● 按教育部新大纲新教材同步编写（全国通用）

主编　马　超
撰文　邱继勇　等

难点互动

高一数学（上）

（试验修订本）

你的难点
我来解决

龙门书局

纸上互动平台

难点互动

高一数学(上)

(试验修订本)

主　编：马　超
撰　文：邱继勇　石　亮
张留杰　李　刚
李　兵　赵　青

龍門書局

2002

●版权所有 翻印必究●

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。【举报电话：010-64033640，13501151303(打假办)】

难点互动
高一数学(上)
(试验修订本)

主 编：马 超

撰 文：邱继勇 石 亮 张留杰 李 刚 李 兵 赵 青

责任编辑：吴浩源 田 旭

出 版 者：龍 門 書 局

发 行 者：科学出版社总发行 各地书店经销

(北京东黄城根北街16号 邮政编码：100717)

印 刷：北京双青印刷厂

版 次：2002年6月第一版

印 次：2002年6月第一次印刷

开 本：890×1240 A5

印 张：12 1/4

字 数：330 000

印 数：1—60 000

定 价：18.00元

ISBN 7-80160-451-2/G·441

(如有印装质量问题，我社负责调换)

难点互动

编委会

总 策 划：龙门书局

主　　编：马　超

执行编委：吴浩源　田　旭

编　　委：	王　昭	王　璞	王建仁
	刘翠华	冯树三	李　里
	李文杰	张其志	宋君贤
	邱继勇	范永利	杨翠芝
	郑学遐	郑令中	陈继蟾
	超曙年	娄树华	顾中行
	梁　捷	阎达伟	樊　福

策划创意：马　超　吴浩源

前言

翻开这本书，你会发现它别具一格，那就是我们为你的学习精心构筑了一个"纸上互动平台"——《难点互动》。在这套书中，课堂上学生与老师的沟通跃然纸上，这正是你每天学习中所见、所问、所听、所记并渴望所得的。

对你来说，"难点"与"互动"既熟悉又陌生。

生：什么是难点？

师：难点就是问题不容易解决的地方，是大多数同学失分的主要原因。每一节课的知识点都有其重点和难点，而在重点知识点上，存在的难点比较多。因此，在理解、掌握和运用重点知识点上，如何突破难点是影响掌握基础知识和提高成绩的关键。

难点具体可以分为三类：一是学生在认知过程中的难点，二是学生在掌握知识过程中的难点，三是学生在运用知识过程中的难点。对于不同的学生来说，他们在学习过程中碰到的难点可能会有所不同，但上述三类难点是具有普遍性的。

生：我懂了。但如何去突破难点呢？

师：通过课堂的教学行为是解决难点的主要途径。一位老师的教学语言由板书语言、口头语言和形体语言三部分组成。因此，除板书的书面语言外，教师的个性化教学口语和由形体表达出来的情感互融也极为重要。一位优秀的老师，在课堂上可以很好地将学生如何掌握知识重点和难点通过各种提示、点拨、互融式的问答或语气变化深入浅出、活灵活现地表达

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

出来，使学生与教师达到认知上互通、情感上互融和行为上互促，从而达到掌握重点、突破难点的目的

然而，45 分钟的时间毕竟是有限的，而且很多学生不会、不敢、也没有机会提问；不同水平的老师在提出问题和回答问题的技巧和水平也各不相同；优秀教师在课堂上的互动式教学的精彩场景更不可能定格在每个学生的笔记本上。我们设想，如果有一种能让互动式教学的精彩场景再现、学生在学习每一课中所想问的关键问题都能得到精彩回答的平台，而且这种平台可以很方便地让学生反复看、反复想、反复练，那么，突破难点就会在自主学习中解决了

这样的平台就是我们最新推出的“纸上互动平台”——《难点互动》

生： 通过上面的讲解，我明白了什么是难点、如何突破难点，也明白了互动就是课堂上师生间的沟通。所以，《难点互动》这套书就是运用互动的学习模式使我们能够突破难点、掌握难点，这样理解对吗？

师： 对 通过沟通，我们可以看到《难点互动》这套书具有三大特色：一是突出难点，因为在重点知识点上存在的难点比较多，所以难点一经突破，一切问题迎刃而解；二是纸上互动平台，以师生之间沟通的方式，尽揽学生想问的所有关键问题并给予精彩的解答；三是双色版式，问答、点拨一目了然

同学们，愿《难点互动》这套书能够帮助你解开学习中不容易解开的“结”——难点，愿师生互动的学习模式使你的自主学习兴趣盎然，让我们互动起来，突破难点，争取更好成绩！

《难点互动》丛书编委会

2002 年 6 月于北京

编者的话

本书以最新颁布的高中数学教学大纲为纲，以2002年出版的全国统编教材高中数学第一册(上)(试验修订本)为依据，并结合全国高考情况和高考改革趋向的信息，按节点击难点同步编写的。

生：《难点互动》高一数学每节都设置了哪些栏目？

师：有"点击难点"、"突破难点"、"突破难点综合能力训练"、"思路提示与详解"等栏目。全书后还设有"联系综合与开放"，并附有期中、期末测试题。

生：每一个栏目包括哪些内容？

师："点击难点"：列出每节的知识结构并点击出其中难点所在。

"突破难点"：要突破难点，必先理解、掌握难点，然后把它运用到解题实践中。所以，这一栏目下又分为：

A. 难点学擘：针对已点击出来的难点，采用师生互动式的学习模式，把学生在掌握难点中产生的关键问题分层次地提了出来，老师逐一进行解答，以达到理解和掌握难点的目的。

B. 难点运用：在掌握难点的基础上，分层次地精心甄选例题进行讲解。每一道题都有很强的针对性和典型性。在讲解过程中插入提示、点拨和互动学习模式，以达到熟练运用、自主解题的目的。

"突破难点综合能力训练"：精心设计A、B组针对难点的题目，强化训练，使所学知识得以巩固和提高。

"思路提示与详解"：对"突破难点综合能力训练"题进行分析与详解。

"联系综合与开放"：结合高考题的发展趋向，精心设计若干综合题、开放题进行讲解与练习，以训练、巩固对知识难点的综合运用。

正因为如此，本书具有以下特点：

1. 紧紧抓住如何突破难点这一学习的关键，以突破难点为中心，以学生实际需要为出发点，设置了上述各栏目。

2. 用师生之间沟通的互动学习模式来解决学生学习中的所有难点，提高学生解决问题的综合能力。

3. 采用双色印刷，加上随时随地的提示点拨，大大地提高学生的学习兴趣和学习效率。

祝同学们在互动学习中取得好成绩！

编　者

2002年6月于北京

目录

第1章 集合与简易逻辑

本章知识结构

- 集合与简易逻辑
  - 集合
    - 集合及其有关概念
    - 集合之间的关系
    - 集合的运算
    - （集合之间的关系、集合的运算：本单元的重点和难点）
  - 含有绝对值不等式的解法
  - 一元二次不等式
    - 四个“二次”的关系（相互转化是难点）
    - 解法（重点）
    - 分式不等式解法
    - 含参不等式解法（难点）
  - 简易逻辑
    - 逻辑联结词（“或”是难点）
    - 四种命题
    - 充分条件和必要条件（重点）

一、集合

1.1 集合　　1.2 子集、全集、补集

点击难点

1. 集合中元素的性质的理解和应用.
2. 判断、表示两个集合之间的关系.
3. 求全集中某个集合的补集.
4. 文字语言、数学语言、图形语言的相互转化.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

突破难点

A. 难点掌握

1. ❓生：你是如何理解集合中元素的确定性和互异性的？

⚫师：集合中元素的确定性有如下三条含义：

①任何一个元素与某个集合只有“属于”、“不属于”两种关系；

②凡符合条件的元素都在集合内，并且集合内的元素都满足条件；

③解决集合问题时，首先应当明确集合中的元素是什么数学对象：是数？是点？是方程？

集合中元素互异性是指：集合中的任意两个元素，无须其他说明都是不相同的．特别是利用列举法表示集合时，集合中不能有重复的两个元素．

2. ❓生：教材中给出了几种集合的表示方法？它们各有什么特点？你能说清楚吗？

⚫师：教材中给出了三种集合的表示方法：列举法、描述法和图示法．

列举法对集合中元素看得比较清楚，但某些集合不能用列举法表示；描述法中集合中元素的性质比较清楚，但抽象不易于理解和分析；图示法具有直观，可信度高的优点，是解决集合问题时常用的一种辅助手段，但若无特殊说明，一般不用图示法表示结论中的集合．

3. ❓生：在表示集合与集合之间的关系时，应注意哪些问题？

⚫师：在表示集合与集合之间的关系时，应注意：

①集合与集合之间的关系符号有：$\subseteq$、$\subset$、$\subsetneqq$、$\subsetneq$、$\subset$、$\supseteq$、$\supset$、$\supsetneqq$、$\supsetneq$、$\supset$、$=$．

②“$\subseteq$”也可以用“$\subset$”表示，“$\supseteq$”也可以用“$\supset$”表示、“$\subsetneqq$”也可以用“$\subset$”，“$\supsetneqq$”也可以用“$\supset$”．

③不要与元素与集合的关系符号混淆．特别是：$0 \in \{0\}$，$\varnothing \subsetneqq \{0\}$，而 $0=\{0\}$ 和 $\varnothing=\{0\}$ 是不正确的．

④$0 \in N$，$0 \notin N^*$，这与以前所学是不同的，应当引起足够的注意．

B. 难点运用

例 1 用列举法表示下列集合：

(1) 小于 20 且被 4 除余 3 的所有正整数．

② 两边长分别是 3 和 5 的三角形中，第三条边可取的整数值.

③ $A=\left\{x\in \mathrm{R}\ \middle|\ x=\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b}+\dfrac{|c|}{c},\ a、b、c\in \mathrm{R},\ 且\ abc\neq 0\right\}$.

④ $A=\left\{x\in \mathrm{N}\ \middle|\ \dfrac{12}{4-x}\in \mathrm{Z}\right\}$.

★分析★

用列举法表示一个集合时，要求将满足条件的元素不重不漏，不计次序的一一列举出来，写在大括号内.

①从满足条件的最小值是 3、最大值是 19 入手，再将它们逐一写出.

②从三角形任意两边之和大于第三边，且任意两边之差小于第三边入手．先得到第三边所应满足的范围，再确定具体数值.

③考虑去掉绝对值符号的条件，分别讨论 a、b、c 的正、负，确定出 x 可取值的范围．可采用树形图帮助分析，如图 1-1：

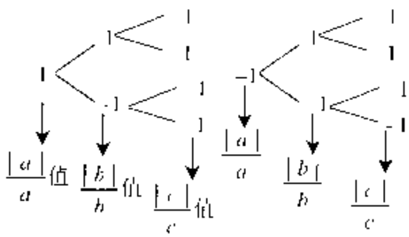

图 1-1

④题中“$\dfrac{12}{4-x}\in \mathrm{Z}$”翻译成文字语言，是“$4-x$ 能够整除 12”或“$4-x$ 是 12 的因数”，而 $12=1\times 12=2\times 6=3\times 4=(-1)\times(-12)=(-2)\times(-6)=(-3)\times(-4)$，使 $4-x$ 分别等于 12 的这些因数，就可以求出所有的 x 值.

解： ① 20 以内被 4 除余 3 的正整数中，3 是最小的，19 是最大的

所以，集合{3，7，11，15，19}为所求.

②∵ 三角形任意两边之差小于第三边，且任意两边之和大于第三边

∴ 两边分别是 3 和 5 的三角形的第三边，应当大于 2 并且小于 8

∴ 集合{3，4，5，6，7}为所求.

③解法 1：∵ $abc\neq 0$

∴ 实数 a、b、c 均不为零

∴ $\dfrac{|a|}{a}$、$\dfrac{|b|}{b}$、$\dfrac{|c|}{c}$ 只能取 1 或−1　　（分类讨论、去掉绝对值）

当 a、b、c 中有一个负数时，x 值为 1

当 a、b、c 中有两个负数时，x 值为−1

当 a、b、c 三数均为负数时，x 值为−3

当 a、b、c 均为正数时，x 值为 3

$\therefore$ 集合 $A=\{-3,\ -1,\ 1,\ 3\}$.

解法 2： 利用分析中的"树形图"，分别算出每种情况下的 x 值

$\therefore$ 集合 $A=\{-3,\ -1,\ 1,\ 3\}$.

④$\because$ $x\in \mathbf{N}$，且 $\dfrac{12}{4-x}\in \mathbf{Z}$

$\therefore$ $4-x$ 是 12 的因数　整除的性质

又$\because$ $12=1\times 12=2\times 6=3\times 4=(-1)\times(-12)$

$=(-2)\times(-6)=(-3)\times(-4)$

$\therefore$ 当 $4-x=1$ 时，$x=3$

$4-x=12$ 时，$x=-8$，舍去

$4-x=2$ 时，$x=2$

$4-x=6$ 时，$x=-2$，舍去

$4-x=3$ 时，$x=1$

$4-x=4$ 时，$x=0$

同理可得：当 $4-x$ 取−1，−12，−2，−6，−3，−4 时，x 的值分别为：

5，16，6，10，7，8　细心，不要有遗漏

所以，集合 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 16\}$.

例 2 用描述法表示下列各集合：

①二次函数 $y=x^2-2x-3$ 图象上所有点组成的集合.

②使 $\dfrac{1}{x^2+x-6}$ 有意义的实数 x 的集合.

③被 5 除余 3 的数的集合.

④第三象限和第四象限内所有点的集合.

⑤反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 中函数值 y 组合的集合.

★分析★

描述法表示集合，就是用数学符号表示集合中所有元素的共同属性. 常用的模式有以下几种(其中 P 表示共同属性，A 表示一个集合)：

①$\{x\in A\mid P\}$或$\{x\in A:\ P\}$

②$\{x \mid P\}$或$\{x: P\}$

特别注意竖线前面的 x 这里只是代表元素，它的形式根据数学内容而定.

解：①∵ 集合中的元素是函数 $y=x^2-2x-3$ 图象上的点

∴ $\{(x、y) \mid y=x^2-2x-3, x\in \mathrm{R}\}$为所求.

②∵ 使式子$\dfrac{1}{x^2+x-6}$有意义的 x 的值是除-3 和 2 以外的所有实数

∴ 集合$\{x\in \mathrm{R} \mid x\neq -3$ 且 $x\neq 2\}$为所求.

“且”字很重要!

③ ∵ 整除性是整数所具有的性质

∴ 集合：$\{x\in \mathrm{Z} \mid x=5m+3, m\in \mathrm{Z}\}$.

④ ∵ 所求集合中的元素是点，且在第三、四象限内

∴ 集合：$\{(x, y) \mid y<0$, 且 $x\neq 0, x\in \mathrm{R}\}$.

坐标轴上的点不是象限点

⑤ ∵ 函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的函数值 $y\neq 0$,

∴ 集合$\{y\in \mathrm{R} \mid y\neq 0\}$或$\{y\in \mathrm{R} \mid y=\dfrac{1}{x}\}$为所求.

例 3 设 $M=\{a+b\sqrt{2} \mid |a^2-2b^2|=1, a\in \mathrm{Z}, b\in \mathrm{Z}\}$，已知 $x\in M$，$y\in M$. 求证：①$xy\in M$；②$\dfrac{1}{x}\in M$.

★分析★

集合 M 中的元素是什么？共同性质是什么？这是首先要明确的问题，集合 M 中的元素是形如 $a+b\sqrt{2}$ 这样的一些数，其中 a、b 是整数，它们的共同属性是$|a^2-2b^2|=1$. 集合 M 中的所有元素都可以表示成 $a+b\sqrt{2}$，且整数 a、b 满足上面的等式；满足上述等式，形如 $a+b\sqrt{2}$ $(a\in \mathrm{Z}, b\in \mathrm{Z})$的数都在集合 M 中. 有了对集合 M 和 M 中元素的这些理解，再来证明这两个问题.

要证 xy 和$\dfrac{1}{x}$都在 M 中，只须证明 xy 和$\dfrac{1}{x}$都可以表示成 $a+b\sqrt{2}$ $(a\in \mathrm{Z}, b\in \mathrm{Z})$的形式，并且满足上面的等式就可以了.

证明：①∵ $x\in M$，$y\in M$

∴ 可设 $x=m+n\sqrt{2}$，$y=c+d\sqrt{2}$，其中 m、n、c、d 都是整数

且$\left| m^2-2n^2 \right|=1$，$\left| c^2-2d^2 \right|=1$

$\therefore\ xy=(m+n\sqrt{2})(c+d\sqrt{2})$

$=(mc+2nd)+(md+nc)\sqrt{2}$

先证 xy 可表示成指定形式

$\because\ m$、n、c、d 是整数

$\therefore\ mc+2nd$、$md+nc$ 是整数

又$\because\ \left| m^2-2n^2 \right|=1$，$\left| c^2-2d^2 \right|=1$

$\therefore\ \left| (mc+2nd)^2-2(md+nc)^2 \right|$

$=\left| m^2c^2+4n^2d^2-2m^2d^2-2n^2c^2 \right|$

$=\left| m^2(c^2-2d^2)+2n^2(2d^2-c^2) \right|$

$=\left| (m^2-2n^2)(c^2-2d^2) \right|$

$=1$

证明 xy 中"a"和"b"是整数，并且满足等式.

$\therefore\ xy\in M.$

②$\because\ x\in M$

$\therefore$ 不妨设 $x=m+n\sqrt{2}$，其中 $m\in \mathbf{Z}$，$n\in \mathbf{Z}$，且$\left| m^2-2n^2 \right|=1$

$\therefore\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{m+n\sqrt{2}}$

$=\dfrac{m-n\sqrt{2}}{m^2-2n^2}$

$=\dfrac{m}{m^2-2n^2}-\dfrac{n}{m^2-2n^2}\sqrt{2}$

证明 $\dfrac{1}{x}$ 可以表示成特定形式

$\because\ \left| m^2-2n^2 \right|=1$，$m\in \mathbf{Z}$，$n\in \mathbf{Z}$

$\therefore\ \dfrac{m}{m^2-2n^2}\in \mathbf{Z}$，$\dfrac{-n}{m^2-2n^2}\in \mathbf{Z}$

证明 $\dfrac{1}{x}$ 中的"a 和 b"是整数，并且满足等式

$\left| \left(\dfrac{m}{m^2-2n^2}\right)^2-2\left(\dfrac{n}{m^2-2n^2}\right)^2 \right|$

$=\dfrac{\left| m^2-2n^2 \right|}{(m^2-2n^2)^2}$

$=1$

$\therefore\ \dfrac{1}{x}\in M.$

例 4 已知：$M=\{1,\ 1+d,\ 1+2d\}$，$N=\{1,\ q,\ q^2\}$，且 $M=N$，求实数 d 和 q 的值.

★分析★

用列举法表示的集合中的各元素是互不相等的，所以，M 中的 $d\neq 0$，N 中的 $q\neq\pm1$，且 $q\neq 0$. 集合相等是指两个集合中的元素完全相同、依据这个性质我们可以得到关于 d 和 q 的方程组.

解： $\because$ 集合中的元素不能重复

$\therefore$ $d\neq 0$，$q\neq\pm1$ 且 $q\neq 0$

又$\because$ $M=N$

$\therefore \begin{cases}1+d=q\\1+2d=q^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1+d=q^2\\1+2d=q\end{cases}$

解方程组 $\begin{cases}q=1+d\\q^2=1+2d\end{cases}$，得 $\begin{cases}d=0\\q=1\end{cases}$

不符合集合的条件，舍去

解方程组 $\begin{cases}q=1+2d\\q^2=1+d\end{cases}$，得 $\begin{cases}d=-\dfrac{3}{4}\\q=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}d=0\\q=1\end{cases}$

舍去 $d=0$，$q=1$

$\therefore$ d 的值为 $-\dfrac{3}{4}$，q 的值为 $-\dfrac{1}{2}$.

例 5 设全集 $I=\{2,\ 2a,\ 1-a\}$，$A=\{2,\ a^2-a+2\}$. 若 $\complement_I A=\{-1\}$，求实数 a 的值.

★分析★

A 在 I 中的补集是由在 I 中而不在 A 中的元素组成的集合，所以，$\complement_I A$ 中的元素-1 只能是 $2a$ 或 $1-a$、由此可以得到 a 值. 但是还要代入集合 I 和 A 中，验证是否满足题中条件.

解： $\because$ $I=\{2,\ 2a,\ 1-a\}$，$A=\{2,\ a^2-a+2\}$

$\complement_I A=\{-1\}$

$\therefore$ $2a=-1$，或 $1-a=-1$ （为什么？）

当 $2a=-1$，即 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com