高等医药院校教材

# 医用物理学

杨春霞 主编
张汉谋 吴树人 副主编



山东教育出版社

高等医药院校教材
**医 用 物 理 学**
杨春霞　　　　主　编
张汉谋　吴树人　副主编
*
山东教育出版社出版
（济南经九路胜利大街）
山东省新华书店发行　　山东新华印刷厂德州厂印刷
*
787×1092毫米16开本　19印张　2插页　428千字
1989年6月第1版　1989年6月第1次印刷
印数1—10,000
ISBN 7—5328—0768—1/O·16
定价 5.80 元

**主　编：**杨春霞
**副主编：**张汉谋　吴树人
**编　者：**朱平福　乐效宗　陆士良　何方鲁
张汉谋　张里仁　邱秀光　吴树人
杨春霞　李　涵　张菊英　张　群
李福文　尚思营　贾象珂　傅　威
雷好仁　蔡仁锡　魏志经
（以姓氏笔画为序）

# 前　言

本书是根据1982年修订的高等医学院校《医用物理学》教学大纲和国内外有关教材，并结合我们在教学实践中的经验编写的．其内容以高中物理学为起点，重点地讲述了和医学专业关系密切的物理学基本知识和基础理论，并适当地介绍了当前物理学在医学应用中的新进展．本书可作为高等医学院校医疗、口腔、儿科、护理、卫生等专业的物理学教材，也可供中等以上医务技术人员阅读参考．

本书共分15章，每章配合一定数量的例题和习题．为了主次分明，并能适应不同学时的教学要求，有些内容用小字排印，教师可根据具体情况选用或留作参考．

本书由新乡医学院、延边医学院、济宁医学院、泰山医学院、潍坊医学院、青岛医学院和山东医科大学共同编写．

由于水平所限，不妥之处难免，恳请批评指正．

编　者

1988年5月

# 目　录

# 绪　论

物理学是医学专业学生的基础课之一．为了学好物理学，首先要了解物理学的特点和它与医学间的关系．

在古代文明发祥地之一的希腊，物理学（physis）一词的希腊文意思就是自然．有趣的是，物理学家（physicst）和医学家（physician）是出于希腊文的同一词根．

随着科学的发展，分工越来越细，许多新的学科相继应运而生．任何一门自然科学都是以一定的物质形态作为自己的研究对象的．它们的任务都是为了揭示自然界物质运动和变化的客观规律，从而提高人们认识世界和改造世界的本领．物理学是研究最普遍最基本的物质运动形态的科学，是探索物质运动规律、物质结构及其相互作用的科学．在自然界和人类活动中最常见的机械运动、分子热运动、电磁变化、原子和原子核的运动变化等都属于物理学的研究范畴．物理现象和物理定律存在于一切自然现象和规律之中．生命现象是物质世界中的高级运动形态，诚然，不管生命活动是多么复杂，它必定遵循物理学的规律．例如，细胞、分子、电子之间都遵守万有引力定律；人体的代谢服从能量守恒和转换定律；生物电的电性质一定符合电磁学的规律等等．因而，物理学是自然科学和工程技术的基础，也是医学的基础．物理学发展史上每一次重大的突破，都极大地推动了科学技术的进步和生产力的发展．

现代的生命科学都愈益把它们的理论建立在精确的物理学的基础上．物理学和医学在发展过程中，相互促进，相互渗透，形成了医学物理学（medical physics）这门新型学科．物理学和工程技术与生命科学的结合，又形成了生物物理学（biophysics，着重于基础理论）和生物医学工程（biomedical engineering，着重于技术方面）等边缘科学，它们日益深入地对生命现象和本质进行探索和研究，已经做出了许多新的贡献．

物理学与医学之间存在着悠久的、内在的、不可分割的联系．远在公元前2世纪，我国古代医学名著《黄帝内经》一书中就有理疗的记载，如针灸、按摩等．物理学的奠基人之一伽里略是把物理学用于医学的一位先驱者，他利用单摆原理制作了脉搏计，测量病人的脉搏；用温度计测量人体体温；他还研究了心脏的搏动，阐述呼吸的物理现象．1600年，英国医生吉柏将摩擦起电现象扩大到其它许多物体，后来有人应用摩擦起电进行“电疗”．意大利医生伽伐尼用铜钩把试验标本青蛙的脊髓钩住吊在铁栏杆上，每当青蛙的肌肉碰到铁栏杆时，肌肉便紧缩起来．这是电流的生理作用最早的发现，这个现象导致第一个直流电源伏打电池的诞生．1797年，法国医生泊肃叶为研究心脏力和血液循环量的关系，他研究了水在刚性管中稳定流动，得出著名的泊肃叶公式，至今仍是解释血液流动的基本理论．300多年前，光学显微镜的问世，为生物学和医学提供了

有力工具，使医生观察到微小的细胞，发现了很多疾病的致病因子，从而控制住了许多危害人类健康的传染病和流行病。

19世纪末以来，物理学上的重大发现和发明对医学产生了极为深刻的影响。1895年，伦琴发现了X光，很快就被外科手术所利用。很难想象，在现代医院里没有X光透视技术将是什么情景！10多年前才创制的电子计算机断层成像术，更使临床诊断、尤其是脑颅的诊断向前跃进了一大步。

1896年发现的放射性同位素，被基础医学研究和临床诊断方面广泛运用。示踪原子方法可以显示元素在机体内的活动踪迹，而且灵敏度极高。同位素扫描和γ照相机可以获得放射性物质在体内某部位分布的图样，从而可以诊断脏器的病变。用放射性同位素放出的射线照射肿瘤细胞，是治疗癌症的重要手段。

1933年，德国人鲁斯卡发明了电子显微镜，用它可以观察物质极为微细的结构形态。这一技术设备已成为当代生物学、医学、高分子化学、微电子学等科技领域的有力工具。没有这项发明，医学上要观察到病毒体是不可能的。电子显微镜促进了生物学和医学步入超显微层次的分子水平，达到了揭示生命活动的微观本质和疾病发生的微观机理的阶段。

声学在医学上也大有用武之地。日趋普及的A型、B型和M型超声诊断技术，是对机体无创伤、无痛苦的探测方法，可以观察胎儿在母体内的活动情况，现在已形成了专门的超声诊断学。听觉声学的进展已经达到了揭开听觉机理实质的边缘。

60年代重大科技成果之一——激光器的诞生，很快应用于医学的许多方面。红宝石激光器可施行眼科视网膜手术，激光刀可用于切除脏器病变，速度快且减少出血。激光还可用于细胞代谢、细胞分裂机制的研究。目前，激光医学正在迅速发展之中。导光纤维制成的各种内窥镜，可直接观察胃、子宫等内脏的病变，既可取样做活体检查，也可将形象显示在电视屏幕上。

电子技术的发展对医学的贡献也极大，近代的医学研究和近代化的医院也离不开电子仪器。心电、脑电、肌电、神经动作电位的测量和电子示波器的显示，各种高频电治疗仪，心脏起搏器和除颤器，病人自动监护仪，各种扫描成像术，肠胃生理参数遥测技术等，都离不开电子技术。

电子计算机的迅猛发展，尤其是微型计算机的普及和应用，使信息处理技术已渗透到医药学的各个领域。从基础医学到临床医学，从教学、科研到诊断治疗，从医学情报检索、病历病案管理到医院行政业务，计算机都能发挥重要作用。计算机的数据处理能力，促进了数理医药学的发展。电子计算机必将加快生命科学的发展进程。

由此可见，物理学理论、技术和方法上的每次重大突破，都对医学产生巨大的推动作用。同时，生命科学的进展又对物理学和其它科学技术提出了新的启示和要求。长期以来，医学基本上属于形态描述性科学。当今世界科学技术突飞猛进，技术更新周期缩短，加快了生物学和医学向定量化科学发展的步伐。有人预言，21世纪将是生命科学的时代。为了同学们将来能成为一位为人类健康事业作出奉献的医学家，当前就应该学好医用物理学和其它基础科学，去迎接时代的挑战。

（青岛医学院　张汉谋）

# 第一章　人体力学基础

力学是研究机械运动客观规律的学科．它的内容可以分为运动学、动力学和静力学三个部分．运动学研究物体位置变化与时间的关系，但是不考虑引起物体位置变化的原因；动力学研究产生各种机械运动的原因；而静力学则研究物体在力或力矩作用下平衡的条件．本章将重点讨论与医学关系密切的刚体的平动和转动、刚体的平衡、物体的弹性等力学基础知识．

## §1—1　刚体的转动

### 一、刚体的平动和转动

物体在外力作用下，形状和大小都或多或少地要发生变化．为了使问题简化，在有些情况下，我们可以假设无论在多大的外力作用下，物体的形状和大小都保持不变．这样的理想物体就称为刚体．

刚体最基本的运动是平动和转动．当刚体运动时，如果刚体内任何一条给定的直线，在运动中始终保持其方向不变，那么这种运动就称为平动．如图１—１所示．刚体做平动时，在同一时刻，刚体内各质点有完全相同的速度和加速度，因此，刚体内任何一点的运动，都可以代表整个刚体的运动．换句话说，在刚体运动学中，作平动的刚体可简化为一个质点来处理．

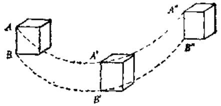


图1—1　刚体的平动

刚体运动时，如果它的各个质点在运动中都绕同一直线作圆周运动，那么这种运动就称为转动，该直线称为转轴．如果转轴是固定不动的，那么就称为定轴转动．如果转轴不固定，那么物体既有平动又有转动，这时的情况比较复杂，下面我们仅讨论定轴转动．

刚体作定轴转动时，通常取垂直于定轴的平面作为转动平面．由于转动平面上各质点到转轴的距离不同，所以刚体上各点的速度、加速度以及在同一段时间内的位移各不相同．但是，各质点的半径在同一时间内绕定轴转过的角度是相同的，因此，我们通常用角量（角位移、角速度、角加速度）来描述刚体的转动．在图１—２($a$)中，设$P$为刚体的某一点，过$P$点的转动平面与转轴$AA'$相交于$O$点，则$P$点在转动平面上绕$O$点作圆周运动．在此平面上作垂直于转轴$AA'$的参考线$Ox$，半径$OP$与$Ox$的交角$\theta$决定了刚体的位置，通常称它为角位置，在任意$\Delta t$时间内，角位置的增量$\Delta\theta$叫做刚体的角位移（angular displacement）．角位移是描述刚体转动时位置变化的物理量，它的单位

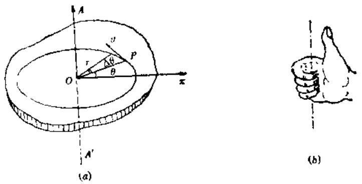


图1—2　刚体的转动

用rad〔弧度（radian）〕表示．在定轴转动中，通常用右手法则来判断角位移的正负．如图1—2($b$)所示，在规定转轴的正方向后，将右手大拇指与其余四个手指垂直，使四个手指按角位移的方向回转，这时大拇指的方向若与转轴的正方向一致，则角位移为正；反之，角位移为负．

角位移$\Delta\theta$与时间$\Delta t$的比值称为刚体在这段时间内的平均角速度，用$\bar{\omega}$表示．

$$\bar{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

当$\Delta t$趋近于零时，$\Delta\theta$也趋近于零，比值$\Delta\theta/\Delta t$则趋近于某一极限值，这个极限值

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{d\theta}{dt} \qquad (1-1)$$

就称为刚体在时刻$t$的瞬时角速度，简称为角速度．角速度$\omega$是描述刚体转动快慢的物理量，单位用$rad\cdot s^{-1}$（弧度·秒$^{-1}$）或$s^{-1}$（秒$^{-1}$）．若$\omega$不变，则刚体做匀速转动，若$\omega$随时间而变，则刚体作变速转动．若在$\Delta t$时间内角速度从$\omega$变到$\omega+\Delta\omega$，则平均角加速度为

$$\bar{\beta}=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

当$\Delta t$趋近于零时，$\Delta\omega$也趋近于零，比值$\Delta\omega/\Delta t$则趋近于某一极限值，这个极限值

$$\beta=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (1-2)$$

就称为刚体在某一时刻的瞬时角加速度，简称为角加速度．角加速度的单位为$rad\cdot s^{-2}$（弧度·秒$^{-2}$）或$s^{-2}$（秒$^{-2}$）．

转动中的角位移、角速度和角加速度统称为角量，它和平动中的线量一一对应，因此，刚体各种转动的运动方程和质点的各种运动方程完全相似．

$$\left.\begin{array}{l}\omega=\omega_0+\beta t,\quad \theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2\\ \omega^2=\omega_0^2+2\beta\theta\end{array}\right\} \qquad (1-3)$$

在定轴转动中，角量$\omega$和$\beta$的正负也和$\theta$一样，可用右手法则来判断．当右手的四个

手指沿着转动方向回转，大拇指的方向与转轴的正方向一致时，角速度$\omega$为正值；反之为负值。当$\omega$的数值逐渐增大时，$\beta$取正值；逐渐减小时，$\beta$取负值。因为角位移、角速度和角加速度既有量值又有方向，所以是矢量。在定轴转动中，所有角矢量总是沿着固定转轴的，所以只要用量值的正负就足以表示其方向了。

刚体转动时，每一质点都在作圆周运动，质点的运动和整个刚体的运动有一定的内在联系。在图1—3中，$P$是转动刚体上的任一点，它与转轴$O$的垂直距离为$r$，设在$\Delta t$时间内，刚体的角位移为$\Delta\theta$，而$P$点的位置随之移到$P'$点。当$\Delta\theta$很小时，$P$点在$\Delta t$时间内的位移$\Delta s$的长度接近于弧长$\widehat{PP'}$。

$$\Delta s = r\Delta\theta$$

此式两边同除以$\Delta t$，并取$\Delta t\to 0$的极限，得

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

即

$$v = r\omega \tag{1—4}$$

这就是刚体上任一点的线速度与角速度的关系式。

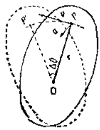


图1—3　线量与角量间的关系

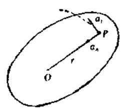


图1—4　切向加速度与法向加速度

当$P$点作变速圆周运动时，$P$点的加速度$a$可分解为切向加速度$a_t$和法向加速度$a_n$，如图1—4所示。由图可知，切向加速度的大小为

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\beta \tag{1—5}$$

法向加速度的大小为

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \tag{1—6}$$

$P$点加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = r\sqrt{\beta^2 + \omega^4} \tag{1—7}$$

式（1—5）、（1—6）及式（1—7）就是刚体上任一点的加速度与刚体角速度和角加速度间的关系。

切向加速度的作用是改变速度的大小，法向加速度的作用是改变速度的方向。

**二、刚体的转动动能　转动惯量**

当刚体绕定轴转动时，刚体上各质点的角速度$\omega$相等，而线速度$v$则不同。若将刚体看成是由许多质点所组成，则刚体转动时的动能就是各个质点的动能之和。设第$i$个质

点的质量为$\Delta m_i$，离转轴的垂直距离为$r_i$，则它的线速度$v_i=r_i\omega$，相应的动能为$\frac{1}{2}\Delta m_i v_i^2=\frac{1}{2}\Delta m_i r_i^2\omega^2$。由此可以得到整个刚体的转动动能为

$$E_k=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}\Delta m_i r_i^2\omega^2=\frac{1}{2}\omega^2\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i r_i^2=\frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (1\text{—}8)$$

式中 $I=\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i r_i^2$ 称为刚体对给定轴的转动惯量（moment of inertia），在国际单位制中其单位为kg·m²（千克·米²），它等于刚体中每个质点的质量与这些质点到转轴的垂直距离的平方之积的总和。$\Delta m_i r_i^2$是第$i$个质点对转轴的转动惯量，$\frac{1}{2}I\omega^2$为刚体的转动动能，和质点的平动动能$\frac{1}{2}mv^2$相对照，转动惯量$I$和质量$m$相对应。但应该注意的是，$m$是由物体本身性质决定的物理量，它量度物体平动时惯性的大小；$I$是由刚体本身性质和转轴决定的物理量，它量度刚体转动时惯性的大小。

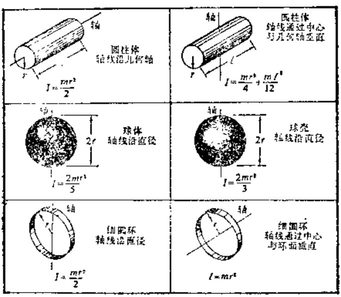
由于一般物体的质量可以认为是连续分布的，所以转动惯量可以写成积分形式

$$I=\int r^2 dm=\int r^2\rho dV \qquad (1\text{—}9)$$

式中$dV$相应于$dm$的体积元，$\rho$表示体积元的密度，$r$是体积元到转轴之间的距离。

从式（1—8）和式（1—9）可以看出，刚体的转动惯量不仅决定于总质量的大小，还和质量的分布情况有关。同一物体对于不同的转轴，转动惯量的数值也不相同。表1—1列出了几种密度均匀、几何形状简单的物体对于不同转轴的转动惯量。

表1—1　　几种不同情况的转动惯量




〔例题1—1〕　求质量为$m$、长为$l$的均匀细棒对下面（1）、（2）、（3）所给定的转轴的转动惯量。

(1) 当转轴通过细棒中心并与细棒垂直时；

(2) 当转轴通过细棒的一端并与细棒垂直时；

(3) 当转轴通过细棒上离中心为$h$的一点并与细棒垂直时.

**解**：如图1—5所示，在细棒上取一长度元$dx$，设它与转轴间的距离为$x$，其质量为$dm=\lambda dx$，其中$\lambda$为细棒的质量线密度.根据转动惯量的定义可得

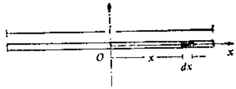


图1—5

(1) 当转轴通过中心并与细棒垂直时，

$$I=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}x^2\lambda dx=\frac{1}{3}x^3\lambda\Big|_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}=\frac{l^3}{12}\lambda$$

将细棒的质量线密度$\lambda=m/l$代入，即得

$$I=\frac{l^3}{12}\cdot\frac{m}{l}=\frac{1}{12}ml^2$$

(2) 当转轴通过细棒的一端并与细棒垂直时，

$$I=\int_0^l x^2\lambda dx=\frac{1}{3}l^3\lambda=\frac{1}{3}ml^2$$

(3) 当转轴通过细棒上离中心为$h$的一点并与细棒垂直时，

$$I=\int_{-(\frac{l}{2}-h)}^{\frac{l}{2}+h}x^2\lambda dx=\frac{1}{12}ml^2+mh^2$$

〔**例题1—2**〕 求质量为$m$、半径为$a$的细圆环和圆盘绕通过中心并与圆面垂直的转轴的转动惯量.

**解**：细圆环的质量可以认为全部分布在半径为$a$的圆周上，即在距中心小于或大于$a$的各处，质量均为零.所以转动惯量为

$$I=\sum a^2\Delta m_i=a^2\sum\Delta m_i=ma^2$$

对圆盘来说，其质量均匀分布在半径为$a$的整个盘面上.在离转轴的距离为$r\sim r+dr$处取一小环，其面积为$dS=2\pi rdr$，质量为$dm=\sigma dS$，式中$\sigma$为圆盘的质量面密度，则小环的转动惯量为

$$I=\int dI=\int_0^m r^2dm=2\pi\sigma\int_0^a r^3dr=\frac{\pi}{2}\sigma a^4$$

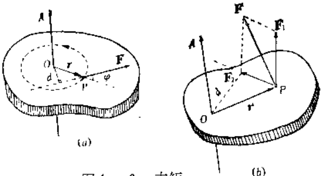
质量面密度$\sigma=m/\pi a^2$，代入上式可得

$$I=\frac{1}{2}ma^2$$

## 三、力矩 转动定律和动量矩守恒定律

### 1. 力矩

要使一个具有固定转轴的物体，从静止开始转动，必须有外力作用.实验结果表明，物体的转动不仅与力的大小有关，而且与力的作用点以及作用力的方向有关.例如，当我们打开门窗时，如果作用力与转轴平行或通过转轴，那么无论用多大的力也不能把门窗打开或关上.实验结果表明，只有与转轴既不平行、也不相交的力才能使物体转动，而且起作用的仅是该力在垂直转轴平面内的分力，如图1—6($a$)所示.力$F$在垂直转轴$OA$的平面内，力的作用点为$P$，作用线与转轴的垂直距离为$d$.实验结果表明，



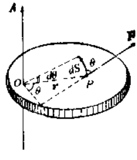




图1—6　力矩　　　　图1—7　力矩的功

$d$越大，使物体产生同样转动效果所需的力就越小。$d$称为这个力对转轴的力臂。力的大小与力臂的乘积称为力对转轴的力矩（moment of force），通常用$M$表示。即

$$M = Fd \tag{1—10}$$

在国际单位制中，力矩的单位是N·m（牛顿·米）。

设作用点离开转轴的距离是$r$（相应的矢径为$\boldsymbol{r}$），从图1—6（$a$）中可以看出，$d = r\sin\varphi$，$\varphi$是力$\boldsymbol{F}$与矢径$\boldsymbol{r}$之间的夹角，所以上式可写成

$$M = Fr\sin\varphi \tag{1—11}$$

力矩是矢量，它的方向不仅与力的方向有关，还与矢径的方向有关。在定轴转动中，力矩的方向是沿着转轴的，其指向按右手法则确定。即把右手大拇指伸直，将其余四指从$\boldsymbol{r}$（经过小于180°的角度）转向力$\boldsymbol{F}$，若大拇指所指的方向与轴的正方向一致，则力矩为正，反之力矩为负。

如果外力不在垂直于转轴的平面内，那么就必须把外力分解为两个分力，如图1—6（$b$）所示，一个是与转轴平行的分力$\boldsymbol{F}_1$，另一个是在转动平面内的分力$\boldsymbol{F}_2$。由上述可知，只有$\boldsymbol{F}_2$才能使物体转动。

2.转动定律

设刚体在力$\boldsymbol{F}$的作用下，在$dt$时间内，绕轴$A$转过一极小的角位移$d\theta$，力$\boldsymbol{F}$的作用点$P$的位移为$ds$。由图1—7可知，力$\boldsymbol{F}$所作的功为

$$dW = F\cos\theta ds = F\cos\theta \cdot rd\theta$$

因为　$M = Fr\cos\theta$，所以

$$dW = Md\theta \tag{1—12}$$

如果刚体受到许多个外力的作用，那么上式中的$M$应理解为合外力矩（即所有外力对$A$轴力矩的代数和）。根据功能原理，合外力矩的功应等于刚体动能的增量，即

$$Md\theta = dE_k = d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right)$$

刚体作定轴转动时转动惯量$I$为恒量，于是，

$$Md\theta = I\omega d\omega$$

由此可得　　$M\frac{d\theta}{dt} = I\omega\frac{d\omega}{dt}$，即

$$M = I\beta \tag{1—13}$$

上式表明，刚体对某转轴的转动惯量与角加速度的乘积，等于外力对该轴的合力矩．这就是转动定律。

将转动定律$M=I\beta$与牛顿第二定律$F=ma$相比较，不难看出，力矩、转动惯量和角加速度在刚体转动中所起的作用，分别与力、质量和加速度在质点运动中所起的作用相对应。

〔**例题1—3**〕　如图1—8所示，将细线绕在半径为$R$、质量为$m_1$的圆盘上，在线的下端拴上质量为$m_2$的物体．设圆盘可绕通过圆心的轴转动，摩擦力矩忽略不计，求物体$m_2$下落的加速度和圆盘的角加速度．

**解**：设细线的张力为$T$，物体$m_2$以加速度$a$向下运动．根据牛顿第二定律有

$$m_2g-T=m_2a$$

由于作用于圆盘的力矩$M=TR$，圆盘的转动惯量$I=\frac{1}{2}m_1R^2$，根据转动定律$M=I\beta$可得

$$TR=\frac{1}{2}m_1R^2\beta$$

滑轮边缘上任一点的切向加速度$a_t$（即重物下落的加速度$a$）和角加速度$\beta$间的关系为

$$a=R\beta$$

由以上各式可解得

$$a=\frac{2m_2g}{(m_1+2m_2)R}；\qquad \beta=\frac{a}{R}=\frac{2m_2g}{(m_1+2m_2)R^2}$$

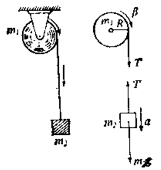



图1—8

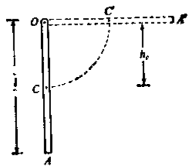



图1—9

〔**例题1—4**〕　如图1—9所示，一长为$l$、质量为$m$的均匀细棒可绕通过其一端的光滑轴O在竖直平面内转动．设细棒原在水平位置，然后使其自由落下，求摆到竖直位置时的角速度和线速度．

**解**：因为物体在运动过程中只有重力做功（摩擦力忽略不计），所以可利用机械能守恒定律来处理．我们选择细棒在水平位置时的物体机械能为

$$E=E_p=mgh_c$$

细棒摆到竖直位置时的机械能为

$$E'=E_k'+E_p'=\frac{1}{2}I\omega^2+0=\frac{1}{2}I\omega^2$$

根据机械能守恒定律，所以有$E=E'$，即

$$mgh_c=\frac{1}{2}I\omega^2$$