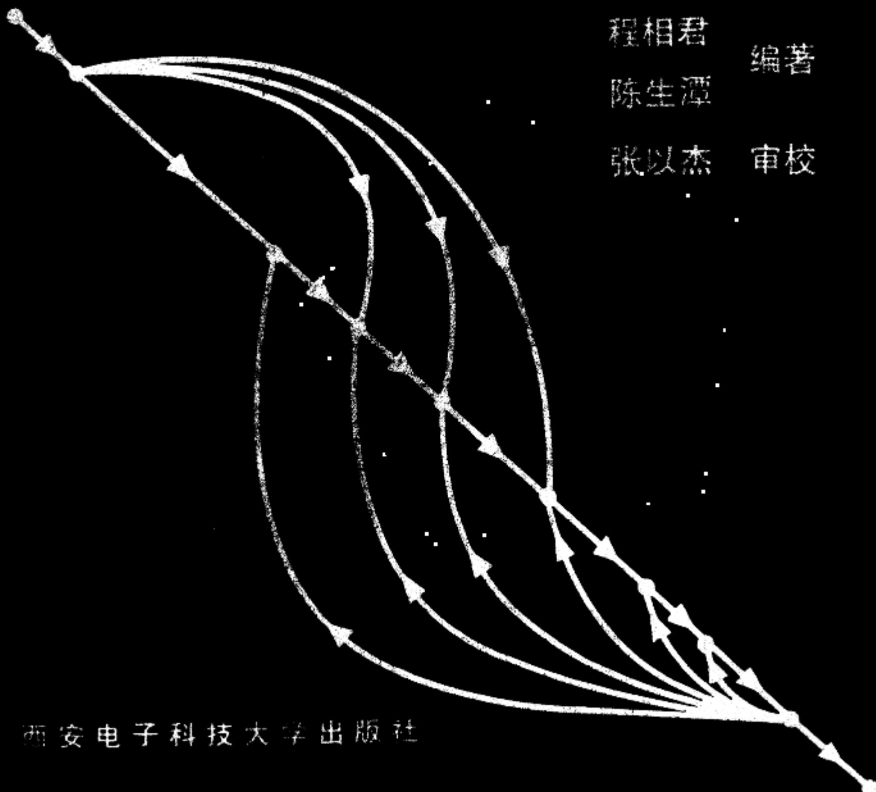
高等学校教材

信号与系统



程相君
陈生潭 编著
张以杰 审校

西安电子科技大学出版社

序

《信号与系统》在很多学术领域中，都是一门十分重要的基础理论课程。虽然它的很大一部分内容已发展得十分完备，但是，随着科学技术的发展和人类对事物认识的不断深化，这门课程不仅在内容方面不断扩大：由连续系统扩展到离散和数字系统，从单输入、单输出扩展到多输入、多输出系统；而且在研究方法方面也由着眼于系统的外部响应，以输入–输出描述法为基础的频率域分析法和时间域分析法，发展到深入研究系统内部状态变化的状态空间分析法。同时，在信号分析方面也进一步运用到一些更加深入和严密的数学概念，如广义函数等。总之，较之五、六十年代的水平，这门课程无论在深度方面，还是在广度方面都大大向前发展了。

另一方面，由于这门课程一般是在大学二年级开设的，学生要掌握好本课程内容，会受到数学知识和有关专业知识，尤其是信息传输和加工等方面实际知识不足的局限。因此，要使这门对学习后续课程影响十分深远的课程能较好地为学生所掌握，并能灵活运用，编写一本内容充实而又适度，深度恰到好处的教材是十分关键的。

本书作者程相君和陈生潭同志，在西安电子科技大学长期担任这门课程的教学工作，并多次编写和翻译过有关教材。这次他们根据在教学过程中积累的丰富经验，并参阅了较多的国内外成功的教材和专著，编写了这本教材。在编写过程中，作者遵循人们对事物认识的规律，首先从科学发展和实践需要出发，结合严格的数学定义，阐明研究线性系统的必要性、可行途径和条件，并由此引出基本信号的概念和相应的信号分析方法。在阐述过程中，除给出严密的定义和推导外，还明确地指出和强调了各种方法之间的联系和差异、运用条件和场合以及各自的局限性。同样，在随后的系统分析讨论中，也是先易后难逐步深化的，先连续时间系统后离散时间系统，先古典分析法后状态空间分析法。同时，对问题的阐述着重对比说明，避免了概念上的重复。本书在行文和编排上，注意明确结论，突出重点，为学生和其他读者自学提供了方便。我相信这次尝试将是成功的，本教材的出版必将有助于推动对本门课程的深入研究和学习。

张以杰

1989.9.19.

前　言

近 30 年来，随着微电子技术的迅速发展和电子计算机的广泛应用，系统理论的基本概念和研究方法几乎毫无例外地进入了电子科学技术领域的各个学科，包括网络理论、通信工程、信息工程、自动控制以及计算机技术等学科。不同学科之间相互影响、相互渗透、相互促进、共同发展是现代科学技术发展的重要特点。实际上，系统理论的引入已经使上述学科发生了深刻的变化。新概念、新理论、新方法和新技术的大量涌现，推动了电子科学技术的巨大发展。《信号与系统》就是在上述学科发展基础上建立起来的一门新的理论课程，目前已成为电子科学技术领域各学科的共同理论基础课程。课程的主要任务是研究信号和线性系统理论的基本概念和基本分析方法。

本书的基本构思是：

(1) 全书由连续篇(连续时间信号和连续时间系统)和离散篇(离散时间信号和离散时间系统)两部分组成。每篇的主体内容按照先信号分析后系统分析，先时间域分析后变换域分析，先输入–输出分析后状态空间分析的方式进行论述。这样，连读时间系统理论与离散时间系统理论之间，既保持了体系上的相对独立，又体现了内容上的并行特点。离散篇讨论采用与连读篇对照的方法进行，以避免概念阐述上不必要的重复。同时，也有利于学生对离散篇内容的理解和掌握，以及对连读篇内容的回顾和深化认识。

(2) 采用统一观点和方法阐述课程内容。我们认为，线性系统分析的理论依据是信号的分解特性和系统的线性特性。实现线性系统分析的统一观点和方法是：任何实际信号都可以分解成众多基本信号分量的线性组合；线性系统对任一输入信号的响应可以看成是系统对众多基本信号分量分别作用时响应的叠加；不同的信号分解方式将导致不同的系统分析方法。由此可见，无论是连续时间系统的时间域、频率域和 S 域分析法，还是离散时间系统的时间域和 Z 域分析法，它们在本质上都是"时间域"的，从而不难驱除关于变换域分析的神秘感。实践表明，这种统一观点的处理方法，使学生对本课程中许多抽象概念的理解和分析方法的掌握变得规范化和简单化了。

(3) 鉴于冲激函数、阶跃函数等广义函数在本课程中的重要地位，因此给以严格的数学定义是必要的。书中对分配函数的概念和性质作了简要介绍，并从分配函数观点出发讨论了冲激函数及其性质。此外，在状态空间分析中引入了状态模型概念，以便使状态空间方程一般形式的引出更为合理。

全书共十四章。第一章是绪论，介绍了信号与系统的一般概念和特性；第二至第六章集中讨论了连续时间信号的分解理论，将传统的卷积积分、傅里叶变换、拉普拉斯变换统一归结为实现信号分解的数学工具；第七至第十章给出了连续时间系统传统的和近代的分析方法，其中第七至第九章内容是与第三至六章内容相对应的，以便把信号分解方式与系统分析方法之间的关系清楚地展现在读者面前。第十一至第十三章讨论了离散时间信号的分析理论和离散时间系统的分析方法；第十四章讲述了混合系统的分析方法，它是连续时间系统和离散时间系统的综合应用，也是为适应计算机的广泛应用而编写的内容。每章末编有一定数量的习题，主要用以检验、理解基本概念和熟练分析方法。书末附有部分习题答案供参考。书中标有"*"号的内容为选学内容。

本书第一至第九章和第十四章由程相君同志执笔，第十至十三章和附录由陈生潭同志执笔。全书由张以杰教授主审。在本书的编写过程中张以杰教授和李纪澄副教授给予了许多有益的指导和具体的帮助，在此特向他们致以衷心的谢意。

由于作者水平有限，书中有不妥甚至错误之处，敬请读者批评指正。

作　者
于西安电子科技大学
1989 年 9 月

目　录

第一章 绪 论

1.1 消息、信息和信号

消息(Message)这一概念，对我们来说并不生疏，但是，在日常生活中，我们对消息的认识，还停留在感性认识阶段，要给消息下一个确切的定义，可不是件容易的事情．所谓消息，指的是通信系统的传输对象，说得形象一点，通信系统是一种传输系统，只不过它所传输的不是别的，而是消息．比如说，在电报中，电文是消息；在电话中，声音是消息，在电视中，图象是消息；在雷达中，目标的距离、高度、方位等参量是消息；在遥测和遥控系统中，一些测量的数据和指令是消息；如此等等．

消息给予受信者的新知识称为信息(Information)．受信者接受消息的目的是为了获取其中的信息．

信号(Signal)是指消息的负载者，它是反映消息的一种表现形式，或者说，信号是一种与物理系统状态有关的、随时间变化的量．这里的关键是随时间变化．例如．反映人体心血管状态随时间变化的心电图是信号，反映人声带振动状态的声音是信号，等等．不随时间变化的量不能构成信号．不妨设想一下，教师在给学生上课时，教师把全部时间都用来不停地念一个音符，这样一堂课能给学生一些什么新的知识?! 又例如，交通信号灯的光色不随时间变化，又将会导致什么样的后果?! 所以，作为能使受信者从消息中获取某些信息的信号，最终必定是一种随时间变化的量．在数学上，可以将信号视为以时间 t 为独立变量的函数，可记为$f(t)$、$y(t)$、$g(t)$、$h(t)$等．

1.2 信号的名称

1.2.1 正弦波信号

设 A、ω 和 θ 为与时间 t 无关的常数，t 定义在$(-\infty, \infty)$区间上，我们把用

$$f(t) = A\sin(\omega t + \theta)$$

表示的信号称为**正弦波信号**(Sinusoidal Signal)．式中，A 称为**振幅**(Amplitude)，ω 称为**角频率**(Angular Frequency)，θ 称为**相位**(Phase)．正弦波信号示于图 1.1．

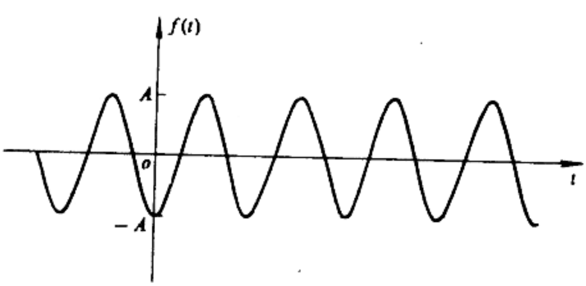


图 1.1 正弦波信号

1.2.2 脉冲信号

如果一个信号$f(t)$，它的能量集中在某一短的时间区间内，则称它为脉冲信号(Pulsc Signal)。更一般地说，包括脉冲信号在内，如果$f(t)$的平方积分满足下式：

$$0<\int_{-\infty}^{\infty} f^{2}(t)dt<\infty \tag{1.1}$$

则称$f(t)$为孤立波。在图 1.2(*a*)～(*d*)中所示的信号都是孤立波。

$$f(t)=\begin{cases} A & t_1<t<t_2 \\ 0 & t<t_1,\ t>t_2 \end{cases}$$

$$f(t)=\begin{cases} A\sin\omega_0 t & t_1<t<t_2 \\ 0 & t<t_1,\ t>t_2 \end{cases}$$

$$f(t)=e^{-\alpha t} \quad \alpha>0$$

$$f(t)=te^{-\alpha t}\sin\omega_0 t \quad \alpha>0$$

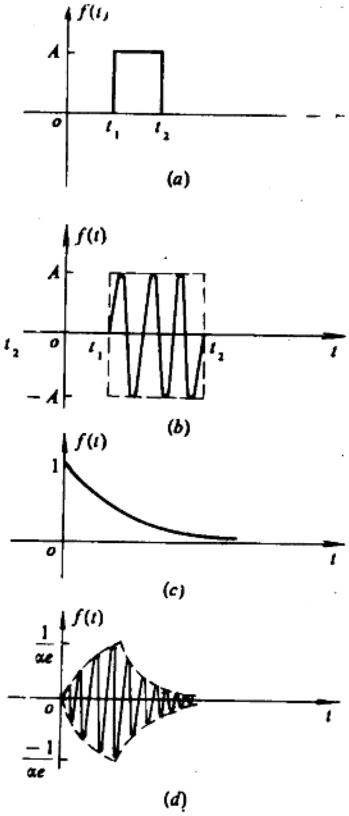


图 1.2 孤立波

显然，图 1.1 所示的正弦波不满足式(1.1)，所以正弦波不是孤立波。同样，若定义单位阶跃信号为

$$U(t)=\begin{cases} 1 & t>0 \\ \dfrac{1}{2} & t=0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

则它也不是孤立波。

当$f(t)$表示的是电压、电流时，$f(t)$的平方积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt$$

可解积为$f(t)$在单位电阻上消耗的能量。所以，物理上能量有限的波也可以说成是孤立波。

1.2.3 周期信号

一个信号$f(t)$，若在$(-\infty, +\infty)$区间上，对于最小的一个正常数 T，有

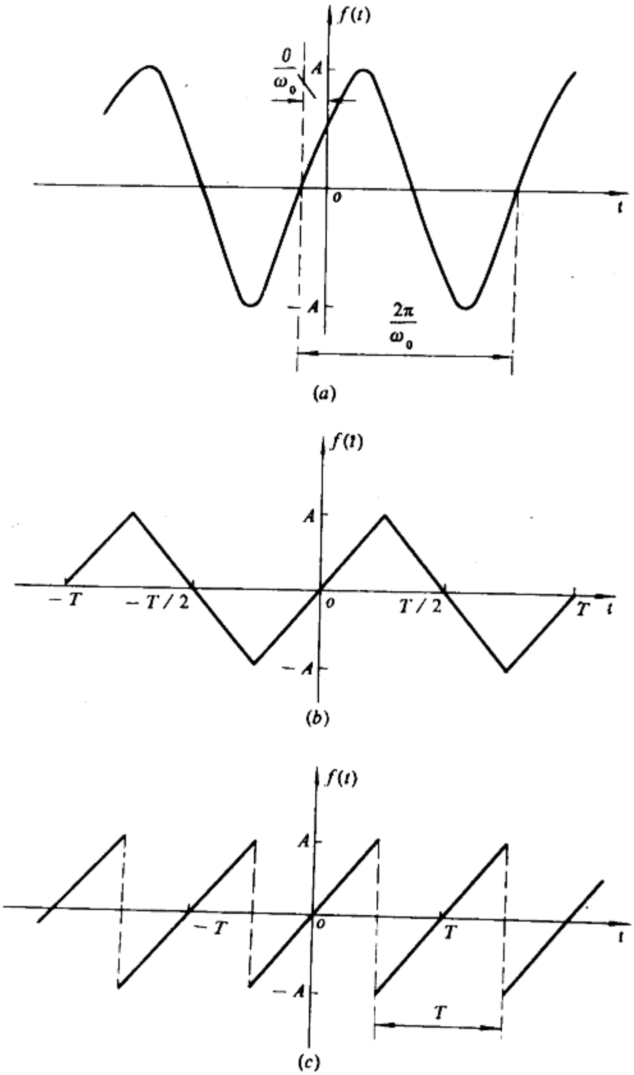


图 1.3 周期信号

$$f(t+nT)=f(t) \qquad n=0, \ \pm 1, \ \pm 2, \cdots \tag{1.2}$$

此时，称$f(t)$为周期信号(Periodic Signal)，T 称为周期(Period)。在图 1.3 中的信号$f(t)$都

是周期信号。

周期信号$f(t)$的平均值定义为

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt \tag{1.3}$$

周期信号的方均值定义为

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)dt \tag{1.4}$$

1.2.4 概周期信号

包含周期信号在内，在更广泛的意义上可以定义**概周期信号**(Almost-Periodic Signal)。通常，我们把有限个周期信号的和称为概周期信号。

周期信号本身也是概周期信号，但是，概周期信号不一定是周期信号。例如

$$f(t) = \sin t + \sin\sqrt{2}\,t$$

按照定义它是概周期信号，但它不是周期信号。

概周期信号经常出现在已调信号或含有非线性器件的振荡系统中。

现在考虑由两个振幅都为 A，角频率分别为ω_1和ω_2，相位分别为θ_1和θ_2的正弦波(见图 1.4(a)和(b))合成的概周期信号：

$$\begin{aligned}A(t) &= A\cos(\omega_1 t + \theta_1) + A\cos(\omega_2 t + \theta_2)\\ &= 2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t + \frac{\theta_1-\theta_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t + \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)\end{aligned}$$

这样的$f(t)$称为已调波(Modulated Wave)，式中：

已调波的包络线为

$$2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t + \frac{\theta_1-\theta_2}{2}\right)$$

已调波的载波为

$$\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t + \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)$$

已调波波形如图 1.4(c)所示。

概周期信号的平均值和方均值分别定义如下：

概周期信号$f(t)$的平均值：

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt \tag{1.5}$$

概周期信号$f(t)$的方均值：

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)dt \tag{1.6}$$

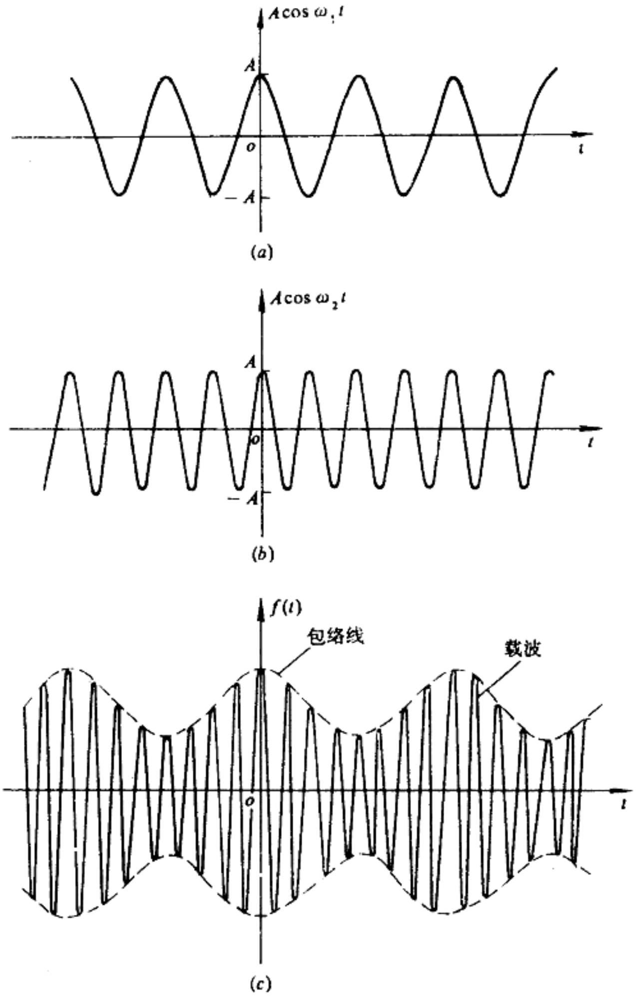


图 1.4　两个正弦波合成的已调波

1.2.5　随机信号

前几节所述信号，无论是脉冲信号，还是概周期信号，它们都可以用确定的函数来描述．它们的共同特点是信号的未来值是可以预测的，所以把这些信号统称为**确知信号**．对于通信的目的来说，传送确知信号是无意义的，因为收方能预知发方发送的是什么信号，这就失去了通信的意义，可以预测的信号是不会给收信者带来任何信息的．实际通信中有意义的信号应该是不能或无法预测其未来值的信号．我们把不能预测未来值的信号称为**随机信号**(Random Signal)。随机信号的描述及其分析必须用到统计性质和概率论的知识，它将在有关专门课程中研究，本书不再涉及。

1.2.6 具有其它特色的信号

除了正弦波信号、脉冲信号、概周期信号、周期信号、随机信号之外，还经常碰到一些具有其它特征的信号，下面分别叙述之。

1. **带限信号**

在第五章我们将看到：任何一个信号$f(t)$都可以分解成许许多多不同振幅、不同角频率、不同相位的正弦波的线性组合。如果在这种分解中不包含ω_m(ω_m为某一正常数)以上的角频率成分的正弦波时，则称$f(t)$为**带限信号**(Band-Limited Signal)。

2. **时限信号**

若一信号$f(t)$，在某一有限区间(t_1, t_2)之外恒为零，则称其为**时限信号**(Time-Limited Signal)。

3. **能量有限信号**

对于正的常数K，若信号$f(t)$的平方积分满足

$$0 < \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt < K < \infty \tag{1.7}$$

则称$f(t)$为**能量有限信号**。如果$f(t)$代表的是电压或电流，则$f(t)$的平方积分代表$f(t)$在单位电阻上消耗的全部能量，这就是"能量有限"名称的来由。

根据式(1.1)，从广义上说，孤立波信号是能量有限信号。

4. **振幅受限信号**

任意信号，当它加在具有饱和特性的非线性器件上时，其输出波形$f(t)$在$(-\infty, \infty)$区间上经常对于饱和值$K>0$，有

$$|f(t)| < K$$

我们把这种在幅度上有上限的信号称为**振幅受限信号**，简称**幅限信号**。

5. **复指数信号**

复指数信号在网络理论、线性系统理论等中起着重要的作用。设σ、ω为实数，用复数角频率$s=\sigma+j\omega$表示的取复数值的信号e^{st}称为**复指数信号**。若使用s的共轭值$s^*=\sigma-j\omega$，则e^{st}的实部和虚部分别由下式给出：

$$e^{\sigma t}\cos\omega t = \frac{e^{st}+e^{s^*t}}{2}$$

$$e^{\sigma t}\sin\omega t = \frac{e^{st}-e^{s^*t}}{2j}$$

图1.5中给出了复数角频率s和复指数信号e^{st}的实部$e^{\sigma t}\cos\omega t$之间的对应关系：$\omega=0$时为单调指数函数$e^{\sigma t}$；若$\omega\neq 0$，则在$\sigma=0$时为正(余)弦波$\cos\omega t$，在$\sigma>0$范围内为随时间增长的正弦波，在$\sigma<0$范围内为随时间减小的正弦波。

引入这种取复数值的信号的最大优点是：信号用复数s的函数来表示，便于应用复变函数理论来分析信号。

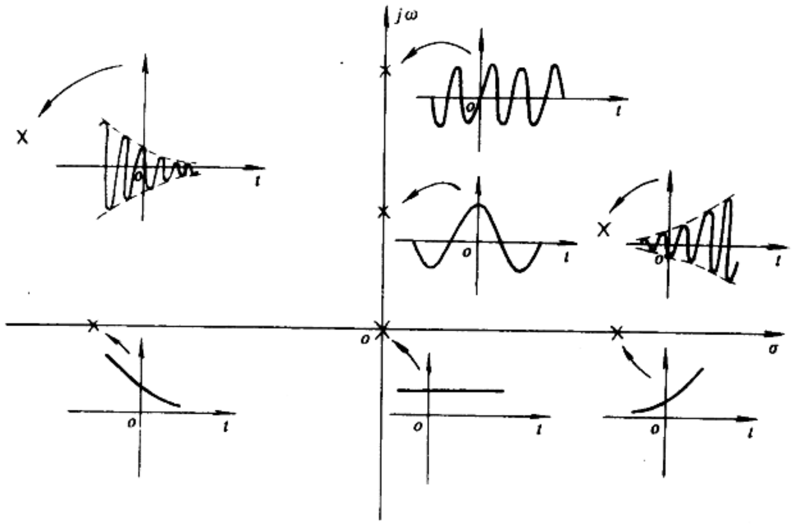


图 1.5　复指数信号的实部与 s 的关系

6. 模拟信号

模拟信号(Analog Signal)是指：在规定的连续时间内，信号的幅值可以取连续范围内的任意数值。这样的连续时间函数所表示的信号就是模拟信号。例如，正弦波以及由传感器所产生的一些信号都属于模拟信号。"模拟"这个名词显然是从模拟计算演变出来的。

7. 连续时间信号

连续时间信号(Time Continuous Signal)是指在连续时间范围内所定义的信号，但信号的幅值可以取连续数值，也可以取离散数值。模拟信号只是连续时间信号的一个特例。实际上，"连续时间信号"与"模拟信号"这两个名词可以相互通用，并且经常用来说明同一信号。因为"模拟"与"模仿"容易混淆起来，所以在多数情况下采用"连续时间信号"为宜，只有当与"数字"相提并论时，才用"模拟"这个术语。

顺便指出：**量化**这个术语，是指利用一组数值来表示变量的过程；所谓**量化变量**实际上就是一组不同的数值。

在图 1.6(a)和(b)中的 $f(t)$ 都是连续时间信号的例子。图(b)中的信号 $f(t)$ 在时刻 t_0 上不

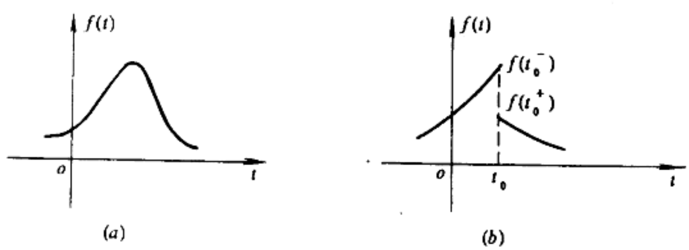


图 1.6　连续时间信号的例子

连续．一般来说，为了强调这一不连续性，特把具有不连续点的连续时间信号称为不连续信号(Discontinuous Signal)。

8. 离散时间信号

离散时间信号是指：在一组特定的时间下表示函数数值的信号．也就是说，作为独立变量的时间 t 被量化了．如果离散时间信号的幅值取连续值，则有时又称为抽样数据(Sampled-Data)信号．抽样数据信号可以理解为在离散时间下对模拟信号的抽样．

9. 数字信号

数字信号(Digital Signal)是在时间上和幅值上都经过量化的信号．数字信号总可以用一序列的数来表示，而每一个数又可用有限个数码来表示．

离散时间和数字这两个术语在实际应用中经常是指同一种信号．关于离散时间信号的一些理论也适用于数字信号，所以这两个术语无需严格区分．一般说来，"离散时间"这个词多用于理论问题的讨论，而"数字"这个词更习惯用于讨论硬件和软件设备．

10. 奇异信号

不连续信号$f(t)$在不连续点上的微分 df/dt 取值不定，处理起来很不方便，为了避免这一不便，引入奇异信号(Singularity Signal)。奇异信号一般是指单位阶跃函数$U(t)$及其各阶导数或积分所代表的信号．这里提到的单位阶跃函数$U(t)$定义为

$$U(t) \triangleq \begin{cases} 1 & t>0 \\ \dfrac{1}{2} & t=0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

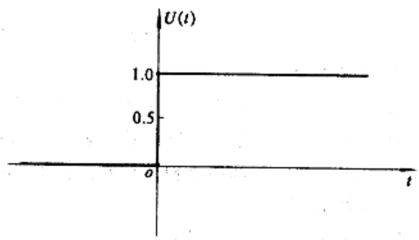


图 1.7 单位阶跃信号

如图 1.7 所示．关于奇异信号将在第四章中详细讨论。

在图 1.8 中，图(a)和(b)中的$f(t)$是连续时间信号；图(a)中的$f(t)$也是模拟信号；图(c)和(d)中的$f(t)$是离散时间信号；图(c)中的$f(t)$又称为抽样数据信号；图(d)中的$f(t)$又称为数字信号；图(e)和(f)中的$f(t)$是奇异信号。

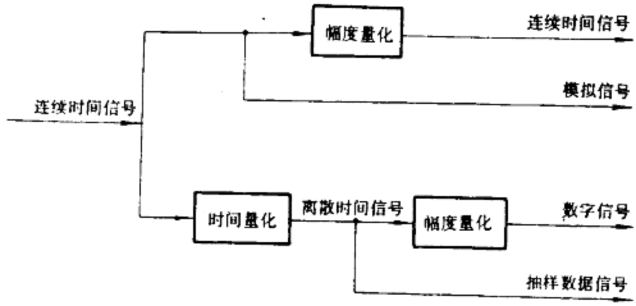
为了便于读者记忆，这里我们将连续时间信号、模拟信号、离散时间信号、数字信号和抽样数据信号之间的区别和联系小结如下：

连续时间信号，它的幅值可以是被量化了的，也可以取连续值．当幅值未被量化，即可以取连续值时，又可称为模拟信号．

连续时间信号，若在时间上被量化，即只取离散时刻，则称为离散时间信号。

离散时间信号，它的幅值可以是被量化了的，也可以取连续值．前者称为数字信号，后者称为抽样数据信号。

上述小结可用简图表示如下：



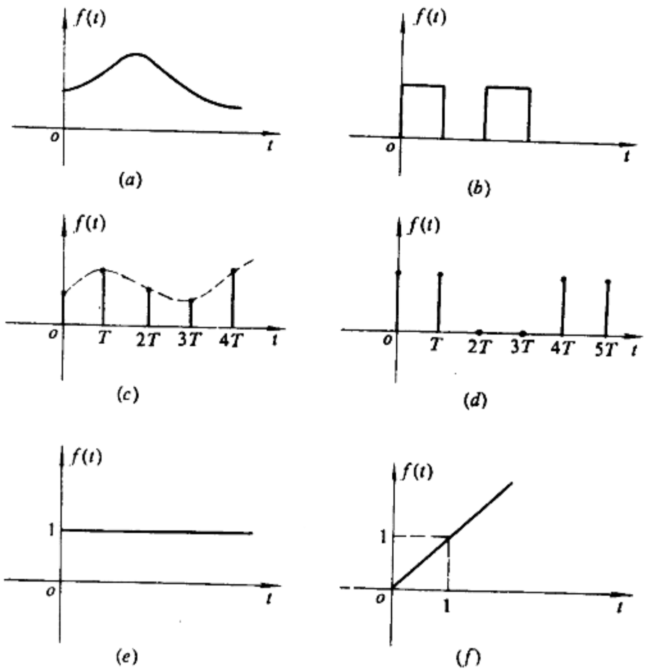


图 1.8 各种信号

11. 因果、反因果信号

我们把 $t<0$ 时 $f(t)=0$ 的信号 $f(t)$ 称为因果信号。相反地，把 $t>0$ 时 $f(t)=0$ 的信号 $f(t)$ 称为反因果信号。

1.3 系统的表示

所谓系统(System)，是指由若干组成部分相互联系在一起完成某种功能的有机整体。它的组成部分，可以是电子、机械、控制等方面的物理实体，也可以是社会、经济、管理等方面的非物理实体。系统的功能可以通过对施加的一组激励信号(称为输入信号)所呈现