

与人教版九年义务教育最新修订本教材同步

未来基础教育研究中心 策划

初二代数 (上册)



名师三导

学·练·考

课堂达标训练与
考试高分突破

名师指导

科学学习的方法

LIAN

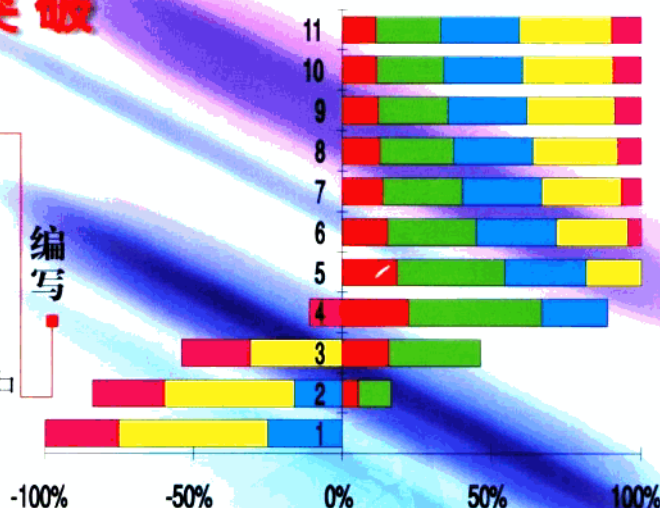
KAO

解题应试的技巧

运用知识的能力

- 西工大附中
- 华师大附中
- 陕师大附中
- 黄冈中学
- 北师大附中
- 西安交大附中

编写



未来出版社

前言

《名师三导——学练考》丛书是未来基础教育研究中心的教育专家们经过广泛的调查和深入的研究,创新策划并组织国内诸多名牌中小学的优秀骨干教师,精心撰写、全力打造的品牌助学读物。

我们编写这套丛书的目的就是帮助学生充分挖掘自身的潜能,减轻沉重的学业负担和考试压力,增长知识,增长智慧,增长才干,使身心都得到健康和谐的发展,真正成为适应新世纪日趋激烈的竞争和挑战的优秀人才。

今天的中小学生能否成为适应未来社会发展需要的人才,不仅是每位家长关心的问题,也是我们社会关注的焦点。我们认为,在基础教育阶段,每一个孩子都有权利得到同等水平、同等质量的教育。然而,由于种种主客观原因,并不是每一个孩子都能够充分享受同样的权利。于是,望子成龙、盼女成凤的家长们,都不遗余力地要让自己的孩子进“名校”、上“重点”,但实际上,能够进“名校”、上“重点”的孩子毕竟只是少数,这种严酷的现实给许多家庭和孩子都造成了沉重的负担和压力。我们认为,“名校”之所以能成为“名校”的重要原因之一,就是它有更多的“名师”。因此,我们竭诚聘请了众多“名校”中的“名师”来担纲撰写这套丛书,就是希望把他们多年的教学和科研成果——他们的智慧、才学、经验的结晶贡献出来,让更多的孩子能够共享。换句话说,我们希望通过这套丛书,更多的孩子能够得到“名师”的指点,而这也正是《名师三导》丛书命名的含义所在。因此,这套丛书不仅在体例构架上,而且在内容上都突出和强调了一个“导”字。

首先是“导学”。我们认为,中小学生需要学习一些基本的知识,但是,我们不赞成死记硬背的学习方式,反对传统的“填鸭式”的教学模式。因此,我们的导学注重启发式的点拨,注重指导中小学生逐步掌握科学的学习方法。只有这样,学生才能够学得活、学得深、学得透,才能够将知识转化为能力,“学以致用”;也只有这样,学生才能够提高学习效率,从而使学习不再成为一种负担。

其次是“导练”。我们认为,学生不管是学习知识还是技能,都离不开一定的训练。然而,许多教师对学生的训练都采用的是“题海战术”,大量重复、烦琐、枯燥的

习题作业,并不能起到良好的训练效果,只能让学生苦不堪言,丧失对学习的兴趣。因此,这套丛书的“导练”部分,注重的是科学性、合理性和有效性,所有的习题都是精选精编的,具有典型性和迁移性;习题的编排由浅入深,从易到难,分层递进,符合科学的学习规律和学生的认知水平;而“练”中有“导”,则强化了训练的针对性和目的性,避免了训练的随意性和盲目性。导练的文字,采用的是要言不烦的夹注点评,既有思路点拨,又有方法指导和规律总结,使学生能够举一反三,触类旁通,实现由知识到能力的过渡。这部分内容也可以说是“导学”内容的深化、细化。

再次是“导考”。我们不是“应试教育”的拥护者,但科学合理的考试还是不可少的。学校的教学质量,学生的学习效果,目前还都要靠各种形式的考试来检验。更何况,我们的学生都将要面临各级各类的选拔性考试,如何在激烈的竞争中胜出,无疑是学校、教师、家长、学生共同关注的一件大事。我们不回避这一现实。这部分题型都是按照最新的考试要求仔细挑选、精心设计的,并在针对性训练中给予具体有效的指导,目的就是帮助我们的读者能在考试中最大限度地发挥出自己的水平,考出自己最好的成绩!

最后,这套丛书的各册之后,都附有准确详尽的答案,并突出了“导”的功能,对重点难点考点习题,都给予解题的提示或指导,以便于学生自学和老师家长辅导。

本丛书从策划、编写到出版,都倾注了我们巨大的心血,但容或还有不足之处。本着“一切为了读者”的服务理念,我们诚恳地希望广大读者给我们提出宝贵的意见和建议,以便我们重印时修改完善。

[丛书编委会

[2002年6月

目录 MULU

第八章 因式分解

1

第一单元：提公因式法

导学：知识要点导引	(1)
导练：同步达标训练	(1)
导考：高分突破训练	(7)

第二单元：运用公式法

导学：知识要点导引	(8)
导练：同步达标训练	(8)
导考：高分突破训练	(16)

第三单元：分组分解法

导学：知识要点导引	(18)
导练：同步达标训练	(18)
导考：高分突破训练	(24)

第九章 分式

27

第一单元：分式与分式的基本性质

导学：知识要点导引	(27)
导练：同步达标训练	(27)
导考：高分突破训练	(33)
期中测试题	(35)

第二单元：分式的乘除法

导学：知识要点导引	(38)
导练：同步达标训练	(38)
导考：高分突破训练	(46)

第三单元：分式的加减法

导学：知识要点导引	(48)
导练：同步达标训练	(48)
导考：高分突破训练	(56)

第四单元：含有字母系数的一元一次方程

探究性活动： $a=bc$ 型数量关系

导学：知识要点导引	(59)
导练：同步达标训练	(59)
导考：高分突破训练	(66)

第五单元：可化为一元一次方程的分式方程及其应用

导学：知识要点导引	(68)
导练：同步达标训练	(68)
导考：高分突破训练	(76)
期末测试题	(79)
参考答案及提示	(83)

第八章 因式分解

第一单元 提公因式法



导 练

——同步达标训练

(一)

[90 分钟]

一、判断题:

1. 把一个多项式分解为几个因式积的过程叫因式分解. ()
2. 多项式 $3x^2-9x$ 的公因式是 x . ()
3. $(a-b)^3=-(b-a)^3$. ()
4. 因式分解 $x^2+1=x(x+\frac{1}{x})$. ()
5. 一个多项式的各项一定含有公因式,也一定含有因式. ()

二、填空题:

1. 提公因式法分解因式,就是如果多项式的各项有 _____,可以把这个 _____ 提到 _____,将多项式写成 _____ 的形式.
2. 提公因式的方法是:系数取 _____,字母取 _____,字母的指数取 _____.
3. 多项式 $ab-ab^2+a^2b$ 的公因式是 _____,因式分解结果为 _____.
4. $-3axy+6bx^2y-9c^2xy=-3xy(\underline{\hspace{2cm}})$
 $\quad\quad\quad =3xy(\underline{\hspace{2cm}})$
5. 已知 $(x+2)(x-2)=x^2-4$,则因式分解 $x^2-4=\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 多项式 $6m^2n-222m$ 的公因式是 _____.



导 学

——知识要点导引

核心知识导引

学习本单元要求了解因式分解的意义,会运用提公因式法对多项式进行因式分解,且熟练掌握其中的一些解题技巧.

1. 因式分解:把一个多项式化为几个整式乘积的形式,叫做把这个多项式因式分解.因式分解与整式乘积是互逆变形:

$$\begin{array}{ccc} mx+mb+mc & \xrightarrow{\text{因式分解}} & m(a+b+c) \\ \text{多项式} & & \text{整式乘法} \quad \text{整式的乘积} \end{array}$$

2. 公因式:若多项式中各项都含有一个公共的因式,此因式就叫做这个多项式的公因式.

3. 确定公因式:通常用以下三步来确定多项式的公因式:首先确定系数,公因式的系数应取各项整数系数的最大公约数,再确定字母部分,即各项相同的字母,其指数取最低次幂,最后将它们相乘作为多项式的公因式.

4. 提公因式法:如果

多项式的各项有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,我们把这种分解因式的方法,叫做提公因式法.

5. 确定另一个因式:

用原多项式除以公因式所得到的商式作为另一个因式.因为

原多项式=公因式×原多项式除以公因式所得商式.

6. 因式分解的结果要求:

①没有大括号和中括号;

②每个因式中不能有同类项,如果有则需要合并同类项;

③合并同类项后要注意能否再分解;

④单项式因式应写在多项式因式的前面;

⑤每个因式第一项系数一般不为负;

⑥相同因式应写成幂的形式.

思维方法导析

运用提公因式法进行分解因式时,一般考察以下几个问题,我们针对这些问题作出如下分析.

1. 要分解的多项式首项为负号的问题,一般有两种处理方法,第一种是先提负号再分解因式.第二种是如果多项式中有正号项,可将其与第一项交换位置,使第一项变为正号,再进行因式分解.

7. 如果多项式 x^2+mx-6 可以分解因式 $(x-2)(x+3)$, 则 m 的值为 _____.

8. 当 $x=$ _____ 时,多项式 $7abcx-14a^2bc-21ab^2c$ 的值为零.(其中 abc 均为正数)

9. 因式分解: $a^3b^3+a^2b^2+ab^2+a^2b+ab=$ _____

10. 利用提公因式法简便计算:

$$88.88 \times 88 + 12 \times 88.88 = \underline{\hspace{2cm}}$$

三、选择题:

1. 下列各式从左到右的变形中,属于因式分解的是 ()

A. $(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$

B. $x^2+2x+2=x(x+2)+2$

C. $x^2+3x+4=(x+2)^2$

D. $(x+2)^2=x^2+4x+4$

2. 下列各式因式分解错误的是 ()

A. $a^2b-b^2a=ab(a-b)$

B. $x^3+1=(x+1)(x^2+x+1)$

C. $mx+my+nx+ny=(m+n)(x+y)$

D. $4x^3+2x^2=2x^2(2x+1)$

3. 将多项式 $ab^2c^2-7a^2b^2c^2+7a^3bc^3$ 分解因式时,应提取的公因式是 ()

A. abc^2

B. $7a^2bc^2$

C. $7abc^2$

D. ab^2c^2

4. 如果多项式 x^2+mx+n 分解因式为 $(x-3)(x-4)$ 则 m, n 的值是 ()

A. $m=-7, n=-12$

B. $m=-7, n=12$

C. $m=7, n=12$

D. $m=7, n=-12$

5. x^2+y^2 是哪个多项式的因式 ()

A. x^4+y^4

B. x^2+y^3

C. x^3y+xy^3

D. $x^3y^2+x^2y^3$

6. 把多项式 $10x^3-5x^2$ 分解因式所得的结果是 ()

A. $5x^2(2x-1)$

B. $5x^3 \cdot 2x$

C. $5x(2x^2-x)$

D. $5x^2 \cdot 2x-5x^2 \cdot 1$

7. 对多项式 $m(x-y)-n(y-x)^2-m(x-y)^2$ 的公因式,下面说法中正确的是 ()

A. 无公因式

B. 公因式是 m

C. 公因式是 $x-y$

D. 公因式是 $(x-y)^2$

8. 计算 $(-\frac{1}{2})^{2001} + (-\frac{1}{2})^{2002}$ 的结果为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $-(\frac{1}{2})^{2002}$

D. $(-\frac{1}{2})^{2002}$

9. 多项式 $x^3y^3-6x^3y^2+x^2y$ 提取公因式后的另一个因式是 ()

A. x^2y B. x^3y^2-6xy C. $x^3y^2-6xy+1$ D. x^3y^2-xy+1

10. 若多项式 $-2a^{n-1}-4a^{n+1}$ 的公因式是 M , 则 M 等于 ()

A. $-2a^n$ B. $2a^{n-1}$ C. $-2a^{n+1}$ D. $-2a^{n-1}$

四、解答下面各题:

1. 把下列各式因式分解

① $x+x^6$

② $-a^2-ab+ac$

③ $-8ax+12a$

④ $5x(a-b)+10y(a-b)$

⑤ $\frac{1}{4}x^2+0.25xy$

⑥ $my+y-6my^2$

⑦ $x(m-n)-y(n-m)$

⑧ $(b-a)^2+(a-b)^3$

⑨ $8xyz-24x^2y^2z^2+48x^3y^3z^2$

⑩ $-3a(a+b)^2-9b(a+b)$

⑪ $8a^3bc-4ab^2c-2abc^2$

⑫ $-4a^3b^2+6a^2b-2ab$

2. 利用因式分解计算:

① $1.732 \times 0.018 + 1.732 \times 0.118 + 1.732 \times 0.864$

② $6.132 \times 9 + 16 \times 6.132 - 6.132 \times 25$

③ $100 \times \frac{1}{7} + 99 \times \frac{1}{7} - 150 \times \frac{1}{7}$

④ $4.782 \times 4.468 - 4.468 \times 3.782$

⑤ $\frac{1}{4} \times 8.887 + 0.001 \times 0.25$

3. 369 的 37%, 加上 369 的 53%, 和是多少?

4. x, y, z 为三角形的三条边, 且满足 $(x-y)z - (y-x)zy = 0$, 判断此三角形的形状, 并说明理由.

将 $(x-y)z - (y-x)zy$ 分解因式为 $(x-y)z(1+y)$ 注意隐含条件 x, y, z 均大于零

五、证明题:

证明: $13^{2002} - 2 \times 13^{2001} + 5 \times 13^{2000}$ 是 37 的整数倍.

可将数字看作字母, 提取公因式利用因式分解解题

2. 要分解的多项式中某项就是公因式时, 处理此问题要注意不能漏掉此项, 即此项在提取公因式后应为 1 而不是 0.

3. 要分解的多项式指数中含有字母, 处理方法是取系数的最大公约数为公因式的系数, 取相同字母的指数的最小值为公因式中此字母的指数, 应注意含有字母指数的大小比较.

4. 对公因式的理解, 应注意公因式可以是单项式也可以是多项式.

5. 考察对符号的处理, 应特别注意下面常用公式的运用.

$$(a-b)^n = (-1)^n (b-a)^n =$$

$$(b-a)^n (n \text{ 为偶数})$$

$$-(b-a)^n (n \text{ 为奇数})$$

(二)

[90分钟]

一、判断题:

1. 分解因式 $-x^3-x^2+x=-x(x^2+x)$ ()

2. 分解因式:

$$\begin{aligned}
 & a(x-2)(x-3)(x-4)+b(3-x)(x-2)(4-x)-c(4-x)(3-x)(2-x) \\
 & =a(x-2)(x-3)(x-4)-b(x-2)(x-3)(x-4)+c(x-2)(x-3)(x-4) \\
 & =(x-2)(x-3)(x-4)(a-b+c)
 \end{aligned}$$
()

3. 多项式 $x^{n+1}+3x^n$ 的公因式是 x^{n+1} ()

4. 因式分解的结果可以带中括号 ()

5. 分解因式: $(x+y+z)(x-y+z)+(y-x+z)(y-x-z)=2x(x-y+z)$ ()

二、填空题:

1. 多项式 $-xy(x-y)^2+x(y-x)^2-xz(x-y)^2$ 分解因式时所提公因式为_____.

2. $(x-y)^2(a-b)-(y-x)(b-a)^2=(x-y)(a-b)(\text{_____})$.

3. 已知 $x+y=-4$, $xy=2$, 则代数式 $2x^2y+4xy^2-4y+10$ 的值为_____.

4. 已知 $(x+2)(x+4)=x^2+6x+8$, 那么多项式 x^2+6x+8 因式分解结果为_____.

5. 多项式 $xy^2(a+b)$, $x^2y^2(c+b)^2$, $x(a+b)+y(b+a)^2$ 与 $x^2y(a+b)$ 的公因式是_____.

6. 因式分解:

① $x(x+y)-y(-x-y)=\text{_____}$.

② $(m-n)^2+m-n=\text{_____}$.

7. 如果多项式 $x^2+px+33$ 因式分解结果为 $(x-3)(x-11)$, 则 p 的值为_____.

8. 下列各式从左到右的变形有三种情况整式乘法、因式分解、两者都不是, 请在括号内填写变形是哪一种情况.

(1) $(x+1)^2=x^2+2x+1$ ()

(2) $x^2+2x+1=(x+1)^2$ ()

(3) $x^2+x+1=x(x+1)+1$ ()

(4) $(a+b)^2=(b+a)^2$

()

9. 当 $x=$ _____ 时, 多项式 $-2(x-3)-x(x-3)$ 的值为零.

10. 计算 $2002 \times 0.125 + 2002 \times \frac{1}{8} + (-0.25) \times 2002 =$ _____.

三、选择题:

1. 下列各式从左到右的变形中, 属于因式分解的是 ()

A. $(2m+n)(m-n)-(m+2n)(n-m)=3(m-n)(m+n)$ B. $2x(m-n)+2y(n-m)=(m-n)(2x-2y)$

C. $3x(x+y)^2-(x-y)=(x-y)(2x+y)$ D. $6(p+q)^2-2(p+q)=2(p+q)(3p+q-1)$

2. 下列各多项式, 可以用提公因式法进行因式分解的是 ()

① $xyz-abc$ ② x^2y-xy^2 ③ $3x(p-q)-y(q-p)$ ④ $mx-ny+ax-ay$

A. ① ② B. ② ③ C. ③ ④ D. ① ④

3. 把多项式 $-2m^2-2m-4mn$ 因式分解, 所得结果是 ()

A. $-2m(m+2n)$ B. $-2m(m+2n)+1$ C. $-2m(m+2n+1)$ D. $-2m(m+2n)-1$

4. 对式 $3^{2002}-4 \times 3^{2001}+10 \times 3^{2000}$, 下列的四个说法正确的是 ()

A. 能被 7 整除 B. 不能被 7 整除
C. 不能判断能否被 7 整除 D. 以上均不对

5. 已知关于 x 的二次三项式 $3x^2+mx+n$, 因式分解的结果为 $(3x+2)(x-2)$, 则 m, n 的值分别为 ()

A. $m=4, n=-4$ B. $m=-4, n=4$ C. $m=4, n=4$ D. $m=-4, n=-4$

6. 观察下列各式, 其中有公因式的有 ()

① $2a+b$ 和 $a+b$ ② $5m(a-b)$ 和 $-a+b$
③ $3(x+y)$ 和 $-x-y$ ④ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 和 a^2-ab+b^2

⑤ $(x-y)^2$ 和 $m(x-y)+n(-x+y)+p(y-x)^3$ ⑥ $a^{m+1}+a^m$ 和 $(a+1)(a+2)$

A. 1 组 B. 2 组 C. 3 组 D. 4 组

7. 在一次数学小测验中, 有这样一道题, 将多项式 $-3x^{2n}-6x^n$ 因式分解结果为什么, 全班同学只有小明一人答对, 你知道小明的答案是什么? ()

A. $3(-x^{2n}-2x^n)$ B. $-3(x^{2n}+2x^n)$ C. $-3x^n(x^2+2)$ D. $-3x^n(x^n+2)$

8. 下列各代数式中, 是多项式 $x^ny^{n+1}+x^{n-1}y^n$ 的一个因式的是 ()

A. x^ny^n B. $x+y$ C. $-x^ny^{n-1}$ D. $x^{n-1}y^n$

9. a, b, c 为三角形的三条边长, 且满足 $b(a-b)+c(b-a)=0$, 则这个三角形是 ()

A. 等腰三角形 B. 等边三角形 C. 等腰直角三角形 D. 三角形形状不能确定

10. 已知一长方形的面积为 $-x^2-7xy$, 其中一边边长为 $x+7y$, 则另一边长为 ()

A. x B. $|x|$ C. $-x$ D. B 和 C 都对

四、把下列的多项式因式分解:

1. $(x+y)a+(y+z)a+(z+x)a$

2. $x(x-y-z)-y(x-y-z)+z(y+z-x)$

3. $(x-y)(a+3)-(y-x)(-3-a)+(x-y)(a-3)$

4. $7(4a-3b)^{2n+1}-4(3b-4a)^{2n+1}(a^2+b^2)$

5. $2(m+n)(x^2-2xy+1)^n-5(m-n)(x^2-2xy+1)^n$

6. $-8a^2b^3+12a^3b^2-10ab$

7. $x^{2n}-x^{3n}+x^{4n}-yx^{5n}$

8. $-a(m-x)(n-y)-ab(x-m)(y-n)$

9. $(y-x)(a-b+c)-(x-y)(2a+b-c)-(x-y)(b-2a)$

10. $11x(2x+3y)^3-121x^2(2x+3y)^2$

五、利用因式分解解答下列各题:

1. 计算 $3.14 \times 92 + 155 \times 3.14 - 3.14 \times 47$

2. 已知 $1+x+x^2=0$, 求: $1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{2001}+x^{2002}+x^{2003}$ 的值.

对于这种较为复杂的求值问题, 可以先代入部分已知数, 简化代数式

3. 已知 $x-y=16$, $xy=6$, 求代数式 $3x^2y-6xy^2+18y+6$ 的值.

4. 计算: $\frac{2001+20012001+200120012001}{2002+20022002+200220022002}$

将分子提出公因数 2001, 分母提出公因数 2002

5. 设 n 为自然数, 试判断 $3+3n+n(n+1)$ 是合数还是质数? 说明理由.

分解因式 $3+3n+n(n+1)$, 看有没有不等于 1 或它本身的因数, 若有则为合数, 否则为质数

六、利用因式分解证明下列各题:

1. 求证: 当 n 是整数时 n^2+n 一定能被 2 整除.

2. 如果一个八位数, 后四位数是前四位数的 4005 倍, 那么这个八位数一定能被 5.7.11.13 整除.

设前四位数 x , 则该八位数为 $1000x+4005x$
即 $5005x$, 将 $5005x$ 将 5005 分解为 $5 \times 7 \times 11 \times 13$



导考

——高分突破训练

[50 分钟]

一、填空题:

1. (北京市 2000 中考题) 分解因式 $5m(a-b)^2 - n(b-a)^3 =$ _____.

2. (上海市 2000 中考题) 因式分解 $2a(a-b) + 4a(2a+3b) =$ _____.

3. (长沙市 2001 中考题) 方程 $x^2 - 5x = 0$ 的根是 _____.

4. (江西省 2001 中考题) 化简 $ab - 2ab =$ _____.

5. (厦门市 2001 中考题) 分解因式 $x^2 - xy =$ _____.

6. (“希望杯”竞赛题) 已知多项式 $x^2 + ax^3 + 3x + 1$ 能被 $x^2 + 1$ 整除, 且商式是 $3x + 1$, 那么 a 的值是

由题知有关系式 $x^2 + ax^3 + 3x + 1 = (x^2 + 1)(3x + 1)$

7. (“祖冲之杯”竞赛题) 已知 $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, 那么

$1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{1995} =$ _____

$1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{1995} = (1 + x + x^2 + x^3) + x^4(1 + x + x^2 + x^3) + \cdots + x^{1992}(1 + x + x^2 + x^3)$

二、选择题:

1. (2001 年辽宁省中考题) 方程 $x^2 - 2x = 0$ 的根是 ()

A. $x_1 = 0, x_2 = 2$

B. $x_1 = 0, x_2 = -2$

C. $x = 0$

D. $x = 2$

2. (北京市竞赛试题) 已知 $m = 1996 + 1995 \times 1996 + 1995 \times 1996^2 + \cdots + 1995 \times 1996^{1994} + 1995 \times 1996^{1995}$, $n = 1996^{1996}$, 则 m 与 n 满足的关系是 ()

A. $m = n + 1995$

B. $m = n + 1996$

C. $m = n$

D. $m = n - 1996$

$m = 1996(1 + 1995 + 1995 \times 1996 + 1995 \times 1996^2 + \cdots + 1995 \times 1996^{1994})$
 $= \cdots = 1996^{1996}(1 + 1995) = 1996^{1996}$

三、解答题:

1. (北京市竞赛试题) 计算: $\frac{1995^3 - 2 \times 1995^2 - 1993}{1995^3 + 1995^2 - 1996}$

2. (“希望杯”试题) 利用因式分解化简多项式:

$1 + x + x(1+x) + x(1+x)^2 + \cdots + x(1+x)^{1999}$

将前二项看作一项提取公因式 $1+x$ 后与原多项式有相同的形式, 可逐步提取

第二单元 运用公式法

导学



导练

——同步达标训练

——知识要点导引

核心知识导引

学习本单元要求理解因式分解的平方差公式、完全平方和公式、完全平方差公式的意义,掌握每个公式的特点,并能熟练运用公式将多项式进行因式分解.

1. 由于整式乘法与因式分解相反,所以将乘法公式逆向使用时,就可以用来把某些多项式进行因式分解. 这种分解因式的方法叫做运用公式法.

2. 平方差公式:
 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 特点:①是两项式,②是平方差或能化成平方差的形式,③结果是两数和与两数差的乘积.

3. 完全平方公式:如果一个代数式能够写成另一个代数式的平方,则这个代数式就叫做完全平方公式.

4. 完全平方公式:
 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$;
 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
 特点:①是三项式,②前后两项是平方或能化为平方形式,中间项是两

[100 分钟]

一、判断题::

1. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ()
2. $a^2+b^2=(a+b)^2$ ()
3. $a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$ ()
4. 多项式 $-x^2-y^2$ 可用平方差公式分解因式. ()
5. $a^3-b^3=(a^{\frac{3}{2}})^2-(b^{\frac{3}{2}})^2=(a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}})(a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}})$ ()

二、填空题:

1. 分解因式 $x^2b^2-4y^2b^2=b^2 \cdot (\quad)$
2. 在一个边长为 7.75 厘米的正方形内挖去一个边长为 2.25 厘米的正方形,则剩余部分的面积为_____平方厘米.
3. 利用因式分解计算:

① $995^2-25=$ _____ ② $252^2-248^2=$ _____

4. 把下列各式改写成平方式:

① $0.01a^4=(\quad)^2$ ② $\frac{144}{121}x^2y^2=(\quad)^2$

③ $\frac{1}{4}(x-y)^2=(\quad)^2$ ④ $11981x^2y^4z^6=(\quad)^2$

5. 已知 $x+y=3$, $x^2-y^2=6$, 则 $y-x=$ _____

三、选择题:

1. 下列多项式中,能运用平方差公式进行因式分解的是 ()

- A. x^2+7x+9 B. $-a^2-b^2$ C. $-144x^2$ D. x^2+y^2

2. 多项式① a^2-4b^2 ② $a^2b^2-0.0001$ ③ $\frac{1}{64}x^2-\frac{1}{49}y^2$

④ $(x-y-z)^2-121m^2n^2$ ⑤ x^3-y^3 ⑥ x^2-y^3 中能运用平方差公式进行



- 因式分解的有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
3. 下面哪个多项式因式分解的结果为 $-(x+8)(x-8)$ ()
- A. x^2-64 B. $-x^2+64$ C. $-x^2-64$ D. x^2+64
4. 下列各式分解因式正确的是 ()
- A. $x^2-y^2=(x-y)^2$ B. $x^2-4=(x+2)(x^2-2)$
- C. $\frac{1}{2}-2x^2=\frac{1}{2}(1+2x)(1-2x)$ D. $x^3-1=(x-1)(x^2+2x+1)$
5. 多项式 a^4-1 因式分解结果是 ()
- A. $(a^2-1)(a^2+1)$ B. $(a-1)(a+1)(a^2+1)$
- C. $(a-1)^2(a+1)^2$ D. $(a-1)(a+1)^3$
6. x^2+y^2 是下列哪个多项式的因式 ()
- A. x^4-y^4 B. x^4+y^4 C. x^3y-xy^3 D. $(x+y)^2$
7. 把多项式 x^2+mx-n^2 分解因式得 $(x-3)(x+3)$, 那么 m, n 的值应分别是 ()
- A. $m=0, n=3$ B. $m=3, n=3$ C. $m=0, n=-3$ D. $m=0, n=±3$
8. 已知 $(x+y+z)^2-(m-3)^2=(x+y+z+m-3)(x+y-n)$, 则 n 的值是 ()
- A. $n=m-z-3$ B. $n=z-m+3$ C. $n=m-z+3$ D. $n=m+z+3$
9. 把多项式 $m^2(2m+n)^2-(m^2-3mn)^2$ 与 $9m^4n-4m^2n^3$ 分别分解因式, 两个多项式次数最高的公因式是下面哪个代数式 ()
- A. m B. m^2 C. $m(3m-2n)$ D. $m^2(3m-2n)$
10. 已知三角形的三边长为 x, y, z , 且满足 $-x^2z^3+y^2z^3=0$, 则该三角形为 ()
- A. 等腰三角形 B. 等边三角形
- C. 等腰直角三角形 D. 三角形形状不能确定
11. $(x+y)^2-4(x-y)^2$ 因式分解结果为 ()
- A. $(5x-3y)(3x-5y)$ B. $(x+y-2x-2y)(x+y+2x-y)$
- C. $(5x-3y)(5y-3x)$ D. $(3x-y)(3y-x)$
12. 下列多项式中, 在有理数范围内不能用平方差公式分解因式的是 ()
- A. $x^2-\frac{1}{18}$ B. $x^2-0.036y^2$
- C. $-\frac{169}{121}+x^2$ D. x^2-36y^2
13. 若 $x^n-16=(x^2+4)(x+2)(x-2)$, 那么 n 的值是 ()
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
14. 对于任何奇数 k , 多项式 k^2-9 能 ()

数积的两倍, ③右边是和或差的平方.

4. 平方差公式, 完全平方公式不仅能用于因式分解, 更重要的是在简便计算、求代数式的值、求不定方程的整数解以及判断多项式的整除性等许多方面都有应用.

思维方法导析

1. 把一个多项式分解因式时, 首先要观察有没有公因式, 如果有, 应先提取公因式, 然后再考虑用公式.

2. 把完全平方公式分解因式时, 要根据中间项的符号来选择运用哪一个完全平方公式. 运用完全平方公式时, 千万不要忘记 2 倍.

3. 公式中的 a, b 可以是数, 也可以表示代数式.

4. 分解因式, 必须进行到每一个多项式因式都不能再分解为止.

5. 对以下公式也应记住:

$$① a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$② a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$③ (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

6. 在计算代数式的值或简便计算等方面, 常应用以下的公式变形:

$$① 2ab=a^2+b^2-(a-b)^2$$

$$② a^2+b^2=\frac{1}{2}[(a+b)^2+(a-b)^2]$$

$$③ (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$$

- A. 被 8 整除 B. 被 6 整除
C. 被 10 整除 D. 被 4 整除, 不一定能被 8 整除

此类题应写出表达式, 如本题设 $k=2n-1$, 代入 k^2-9 后再分解因式求解

15. 能用平方差公式简便计算的是 ()

- A. 2001^2+2002^2 B. $2000^2-2001^2+2002^2$
C. 2002^2-1002^2 D. $2001^2+2 \times 2001 \times 2002$

四、解答题:

1. 用平方差公式分解因式:

- ① $4x^2-y^2$ ② $-1+0.01x^2$
③ $9(a+b+c)^2-(a+b)^2$ ④ $0.09m^2-\frac{16}{49}n^2$
⑤ $16x^2y^2-25m^2n^2$ ⑥ $(4m^2+5m)^2-(5m+16)^2$

2. 先提公因式再用平方差公式分解因式:

- ① $(a-b)^{2n+1}+(b-a)^{2n+1}$ ② $a^2(x-y)+(-b)^2(y-x)$
③ $a^4x^{2n+3}-x^{2n+1}$ ④ $(a-b)^5+(b-a)^3$
⑤ $m^3n(x-y-z)+mn^3(y+z-x)$ ⑥ $a^2(y^2+1)^2-a^2y^2$

3. 求方程组 $\begin{cases} x-y=5 \\ x^2-y^2=10 \end{cases}$ 的解.

4. 已知 $x=\frac{2001}{2002}$, $y=\frac{2002}{2001}$, 求代数式 $(x+y)^2-(x-y)^2$ 的值.

5. 某正方形的周长比另一个正方形的周长多 40cm, 它们的面积相差 880cm^2 , 求这两个正方形的边长.



6. 某一长方形对角线长与长方形宽相差为 6.4cm, 长方形长为 8cm, 求长方形的宽与对角线长.

此类题型应写出具体表达式, 然后分解因式解题.

五、利用因式分解证明下列各题:

1. 两个连续偶数的平方差一定能被 4 整除.

2. 证明对于任何自然数 n , 多项式 $(4n+5)^2-9$ 一定能被 8 整除.

3. 已知 a, b, c 为一个三角形的三条边长, 证明: 代数式 $(a-c)^2-b^2$ 恒为负值.

此类题应注意题目的隐含条件, 即 a, b, c 均大于零, 且有两边和大于第三边, 两边差小于第三边.

(二)

[100 分钟]

一、判断题: 判断下面各题的两个结论, 在题后的括号内填写 (T、T)、(T、F)、(F、T)、(F、F), 其中 T 表示结论正确, F 表示结论错误.

1. ①运用公式法分解因式, 分式里的字母可以是数字, 也可以是单项式, 但不能为多项式.

②运用公式法分解因式, 公式里的字母可以是数字, 也可以是代数式. ()

2. ① $a^2 \pm 2ab + b^2$ 是完全平方式.

② $(a \pm b)^2$ 是完全平方式. ()

3. ①完全平方差公式是 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.



② $(a+b)^2=a^2-2ab+b^2$ 不是完全平方公式

()

4. ① 多项式 $-x^2+2x-4$ 不能用完全平方公式分解因式.

② 多项式 x^2-2x-4 可以用完全平方公式分解因式.

()

5. ① 5^2-4^2 是完全平方数.

② 若 $x^2+axy+y^2$ 是完全平方式, 则 $a=2$.

()

二、填空题:

1. 利用平方差公式分解因式

① $a^2-(b+c)^2=$ _____.

② $a^4-0.0049a^2=$ _____.

③ $-b^2+(a-b+c)^2=$ _____.

④ $0.25x^2-\frac{1}{4}y^2=$ _____.

2. 利用完全平方和公式分解因式:

① $25x^2+10xy+y^2=$ _____.

② $\frac{1}{2}(x+y)^2+(x+y)(a+b)+\frac{1}{2}(a+b)^2=$ _____.

③ $\frac{1}{4}x^2+2xy+4y^2=$ _____.

④ $4(x+y+z)^2+4(x+y+z)+4=$ _____.

3. 利用完全平方差公式分解因式:

① $x^2-8x+16=$ _____.

② $-x^2+6xy-9y^2=$ _____.

③ $(x^2-2x)^2+2x(2-x)+1=$ _____.

④ $(x-y)^2+12(y-x)z+36z^2=$ _____.

4. 已知 $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$, 分解因式 $x^6+2x^3+1=$ _____.

5. 若代数式 $x^2+(m-7)x+49$ 是一个完全平方式, 则 $m=$ _____.

6. 已知 m 与 n 互为相反数, 且 $(m+2)^2-(n+2)^2=4$, 则: $m=$ _____, $n=$ _____.

7. 若 $x^2y^2+m^2n^2+p=(xy+mn)^2$, 则 $p=$ _____.