对模型测得的结果，可以转换成与原型相应的数值。

一谈到相似，人们就会想到图型中的几何相似。不可否认，在结构模型试验中，模型与原型的几何相似是一个十分重要的因素。但在模型试验中，几何相似并非是唯一条件。当我们进行结构模型应力分析时，除几何相似外，还要注意模型与原型受力情况、边界条件、材料的弹性模量和温度场等也应保持相似。

由上述可见，相似理论就是研究自然界相似现象的科学方法，是判别两个相似现象的必要和充分条件，也是两相似现象所应遵循的法则。

下面介绍相似理论的三个基本定理。

一、相似第一定理

相似第一定理又叫相似正定理。相似第一定理主要说明在两个相似的物理现象中，同类物理量成常数比，其比值叫做相似系数，而不同类物理量的相似系数可以不同。

用模型试验代替原型试验时，各物理量的比例关系不是互不相关的，而要满足一固定关系。

例如，在动力学系统的牛顿第二定理中，力F、质量m、位移s和时间t四个物理量应满足如下关系

$$F=m\frac{d^2s}{dt^2}\quad 或\quad F=ma$$

对另一动力系统中，同样有

$$F'=m'a'$$

若以上两系统相似，则同类物理量必须成比例：

$$\frac{F'}{F}=c_F,\quad \frac{m'}{m}=c_m,\quad \frac{a'}{a}=c_a$$

式中c_F、c_m、c_a称为相似系数，将此关系代入原方程则有

$$c_FF=c_mc_ama$$

上式表明，若两系统相似时，必须使$c_F=c_mc_a$或$\frac{c_F}{c_mc_a}=1$。

由上式看出，在两相似系统中，任意选定两个相似系数后，第三个相似系数必须由上

式决定。因此，上式为判别相似的条件，或称为相似“指标”。

上述两相似系统，亦可用另一种形式表示，即

$$\frac{F}{ma}=\frac{F'}{m'a'}$$

这就是动力学模型试验中必须满足的相似条件，或写成

$$K=\frac{F}{ma}$$

上式称为相似判据，是一无量纲的量。因此，如两个系统相似，则相似判据必须相同，它是一个不变量，可用$K=\mathrm{idem}$表示（idem表示同一个数值的意思）。

现将相似第一定理归纳如下：

在两个彼此相似的系统中，其相似指标为1，或其相似判据为一不变量。但应注意，相似系数与相似判据有不同之处。相似系数在两个相似系统中是常数，但对第三个与此两个系统相似的现象中，具有不同的数值，但相似判据在所有相似的现象中是个不变量。

二、相似第二定理

相似第二定理又叫π定理，它指出在互相相似的现象中，其相似判据可不必利用相似指标来导出，只要将方程转变为无量纲方程形式，无量纲方程各项即为相似判据。因为表示各现象与各物理量之间的关系方程式，均可转变为无量纲方程形式，因此都可以写出相似判据方程式。

相似第二定理也可用牛顿第二定律来说明，因为

$$F=ma$$

其相应的判据方程式即为

$$K=\frac{F}{ma}$$

若许多运动现象彼此相似，则它们的判据方程都可以用上式表示，如将判据方程写成

$$\pi=\frac{F}{ma}=\mathrm{idem}$$

上式即为π定理的简单形式。此处π为表示判据方程的记号，不是常数3.1416。有关π定理的证明及应用将在后面讨论。

三、相似第三定理

相似第三定理又叫做相似逆定理。前述相似第一、第二定理是在假定现象相似的前提下研究相似现象的性质，但如何判断两现象是否相似仍未解决，即如何设计模型使它与原型相似的问题未解决。怎样根据现象的已知情况判别两现象是否相似，或者说，模型满足哪些条件之后才与原型相似等，这是相似第三定理解决的问题。

相似第三定理指出：在物理方程相同的情况下，如两个现象的单值条件相似，亦即从单值条件下引出的相似判据若与现象本身的相似判据相同，则这两个现象一定相似。

单值条件是指一个现象区别于一群现象的那些条件。属于单值条件的因素有：系统的几何特性、对所研究对象有重大影响的介质特性、系统的初始条件和边界条件等。

1. 几何相似　在几何相似系统中，任一相应点的坐标应满足下述比例：

$$\frac{x'}{x}=c_x$$ （上角“′”代表模型）

在三维应力状态的结构模型实验中，必须保持几何相似。但对二维应力状态，或对那些虽属于三维结构模型，但应力状态属于二维的，则不一定要求完全保持几何相似这种单值条件的相似。例如：上述二维应力状态，平面尺寸要求保持几何相似，厚度就不要求几何相似（模型厚度可以是任意的）。

2．边界条件相似　在进行结构模型实验时，模型与原型的边界条件必须相似。例如一根梁，两端给它的约束条件是固定端，那么在进行模型实验时，除了要满足几何相似条件外，还必须保持两端的约束条件相同（即保持边界条件相似），不然模型与原型相应点的应力状态就不能保持相似。

3．时间相似　在随时间的变化过程中，每一时刻都对应着一批确定的物理量，由于其总是在相同的时间基础上进行的，因此必须保持不变的时间比例关系，即

$$\frac{t'}{t}=c_t$$

4．物理参数相似　对于弹性结构有影响的物理参数，有弹性模量 E、泊松比 μ、密度 ρ 等，在做模型时，应满足下列比例关系：

$$\frac{E'}{E}=c_E,\quad \frac{\mu'}{\mu}=c_\mu,\quad \frac{\rho'}{\rho}=c_\rho$$

5．初始条件相似　物理现象一方面取决于现象的本质，另一方面也取决于它的初始条件。因此模拟时必须满足初始条件相似，即初始几何位置，初始速度相似等。而且其相似比例尺也应与过程中的比例尺一致。

§1-2　相似理论的建立——量纲分析法

量纲分析的目的就是寻求相似系统中各物理量间的关系，从而建立相似条件。

什么是量纲？在进行结构应力分析时所遇到的量，一般统称为物理量。表示各种物理量的大小都必须使用一定的单位。例如，长度的单位可以是m（米）、cm（厘米）、mm（毫米）等。如将这些长度单位统一用一个[L]表示，则[L]表示的长度单位中就没有具体的m或cm了，我们就称这个[L]为长度单位的量纲。它概括地表示长度，而不具体表示出长度的某一单位。例如，5m、10cm、……等，虽然它们的大小不同，但都表示长度，属于同一类型的量，因此它们的量纲相同。

一般常用的量纲有

[L]　　长度量纲

[F]　　力的量纲

[T]　　时间量纲

如选用[L]、[F]、[T]作为基本量纲，则其他如应力的量纲为[FL^{-2}]、速度的量纲为[LT^{-1}]就叫做导出量纲。但基本量纲也是可以任意选择的，如以力[F]及应力[FL^{-2}]为基本量纲，则长度量纲[L]或力矩量纲[FL]，就是导出量纲。一般常用力学量的量纲如表1-1所示。

例如，某物理量Q的单位与力单位的a次方、长度单位的b次方、时间单位的c次方

都成正比例，则可写成

$$[Q]=[F^a L^b T^c]$$

表 1-1 力学量的量纲

量的名称	符　号	量　纲	量的名称	符　号	量　纲
力(载荷)	P	$[F]$	比重	γ	$[FL^{-3}]$
长　度	l	$[L]$	压强	p	$[FL^{-2}]$
分布载荷	q	$[FL^{-1}]$	应力	$\sigma(\tau)$	$[FL^{-2}]$
时间	t	$[T]$	弹性模量	$E(G)$	$[FL^{-2}]$
质量	m	$[FL^{-1}T^2]$	弹簧常数	K	$[FL^{-1}]$
面积	F	$[L^2]$	速度	v	$[LT^{-1}]$
加速度	a	$[LT^{-2}]$	阻尼系数	c	$[FL^{-1}T]$
角度	θ	$[F^0L^0T^0]$	力矩	M	$[FL]$
角速度	ω	$[T^{-1}]$	功	A	$[FL]$
角加速度	β	$[T^{-2}]$	功率	N	$[FLT^{-1}]$
频率	f	$[T^{-1}]$	泊松比	μ	$[F^0L^0T^0]$
周期	T	$[T]$	应变	ε	$[F^0L^0T^0]$
体积	V	$[L^3]$	截面模数	W	$[L^3]$
密度	ρ	$[FL^{-4}T^2]$	截面惯性矩	J	$[L^4]$

上式是量纲公式的一般形式，或者说物理量Q的量纲是$[F^a L^b T^c]$。若一个物理量的单位与某个基本单位无关，我们说这个物理量的单位对该基本单位的量纲为零。如应力$[\sigma]=[FL^{-2}]$，故其对时间的量纲为零。此外还有一些物理量，它们的单位与基本单位都无关，则称其为无量纲。如应变ε、泊松比μ等，其量纲是$[F^0L^0T^0]$。

§1-3　量纲齐次原则及完全方程

在代数方程或微分方程中包括许多项，若将每一项的量纲都用基本量纲$[F]$、$[L]$、$[T]$来表示，就可以发现所有项的量纲都相同，则称为在量纲上是齐次的。凡是在量纲上是齐次的物理方程，又常被称为完全方程。

例 1.　自由落体公式　$s=\frac{1}{2}gt^2$

式中，s的量纲是$[L]$

$$gt^2=[LT^{-2}][T^2]=[L]$$

例 2.　牛顿第二定律　$f=ma$

式中，f的量纲是$[F]$

$$ma=[FL^{-1}T^2][LT^{-2}]=[F]$$

以上二例等式两边量纲相同，故都是完全方程。

§1-4　量纲分析及π定理[7][21]

一、量纲分析

在模型试验时，为建立模型与原型的相似条件，但又不知描述各物理量间关系的方程式时，则可用量纲分析方法来确定各物理量间的关系和相似条件。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

量纲分析方法的原理是基于描述一个物理现象的物理方程式，一般是齐次量纲的完全方程。

现举一例说明量纲分析方法的原理。设有一跨度为 l 的梁，在集中载荷 P 的作用下产生挠度 y，试写出 y 与其他物理参数间的关系方程式。在此问题中，与梁挠度 y 有关的物理量有载荷 P、梁的长度 l、截面惯性矩 J 和材料的弹性模量 E。其量纲关系为：

$$[y]=[P^a L^b E^c J^d]$$

按表1-1将量纲关系代入上式，得

$$\begin{aligned}[L]&=[F^a L^b (FL^{-2})^c (L^4)^d]\\ &=[F^{a+c} L^{b-2c+4d}]\end{aligned}$$

按量纲的齐次原则，上式指数有下列关系

$$a+c=0$$
$$b-2c+4d=1$$

解得 $c=-a$，$b=1-2a-4d$

将指数代入原方程，于是得

$$\begin{aligned}[y]&=[P^a L^{1-2a-4d} E^{-a} J^d]\\ &=\left[\left(\frac{P}{EL^2}\right)^a (L)\left(\frac{J}{L^4}\right)^d\right]\end{aligned}$$

将上式两边用 L 除，便完成无量纲化，即有

$$\left[\frac{y}{L}\right]=\left[\left(\frac{P}{EL^2}\right)^a\left(\frac{J}{L^4}\right)^d\right]$$

从上面分析看出，通过量纲分析，将原来问题所涉及的五个量（y、P、L、E、J）之间的关系式转化为三个无量纲乘积$\left(\frac{y}{L}、\frac{P}{EL^2}、\frac{J}{L^4}\right)$之间的关系式。

上式中$\left(\frac{J}{L^4}\right)$是无量纲量，它的倒数$\left(\frac{L^4}{J}\right)$也是无量纲量，我们可用$\left(\frac{L^4}{J}\right)$代替$\left(\frac{J}{L^4}\right)$，此时不确定指数 d 应变为 d'，故上式可改写如下：

$$\left[\frac{y}{L}\right]=\left[\left(\frac{P}{EL^2}\right)^a\left(\frac{L^4}{J}\right)^{d'}\right]$$

如去掉上式中的不确定指数 a、d'，则可写成函数形式：

$$\left[\frac{y}{L}\right]=f\left[\left(\frac{P}{EL^2}\right)\left(\frac{L^4}{J}\right)\right]$$

函数 f 的具体形式虽然不知道，但它对实物和模型应该是相同的。故其相似条件为

$$\frac{P}{EL^2}=\frac{P'}{E'L'^2},\quad \frac{L^4}{J}=\frac{L'^4}{J'}$$

挠度的换算公式为

$$y=y'\frac{L}{L'}$$

此处记号“$'$”表示模型中的物理量。

如按上述相似条件做模型并测出指定点的挠度y'，即可按上述挠度换算公式中的长度比$\left(\frac{L}{L'}\right)$换算到实物上去。

从上例看出，这些物理现象，如载荷P、挠度y、截面惯性矩J等，都可以用无量纲参量来表示。如$\left[\frac{y}{L}\right]$、$\left[\frac{P}{EL^2}\right]$、$\left[\frac{L^4}{J}\right]$都是无量纲的。此种无量纲的数，有时叫纯数，常用符号π来代表（π是符号，不是数学上的圆周率）。因此，上面的无量纲数都可以写成

$$\pi_1=\frac{y}{L},\qquad \pi_2=\frac{P}{EL^2},\qquad \pi_3=\frac{L^4}{J}$$

这种把几个物理量之间的关系式通过量纲分析转化为数目较少的无量纲之间的关系式的方法，就是巴金汉（Buckingham）π定理的基本思想。

另外，在进行量纲分析之前，要弄清所处理的问题究竟包括哪些物理量。这一点很重要。因为对于一个物理现象，如果在分析时没有把所涉及的全部物理量都考虑进去，那么经过量纲分析建立的相似关系就不能为实验所证实。所以，进行量纲分析时，必须通过对物理现象的理论分析或者通过初步试验，以便弄清这一物理现象究竟与那些物理量有关。

二、π定理

π定理是量纲分析的基本定理，假设被研究的物理过程可用以下函数形式表示：

$$f(x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots)=0$$

通过量纲分析，可以用无量纲参量方程

$$\phi(\pi_1,\pi_2,\pi_3,\cdots\cdots)=0$$

来表示。因为π是无量纲的，故在π方程中已经没有具体的单位了。如$\frac{y}{L}$只表示两个长度的比值，而y及L便没有具体数值，这就是无量纲参量的性质。因此，模型设计都以π定理为理论基础。在比较复杂的物理现象中，参与现象的物理量较多，此时应如何来确定无量纲参数呢？即当表示物理现象的方程中有n个物理量，其中含有m个量纲，一般总是$n>m$，则独立的无量纲量只有（$n-m$）个，而每一个无量纲量都可以用π表示。由此可见，n个物理量可以随意组成各种无量纲量π_1，π_2，$\cdots\cdots\pi_{n-m}$，$\cdots\cdots\pi_n$，但是其中只有($n-m$）个是独立的（或称完全组），其余m个可以通过它们来表达。

现在，对π定理作如下证明：

在一个物理现象中，包含着n个物理量x_i（$i=1$，2，3，$\cdots\cdots n$），此物理现象可用下式表达

$$f(x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots x_n)=0$$

用级数形式表示：

$$\Sigma N_i\, x_1^{a_i}x_2^{b_i}\cdots\cdots x_n^{k_i}=0$$

式中 N——无量纲数。

又因方程式必须是量纲的齐次方程，因此其中任一项$N_s\,x_1^{a_s}x_2^{b_s}\cdots\cdots x_n^{k_s}$除各项即可得无量纲方程式：

$$1+\Sigma\frac{N_i}{N_s}x_1^{a_i-a_s}x_2^{b_i-b_s}\cdots\cdots x_n^{k_i-k_s}=0$$

设$A_i = a_i - a_s$，$B_i = b_i - b_s$，……，$K_i = k_i - k_s$，$T_i = \dfrac{N_i}{N_s}$，则上式可写成

$$1 + \Sigma T_i x_1^{A_i} x_2^{B_i} \cdots\cdots x_n^{k_i} = 0$$

如上式中有m个互相独立的物理量作为基本单位，如设$x_1, x_2 \cdots\cdots x_m$为基本单位，$x_{m+1}$，$x_{m+2} \cdots\cdots x_n$为导出单位，因此可建立（$n-m$）个$\pi$项，即

$$\pi_1 = \frac{x_{m+1}}{x_1^{\alpha_1} x_2^{\beta_2} \cdots x_m^{\eta_1}}$$

$$\pi_2 = \frac{x_{m+2}}{x_1^{\alpha_2} x_2^{\beta_2} \cdots x_m^{\eta_2}}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\pi_{n-m} = \frac{x_n}{x_1^{\alpha_{n-m}} x_2^{\beta_{n-m}} \cdots x_m^{\eta_{n-m}}}$$

以上各式分子和分母量纲相同，故均为无量纲项，代入前式可得

$$1 + \Sigma T_i x_1^{A_i} x_2^{B_i} \cdots\cdots x_m^{F_i} (x_1^{\alpha_1} x_2^{\beta_1} \cdots\cdots x_m^{\eta_1})^{G_i} (\pi_1)^{G_i} (x_1^{\alpha_2} x_2^{\beta_2} \cdots\cdots x_m^{\eta_2})^{H_i}$$
$$(\pi_2)^{H_i} \cdots\cdots (x_1^{\alpha_{n-m}} x_2^{\beta_{n-m}} \cdots\cdots x_m^{\eta_{n-m}})^{K_i} (\pi_{n-m})^{K_i} = 0$$

因$x_1, x_2, \cdots\cdots x_m$为基本单位，彼此不能合并，上式又为无量纲方程，因此$x_1, x_2 \cdots\cdots x_m$的指数总和为零，即

$$x_1^{A_i + \alpha_1 G_i + \alpha_2 H_i \cdots \alpha_{n-m} K_i} = x_1^0 = 1$$
$$\vdots$$
$$x_m^{F_i + \eta_1 G_i + \eta_2 H_i \cdots \eta_{n-m} K_i} = x_m^0 = 1$$

所以，上式可写成

$$1 + \Sigma T_i \pi_1^{G_i} \pi_2^{H_i} \cdots \pi_{n-m}^{K_i} = 0$$

或
$$\phi(\pi_1,\ \pi_2 \cdots \pi_{n-m}) = 0$$

现举例说明π定理的应用。

例：研究某结构任一点的正应力σ。应力σ与载荷P、结构尺寸l、结构材料的弹性模量E及泊松比μ有关，其函数形式可写为

$$\sigma = f(P、l、E、\mu)$$

将上式五个物理量写成量纲关系式为

$$[\sigma] = [P^a l^b E^c \mu^d]$$

按表1-1写出各物理量的量纲

$$[\sigma] = [FL^{-2}],\ [P] = [F],\ [l] = [L],\ [E] = [FL^{-2}],$$
$$[\mu] = [F^0 L^0 T^0]$$

代入上式化简即得

$$[FL^{-2}] = [F^{a+c} L^{b-2c}]$$

于是得

$$a + c = 1,\ b - 2c = -2$$

解得
$$a = 1 - c,\ b = -2 + 2c$$

因此，量纲关系式为

$$[\sigma]=[P^{1-c}l^{-2+2c}E^{c}\mu^{d}]=\left[\left(\frac{P}{l^{2}}\right)\left(\frac{P}{l^{2}E}\right)^{-c}\mu^{d}\right]$$

或写成

$$\left[\frac{\sigma l^{2}}{P}\right]=\left[\left(\frac{P}{l^{2}E}\right)^{-c}\mu^{d}\right]$$

上式都是无量纲的，可用π表示，即

$$\pi_1=\frac{\sigma l^2}{P},\qquad \pi_2=\frac{P}{l^2E},\qquad \pi_3=\mu$$

亦可表示为

$$\pi_1=\phi(\pi_2\pi_3)$$

通过量纲分析，将原来包括σ，P，l，E，μ五个物理量的关系式转化为只包括π_1，π_2，π_3三个无量纲乘积的关系式。

因为关系式中有五个物理量即$n=5$，取任意P、l作为量纲即$m=2$，故无量纲$\pi=(n-m)=5-2=3$个。但用以上五个物理量也可组成其他 无 量 纲π数。例 如：$\pi_4=\frac{\sigma}{E}$等，但π_4可用已知无量纲π转化表示出来，即$\pi_4=\pi_1\pi_2$，故上式只有π_1，π_2，π_3是独立的。

从上述问题可以看出，当描述物理量间关系的方程式未知但能清楚地知道参与这一物理现象的各物理量时，可利用量纲分析法简化为无量纲乘积π的形式，故π定理是模型试验的理论基础。

例如对上例要做模型试验时，可使模型与原型几何相似，其上的载荷也与原型相似，模型边界条件也与原型相同，这样模型也存在与原型相同的关系式，即

$$\pi_1'=\phi(\pi_2',\ \pi_3')$$

或

$$\frac{\sigma' l'^2}{P'}=\phi\left(\frac{P'}{l'^2E'},\ \mu'\right)$$

使模型中的$\frac{P'}{l'^2E}\mu'$与原型相等，即

$$\frac{P'}{l'^2E'}=\frac{P}{l^2E}$$

$$\mu'=\mu$$

那么必然 $\frac{\sigma' l'^2}{P'}=\frac{\sigma l^2}{P}$

如果测出模型上任一指定点的应力σ'，即可利用上式换算出原型上对 应点的应力σ。

第二章 模 型 试 验

§2-1 概　　述

一、模型试验的意义

在结构强度研究中，模型试验是一种很重要的方法，其原因为：

（1）在某些新结构设计方案比较阶段，实物（原型）尚未制造出来，如先做模型进行比较试验，既方便又经济；

（2）光弹性应力分析，需要在模型上进行；

（3）对某些设备进行测试有困难时，则采用模型试验，例如：人员难以接近的破坏性试验或尺寸特别小的零件测试等。

二、模型试验的优缺点

1．优点

（1）可突出重点，在模型研究试验中，制做模型时可突出结构主要特点，这样有利于方案比较及理论的推导：

（2）模型制做方便、经济，一般模型可在试验室内加工，此外模型的尺寸小，结构简单，材料价廉，而且便于修改；

（3）模型制造容易，工程技术人员可以自己制做，便于理论与实践相结合。

2．缺点

（1）模型试验有时对实物的细节较难模拟；其他如某些应力集中、残余应力等较难用模型代表实物；

（2）模型在制做时与实物的相似条件往往不能完全符合，即尺寸大小的比例不能完全保证，因而会带来所谓“尺寸效应”或“比例效应”误差；

（3）对结构复杂的实物，制造模型较困难；另外，某些模型材料如有机玻璃、塑料等，蠕变大，受外界温度、湿度的影响较大。

三、模型试验中应注意的一些问题

当利用模型进行结构强度试验时，必须要考虑以下一些问题：

（1）首先应确定模型和原型的相似关系；

（2）模型的加载与原型加载的比例关系；

（3）模型材料的选择；

（4）整理在模型上所测得的试验结果，如何换算到原型上去。

上述一些模型试验问题，都是以相似理论为根据。由于运用相似原理建立模型，因此，试验结果可以应用到与之相似的原型上，而且能够研究原型尚未制造的结构，以及无法直接进行试验的结构。

建立模型与原型之间的相似条件，一般有两个途径：

1．当描述物理量间关系的方程式未知时，可用量纲分析方法确定各物理量间的关系和相似条件；

2．当描述物理量间关系的方程式已知时，可根据其基本方程确定相似条件。

§2-2 弹性结构相似模型的设计问题[1]

一、设计基本要求

利用模型试验找出原型结构中的应力（应变）是弹性结构研究中的重要问题。为了能将模型上测得的应力（应变）正确地换算出原型上对应点的应力（应变），模型的设计必须符合相似条件，或通过量纲分析来建立相似条件。

模型设计的基本相似条件为：

1．几何尺寸相似　模型的几何尺寸一般要求与原型的几何尺寸相似；

2．载荷相似　在原型结构上不同点如作用着几个载荷，则在模型的对应点上也应施加相应的载荷；除载荷大小保持相似外，还要求载荷的作用方向也要相似；

3．边界条件相似　模型与原型的边界条件也要求完全相同，模型的约束条件应与原型完全一致；

4．动力相似　动力相似也叫时间相似，有时作用在原型和模型上的力都随着时间变化，因此必须保持不变的时间比例关系，即

$$c_t=\frac{t}{t'}$$

式中　c_t——时间相似系数。

描述动力相似的其他物理量的相似系数还有

频率相似系数c_f　　$c_f=\frac{1}{c_t}$

速度相似系数c_v　　$c_v=\frac{c_l}{c_t}$

加速度相似系数c_a　　$c_a=\frac{c_l}{c_t^2}$

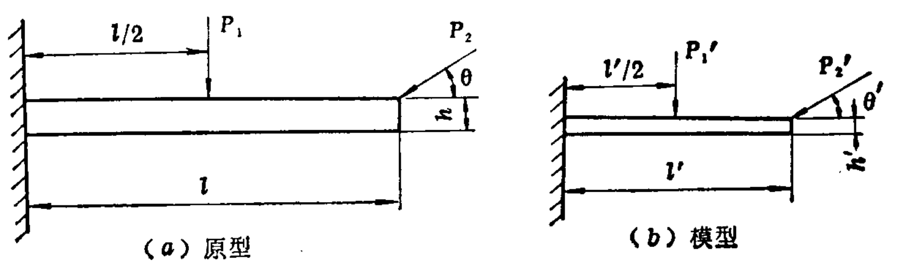

图 2-1　相似模型设计

现举例说明，图2-1（a）所示为一矩形断面悬臂梁。在梁长的中点受有垂直力P_1，在悬臂端受有与水平面成θ角的力P_2，梁的高度为h、宽度为b。图2-1（b）是按与原型相似条件设计的模型，则模型与原型的几何相似条件为

$$\frac{b'}{b}=\frac{h'}{h}=\frac{l'}{l}=c_l$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com