



# 第 36 篇 轮 系

主 编 李力行  
编写人 李力行  
叶庆泰  
何卫东  
李 欣



# 第1章 轮系概论

## 1 轮系的分类及应用

用一系列互相啮合的齿轮将主动轴的运动传到从动轴,这种多齿轮的传动装置称为轮系。轮系分为两大类:

定轴线轮系(简称定轴轮系)——在传动时,轮系中的全部齿轮轴线位置都固定:

动轴线轮系(也称周转轮系)——在传动时,轮系中有一个或一个以上的齿轮轴线绕位置固定的几何轴线回转。其中,只有一个自由度的轮系称为行星轮系,有两个自由度的轮系称为差动轮系。见图 36.1-1。如将  $a$  轮(或  $b$  轮)固定(图 36.1-1a 或 b),当  $b$  轮(或  $a$  轮)转动时, $c$  轮除绕  $O_H$  轴自转外,其轴线  $O_H$  还绕  $O$  轴公转的轮系称行星轮系。若  $a$ 、 $b$  轮及构件  $H$  皆不固定(可以旋转)的是差动轮系(图 36.1-1c)。差动轮系可用于速度的合成(如滚齿机的差动机构)或速度的分解(如汽车的差动机构)。如将差动轮系两个起始构件用附加的齿轮连接起来成为一个起始构件,这个轮系称为封闭式差动轮系,如图 36.1-2,是由一个差动轮系 1、2、3、 $H$  和一个定轴轮系 1'、4、4'、3' 组成。封闭式差动轮系只有一个自由度。

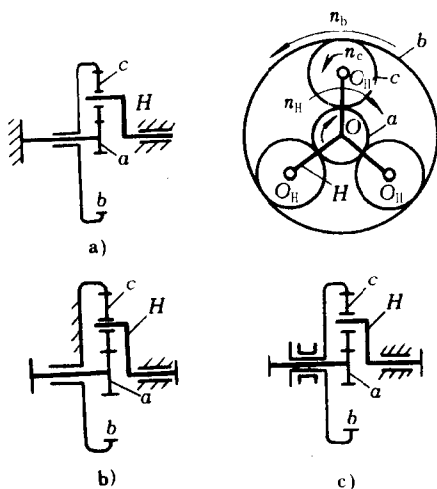


图 36.1-1 轮系的分类

a)行星轮系 b)行星轮系 c)差动轮系

$a$ —太阳轮  $b$ —内齿轮  $c$ —行星轮  $H$ —行星架

行星轮系与差动轮系统称行星传动。行星传动可根据采用的基本构件不同分类。基本构件是指可围绕

定轴线转动或固定,在工作时承受外力矩的构件。这些构件的转动轴线称为主轴线。根据基本构件的组成,行星传动分为:2K-H、3K 和 K-H-V 三种(见表 36.1-1)。如图 36.1-1 的基本构件是齿轮  $a$ 、 $b$  和转臂  $H$ ,故它属于 2K-H 传动。

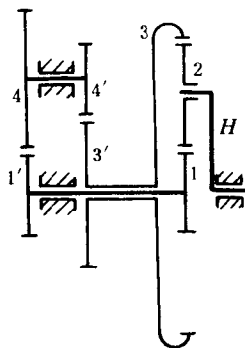


图 36.1-2 封闭式差动轮系

基本构件的代号:K—中心轮; $H$ —转臂;V—输出轴。

行星传动还可按齿轮啮合方式划分为 NGW 型、NW 型、NN 型、WW 型、NGWN 型、N 型和 ZUWGW 型等。

代表类型的字母含义为:N—内啮合、W—外啮合、G—公用的行星轮、ZU—锥齿轮。

图 36.1-1b 为 NGW 型行星传动,是最常见的一种。我国已制定了 NGW 型行星齿轮减速器标准(JB1799—76),并已成批生产。这种减速器比普通定轴轮系圆柱齿轮减速器,体积减小  $1/2 \sim 1/4$ ,效率可达  $98\% \sim 99\%$ 。

行星传动与定轴轮系相比,具有体积小、重量轻、传动比范围大、效率高(需型式选用得当)和工作平稳等优点,同时差动轮系还可以用于速度的合成与分解或用于变速传动,所以行星传动的应用日益广泛。但缺点是结构较复杂、制造精度要求较高、制造安装较困难。在实际应用上,有的轮系既包含定轴轮系,又包含行星传动,则形成了混合轮系。

## 2 定轴轮系的传动比

在一轮系中,其第一主动轮的角速度与最末从动轮的角速度之比称为这个轮系的传动比。

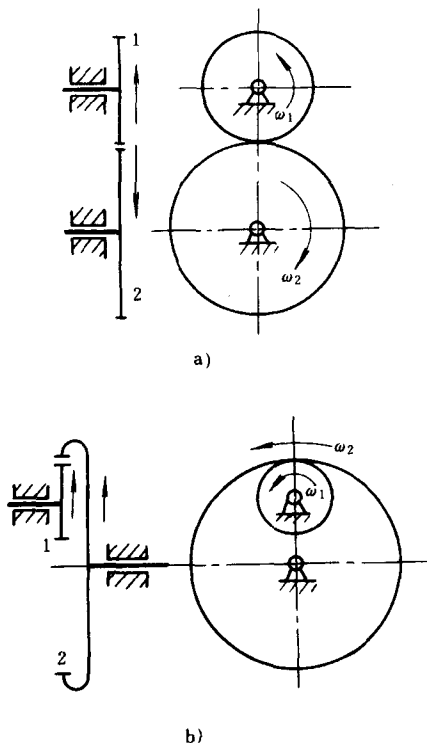


图 36.1-3 一对齿轮啮合

a) 外啮合 b) 内啮合

如图 36.1-3a 所示,在一对外啮合的齿轮中,其两轮的回转方向相反,其传动比为负,即

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (36.1-1)$$

式中  $n_1, n_2$ ——分别为齿轮 1 和齿轮 2 的转速;

$z_1, z_2$ ——分别为齿轮 1 和齿轮 2 的齿数。

反之,如图 36.1-3b 所示,在一对内啮合的齿轮中,其两轮的旋转方向相同,其传动比为正,即

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (36.1-2)$$

传动比的正负也可用箭头表示,两轮箭头的方向相反,如图 36.1-3a 所示,则传动比为负;两轮箭头的方向相同,如图 36.1-3b 所示,则传动比为正。

同样,一个轮系中,如其第一主动轮和最末从动轮的旋转方向相同,其传动比为正;反之则为负。

定轴轮系如图 36.1-4 所示,齿轮 1 和齿轮 K 之间的总传动比  $i_{1K}$ ,应等于各级传动比之乘积

$$i_{1K} = i_{12} i_{23} \cdots i_{(K-1)K}$$

如令  $n_1, n_K$  分别为齿轮 1 和齿轮 K 的转速,则有

$$i_{1K} = \frac{n_1}{n_K} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 \cdots z_K}{z_1 z_2' \cdots z_{(K-1)'}} = (-1)^m \times \frac{\text{在 } 1, K \text{ 间各从动轮齿数的连乘积}}{\text{在 } 1, K \text{ 间各主动轮齿数的连乘积}} \quad (36.1-3)$$

式中  $m$ ——该轮系中外啮合齿轮的对数。

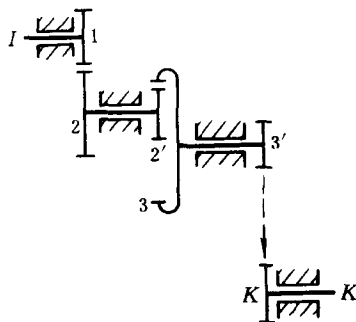


图 36.1-4 定轴轮系

定轴轮系可由圆柱齿轮、圆锥齿轮及其他各种齿轮组成,包括平行轴间及不平行轴间传动的齿轮。如图 36.1-5 所示为圆锥齿轮所组成的定轴轮系。这种轮系的总传动比也可用其各对齿轮传动比的乘积表示。但应注意由圆锥齿轮所组成的定轴轮系,其最末轴的旋转方向必须用画箭头的方法而不能用  $(-1)^m$  来决定,否则会发生错误。如图 36.1-5b 与图 36.1-5c 两图所示的轮系,其齿轮的数目和外啮合的数目相同,但由于两图齿轮排列的不同,使两图的轮 1 沿同一方向回转时,轮 3 的旋转方向却不同。如果圆锥齿轮所组成的定轴轮系,其第一轮的轴和最末轮的轴不平行,如图 36.1-5a,则其传动比的符号没有意义;反之,如第一轮的轴和最末轮的轴平行,箭头指向相同者,其传动比为正;否则为负。

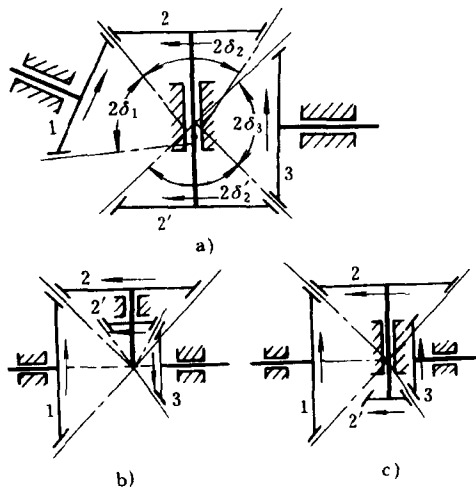
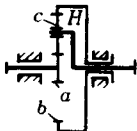
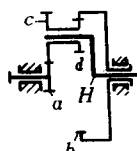
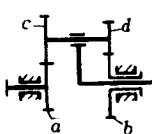
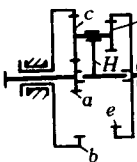
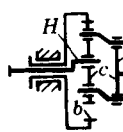
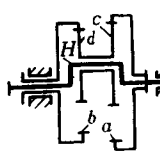


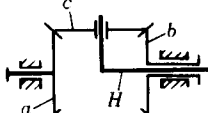
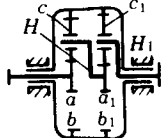
图 36.1-5 圆锥齿轮定轴轮系

### 3 常用行星齿轮传动的传动型式与特点(见表 36.1-1)

表 36.1-1 常用行星齿轮传动的传动型式与特点

| 序号 | 传动型式           |         | 简 图                                                                                 | 概 略 值       |                                                                   |                    |            | 特 点                                                                                 |
|----|----------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------|------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 按基本构件分类        | 按啮合方式分类 |                                                                                     | 传 动 比       |                                                                   | 效率                 | 最大功率<br>kW |                                                                                     |
|    |                |         |                                                                                     | 范 围         | 推荐值                                                               |                    |            |                                                                                     |
| 1  | 2K-H<br>(负号机构) | NGW     |    | 1.13~13.7   | $i_{aH}^b = 2.7 \sim 9$                                           | 0.97~0.99          | 不限         | 效率高,体积小,重量轻,结构简单,制造方便,传递功率范围大,轴向尺寸小,可用于各种工作条件,在机械传动中应用最广。但单级传动比范围较小                 |
| 2  | 2K-H<br>(负号机构) | NW      |    | 1~50        | $i_{aH}^b = 7 \sim 21$                                            |                    |            | 效率高,外形尺寸比 NGW 型小,传动比范围较 NGW 型大,可用于各种工作条件。但双联齿轮制造、安装都很复杂,故 $ i_{aH}^b  \leq 7$ 时不宜采用 |
| 3  | 2K-H<br>(正号机构) | WW      |   | 从 1.2~几千    |                                                                   | 随 $ i $ 增加而下降      | $\leq 15$  | 传动比范围大,但外型尺寸及重量较大,效率很低,制造困难,一般不用于动力传动。当行星架从动时, $ i $ 从某一数值起会发生自锁                    |
| 4  | 3K             | NGWN    |  | $\leq 500$  | $i_{ae}^b = 20 \sim 100$                                          | 随 $i_{ae}^b$ 增加而下降 | $\leq 96$  | 结构紧凑,体积小,传动比范围大,但效率低于 NGW 型,工艺性差,适用于中小功率或短期工作处                                      |
| 5  | K-H-V          | N       |  | 7~100       |                                                                   | 0.8~0.94           | $\leq 45$  | 传动比范围较大,结构紧凑,体积及重量小,但效率比 NGW 型低,且内啮合变位后径向力较大,使轴承径向载荷加大,适用于小功率或短期工作的情况               |
| 6  | 2K-H<br>(正号机构) | NN      |  | $\leq 1700$ | 一个行星轮时:<br>$i_{Ha}^b = 30 \sim 100$<br>三个行星轮时:<br>$i_{Ha}^b < 30$ | 随传动比增加而下降          | $\leq 30$  | 传动比范围大,效率比 WW 型高,但仍然较低,适用于短期工作。当行星架从动时,传动比从某一数值起会发生自锁                               |

(续)

| 序号 | 传动型式                  |            | 简 图                                                                               | 概 略 值                 |                          |                 |            | 特 点                          |
|----|-----------------------|------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------|------------|------------------------------|
|    | 按基本构件分类               | 按啮合方式分类    |                                                                                   | 传 动 比                 |                          | 效率              | 最大功率<br>kW |                              |
|    |                       |            |                                                                                   | 范 围                   | 推荐值                      |                 |            |                              |
| 7  | 2K-H<br>(锥齿轮<br>负号机构) | ZU-<br>WGW |  | $i_{aH}^b = 1 \sim 2$ |                          | 0.950~<br>0.930 | $\leq 60$  | 一般用作差速器                      |
| 8  | 双级<br>2K-H            | 双级<br>NGW  |  | $\leq 160$            | $i_{aH1}^b = 10 \sim 60$ | 0.94~<br>0.97   | 达 2400     | 由 NGW 型串联。传动比范围大,并具有 NGW 型特点 |

注:1. 为了表示方便起见,简图中未画出固定件,概略值栏内除注明外,应为某一构件固定时的数值。

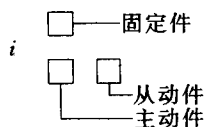
2. 传动型式栏内的“正号”、“负号”机构,系指转臂(也称行星架) $H$ 固定时,主动和从动齿轮旋转方向相同时为正号机构,反之为负号机构。

3. 表中所列效率是包括啮合效率、轴承效率和润滑油搅动飞翼效率等在内的传动效率,啮合效率的计算方法见表 36.1-2。

4. 传动比代号的说明见下节。

#### 4 行星齿轮传动的传动比

行星齿轮传动的传动比代号含意如下:



例如: $i_{aH}^b$ 表示当  $b$  件固定时主动件  $a$  对从动件  $H$  的传动比。

行星传动的传动比计算多采用转化机构法。所谓转化机构就是给整个行星齿轮传动机构加上一个 $-n_H$ 转速( $n_H$ ——行星架转速),使整个机构相当于行星架不动的定轴轮系。这样用计算定轴轮系的传动比公式计算转化机构的传动比,然后再计算行星齿轮传动的传动比。

转化机构的传动比计算公式

$$i_{ab}^H = \frac{n_a - n_H}{n_b - n_H} =$$

$$(-1)^m \times \frac{\text{转化机构在 } a, b \text{ 间各从动轮齿数的连乘积}}{\text{转化机构在 } a, b \text{ 间各主动轮齿数的连乘积}} \quad (36.1-4)$$

同理,如果给予整个传动机构(参看表 36.1-1 中序号为 4 的简图)以某构件( $a$  或  $e$ )大小相等方向相反的转速时,可将式(36.1-4)扩大为

$$i_{bc}^a = \frac{n_b - n_a}{n_c - n_a} \quad (36.1-5)$$

或

$$i_{ba}^c = \frac{n_b - n_c}{n_a - n_c} \quad (36.1-6)$$

式(36.1-5、6)相加便导出普遍计算式

$$i_{ba}^a = 1 - i_{ba}^c \quad (36.1-7)$$

式(36.1-4)中的  $m$  表示  $a, b$  间外啮合齿轮的对数。式(36.1-4~6)中的  $n_a, n_b, n_c$  分别代表行星齿轮传动中的构件  $a, b, c$  的转速。

例 1 求齿轮  $b$  固定时 NGW 型行星齿轮传动的传动比  $i_{aH}^b$  的计算式(简图见表 36.1-1)。

解 由式(36.1-4)得

$$i_{ab}^H = \frac{n_a - n_H}{n_b - n_H} = (-1)^1 \frac{z_b z_c}{z_c z_a} = -\frac{z_b}{z_a}$$

由式(36.1-7)得

$$i_{aH}^b = 1 - i_{ab}^H = 1 + \frac{z_b}{z_a}$$

例 2 求齿轮  $b$  固定时,NGWN 型行星齿轮传动的传动比  $i_{ae}^b$ (简图见表 36.1-1)。

解 由式(36.1-5)得

$$i_{ae}^b = \frac{n_a - n_b}{n_e - n_b} = \frac{n_a - n_b}{n_H - n_b} \cdot \frac{n_H - n_b}{n_e - n_b} = i_{aH}^b \cdot i_{He}^b$$

由式(36.1-7)及(36.1-4)得

$$i_{ae}^b = \frac{i_{aH}^b}{i_{eH}^b} = \frac{1 - i_{ab}^H}{1 - i_{eb}^H} = \frac{1 + \frac{z_b}{z_a}}{1 - \frac{z_d z_b}{z_c z_e}}$$

在进行齿轮强度计算和行星轮轴承寿命计算时,需用行星轮相对行星架的转速,其相对转速通过转化

机构求得。例如:NGW型行星齿轮传动,行星轮相对于行星架的转速  $n_c - n_H$  由下式求得

$$i_{ac}^H = \frac{n_a - n_H}{n_c - n_H} = -\frac{z_c}{z_a}$$

各类行星齿轮传动的传动比计算公式见表 36.1-2。

行星齿轮传动作差动机构时,式(36.1-4~7)仍是计算传动比的基础。例如,NGW型差动齿轮传动,当  $a$  轮及  $b$  轮分别以  $n_a$  及  $n_b$  转速转动时,行星架转速  $n_H$  可用下述方法求得

$$\begin{aligned} \text{由式(36.1-5)求得 } i_{Ha}^b &= \frac{n_H - n_b}{n_a - n_b} \\ \text{整理得 } n_H &= n_a i_{Ha}^b + n_b (1 - i_{Ha}^b) \\ &= n_a i_{Ha}^b + n_b i_{Hb}^a \end{aligned} \quad (36.1-8)$$

## 5 行星齿轮传动的效率

行星齿轮传动效率代号含义如下:

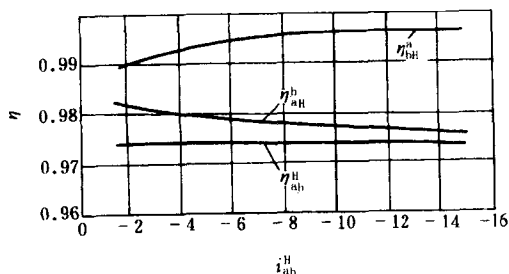
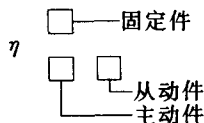


图 36.1-6 NGW 及 NW 型效率曲线 ( $\varphi^H=0.025$  作出)

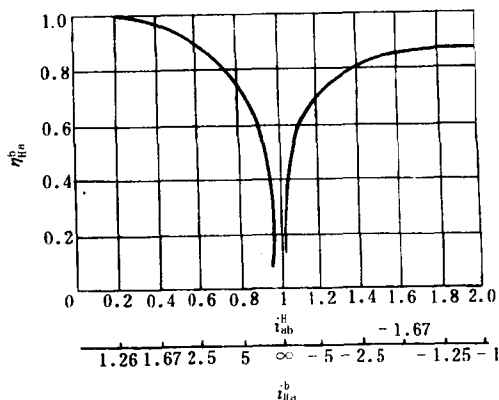


图 36.1-7 WW 型效率曲线 ( $\varphi^H=0.06$  作出)  
行星齿轮传动效率主要由啮合效率、轴承效率和

润滑油搅动飞溅效率组成。只考虑啮合损失时,NGW、NW、WW、NGWN、N、NN、ZUWGW、双级 NGW 型行星传动的效率计算公式见表 36.1-2。NGW 及 NW 型的效率曲线见图 36.1-6。WW 型的效率曲线见图 36.1-7。NN 型及 NGWN 型行星齿轮减速器的效率曲线分别见图 36.1-8、9。

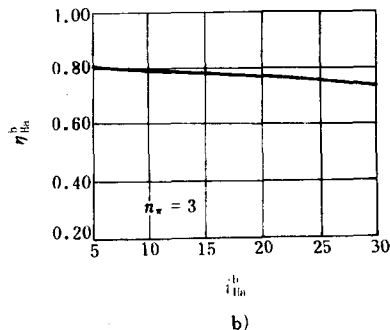
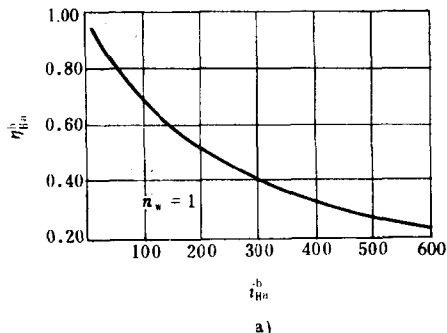


图 36.1-8 NN 型效率曲线

( $f=0.12$  并考虑行星轮轴承摩擦系数  $\mu=0.006$  作出)

a) 行星轮数  $n_w=1$  b) 行星轮数  $n_w=3$

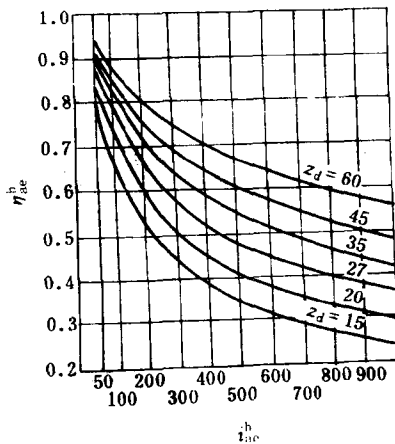


图 36.1-9 NGWN 型效率曲线 ( $f=0.12$   
 $\mu=0.006$  作出)



表 36.1-2 常用行星齿轮传动的传动比和啮合效率计算公式

| 序<br>号 | 传动型式           |             | 简 图 | 传动比计算公式                                                                                                                                    | 啮合效率计算公式                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------|----------------|-------------|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | 按基本构<br>件分类    | 按啮合方<br>式分类 |     |                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 1      | 2K-H<br>(负号机构) | NGW         |     | $i_{aH}^b = 1 + \frac{z_b}{z_a}$ $i_{bH}^a = 1 + \frac{z_a}{z_b}$ $i_{ab}^H = -\frac{z_b}{z_a}$                                            | $\eta_{aH}^b = \eta_{Hb}^a = 1 - \frac{\phi^H}{1 +  i_{ba}^H }$ $\eta_{bH}^a = \eta_{Ha}^b = 1 - \frac{\phi^H}{1 +  i_{ab}^H }$ <p>可查图 36.1-6</p>                                                                                                                           |
| 2      | 2K-H<br>(负号机构) | NW          |     | $i_{aH}^b = 1 + \frac{z_b z_c}{z_a z_d}$ $i_{bH}^a = 1 + \frac{z_a z_d}{z_b z_c}$ $i_{ab}^H = -\frac{z_b z_c}{z_d z_a}$                    | $\eta_{aH}^b = \eta_{Hb}^a = 1 - \phi^H$ <p>可查图 36.1-6</p>                                                                                                                                                                                                                  |
| 3      | 2K-H<br>(正号机构) | WW          |     | $i_{Ha}^b = \frac{z_a z_d}{z_a z_d - z_b z_c}$ $i_{Hb}^a = \frac{z_b z_c}{z_b z_c - z_a z_d}$ $i_{ab}^H = \frac{z_b z_c}{z_a z_d}$         | <p>当 <math>i_{ab}^H &gt; 1</math> <math>\eta_{Ha}^b = \frac{1 - \phi^H}{1 +  i_{Ha}^b  \phi^H}</math></p> <p>当 <math>0 &lt; i_{ab}^H &lt; 1</math></p> $\eta_{Ha}^b = \frac{1}{1 +  i_{Ha}^b - 1  \phi^H}$ <p>可查图 36.1-7</p>                                                |
| 4      | 3K             | NGWN        |     | $i_{ac}^b = \frac{1 + \frac{z_b}{z_a}}{1 - \frac{z_b z_d}{z_c z_e}}$ $i_{ab}^H = -\frac{z_b}{z_a}$ $i_{cb}^H = \frac{z_b z_d}{z_c z_e}$    | <p>当 <math>d_b &gt; d_c</math></p> $\eta_{ac}^b = \frac{0.98}{1 + \left  \frac{i_{ac}^b}{1 - i_{ab}^H} - 1 \right  \phi_{cb}^H}$ <p>当 <math>d_b &lt; d_c</math></p> $\eta_{ac}^b = \frac{0.98}{\left  \frac{i_{ac}^b}{1 - i_{ab}^H} \right  \phi_{be}^H}$ <p>可查图 36.1-9</p> |
| 5      | K-H-V          | N           |     | $i_{HV}^b = -\frac{z_c}{z_b - z_c}$ $i_{Hb}^V = \frac{z_b}{z_b - z_c}$ $i_{cb}^H = \frac{z_b}{z_c}$                                        | $\eta_{HV}^b = \frac{1 - \phi^H}{1 +  i_{HV}^b  \phi^H}$                                                                                                                                                                                                                    |
| 6      | 2K-H<br>(正号机构) | NN          |     | $i_{Ha}^b = \frac{1}{1 - \frac{z_c z_b}{z_a z_d}}$ $i_{Hb}^a = \frac{1}{1 - \frac{z_a z_d}{z_b z_c}}$ $i_{ab}^H = \frac{z_b z_c}{z_d z_a}$ | <p>当 <math>i_{ab}^H &gt; 1</math></p> $\eta_{Ha}^b = \frac{1 - \phi^H}{1 +  i_{Ha}^b  \phi^H}$ <p>当 <math>0 &lt; i_{ab}^H &lt; 1</math></p> $\eta_{Ha}^b = \frac{1}{1 +  i_{Ha}^b - 1  \phi^H}$ <p>可查图 36.1-8</p>                                                           |

(续)

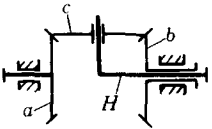
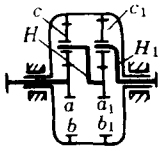
| 序号 | 传动型式              |           | 简图                                                                                | 传动比计算公式                                                                                       | 啮合效率计算公式                                                                                                   |
|----|-------------------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 按基本构件分类           | 按啮合方式分类   |                                                                                   |                                                                                               |                                                                                                            |
| 7  | 2K-H<br>(锥齿轮负号机构) | ZUWGW     |  | $i_{ab} = \frac{2n_H - n_b}{n_b}$                                                             | $\eta_{H-ab} = 1 - \frac{1}{1 + \eta_{ab}^H} \times \frac{1 - i_{ab} \eta_{ab}^H}{1 + i_{ab} \eta_{ab}^H}$ |
| 8  | 双级<br>2K-H        | 双级<br>NGW |  | $i_{aH_1}^b = \left(1 + \frac{z_b}{z_a}\right) \times \left(1 + \frac{z_{b1}}{z_{a1}}\right)$ | $\eta_{aH_1}^b = \eta_{aH}^b \times \eta_{a_1H_1}^{b_1}$<br>$\eta_{aH}^b, \eta_{a_1H_1}^{b_1}$ 按 NGW 型求之   |

表 36.1-2 中  $\varphi^H$  为转化机构中各对齿轮啮合损失系数的总和,  $\varphi^H = \Sigma \varphi_i$

$$\varphi_i = f \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right) \frac{\pi}{2} K_i$$

式中  $f$ ——齿面间滑动摩擦系数, NGW、NW 型取  $f = 0.05 \sim 0.1$ , 齿面跑合好的传动取小值; WW、NGWN 型取  $f = 0.1 \sim 0.12$ ;

$z_1, z_2$ ——齿轮副的齿数, 内啮合时  $z_2$  表示内齿轮齿数, “+”用于外啮合, “-”用于内啮合;

$K_i$ ——与重合度  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = l_1/t_1 + l_2/t_2$  (此处  $l_1$  与  $l_2$  分别表示接近与远离节点啮合段在啮合线上所占的长度,  $t_i$  表示基节) 及  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  大小有关的系数。

为便于实用, 通常按下式计算

$$\varphi_i = 0.01 f \Delta$$

式中  $\Delta$ ——与啮合参数有关的系数, 对于  $\alpha_0 = 20^\circ$  不变位和高变位的直齿圆柱齿轮传动, 查图 36.1-10 确定, 对于啮合角  $\alpha' \neq 20^\circ$  的角变位传动, 要把由图中查的值再乘以  $\frac{0.643}{\sin 2\alpha'}$ ; 对于内啮合传动要乘以  $\frac{u-1}{u+1}$ ,  $u$  是计算的一对齿轮的齿数比  $u = \frac{z_2}{z_1}$ ; 对

于斜齿轮传动要乘以  $0.8 \cos \beta$ ; 对于圆锥齿轮传动, 要按当量齿数查图 36.1-10, 在 NGWN 型中的  $\varphi_{ec}^H = \varphi_{eb}^H + \varphi_{dc}^H$ 。

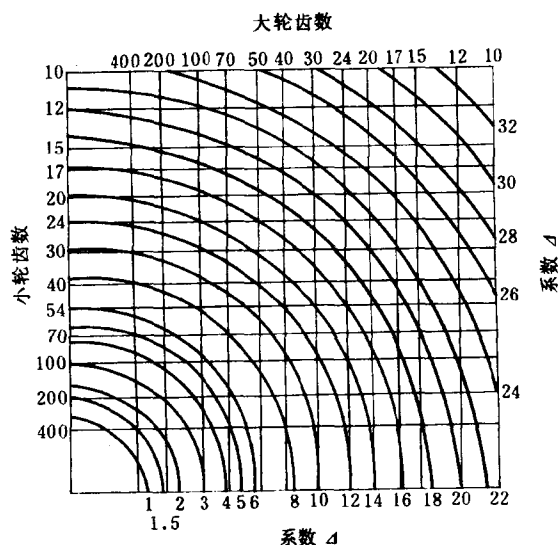


图 36.1-10  $\alpha' = 20^\circ$  直齿圆柱齿轮传动与啮合数有关的系数  $\Delta$

## 第2章 渐开线齿轮行星传动

### 1 主要参数的确定

#### 1.1 齿数及行星轮数的确定

##### 1.1.1 齿数及行星轮数应满足的条件

行星传动中,齿轮的齿数及行星轮数应满足下述条件:

1) 传动比条件 保证实现给定的传动比,传动比的计算公式见表 36.1-2。

2) 同心条件 保证中心轮和行星架轴线重合条件下的正确啮合,为此各对啮合齿轮间的中心距必须相等。例如图 36.2-1 中,当中心轮和行星架轴线重合,为保证行星轮  $c$  与两个中心轮  $a, b$  同时正确啮合,就要求外啮合齿轮  $a-c$  的中心距等于内啮合齿轮  $b-c$  的中心距,即此时同心条件为

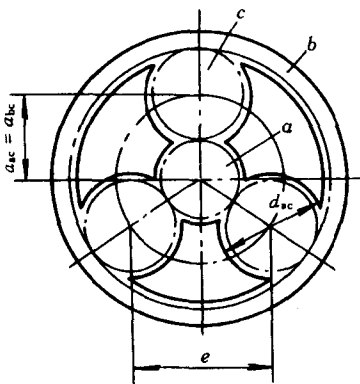


图 36.2-1 同心与邻接条件

$$a_{ac} = a_{bc} \quad (36.2-1)$$

对于非变位或高度变位传动,即

$$\frac{m}{2}(z_a + z_c) = \frac{m}{2}(z_b - z_c)$$

由此得  $z_b = (z_a + 2z_c)$  或  $z_c = \frac{z_b - z_a}{2}$  (36.2-2)

式(36.2-2)表明,为保证同心条件,两中心轮的齿数  $z_a$  和  $z_b$  必须同时为偶数或奇数,否则行星轮齿数  $z_c$  不可能为整数。

对于角度变位传动,应为

$$\frac{z_a + z_c}{\cos \alpha'_{tac}} = \frac{z_b - z_c}{\cos \alpha'_{tbc}} \quad (36.2-3)$$

式中  $\alpha'_{tac}$ ——中心轮  $a$  与行星轮  $c$  的啮合角;

$\alpha'_{tbc}$ ——中心轮  $b$  与行星轮  $c$  的啮合角。

设计时,外啮合宜用大啮合角,通常取啮合角  $\alpha'_{tac} = 24^\circ \sim 27^\circ$ ;内啮合由于接触齿面当量曲率半径较大,且内齿轮齿根弯曲强度较高,故啮合角可降低些。通常取啮合角  $\alpha'_{tbc} = 17^\circ 30' \sim 21^\circ$ 。

3) 装配条件 保证各行星轮能均布地安装于两中心齿轮之间。为此,各轮齿数与行星轮个数  $n_w$  必须满足装配条件,否则,当第一个行星轮装入啮合位置后,其他几个行星轮装不进去。为建立装配条件,以图 36.2-2 所示的单排行星轮 ( $n_w = 3$ ) 为例介绍装配过程:相邻两个行星轮所夹中心角等于  $\frac{2\pi}{n_w}$ ,设行星轮的齿数为偶数,当两中心轮的轮齿中线同时位于  $A-A$  线上时,行星轮便可装入。然后,固定中心轮  $b$  将行星架  $H$  由位置 I 转到位置 II,转角  $\varphi_H = \frac{2\pi}{n_w}$ ,而中心轮  $a$  相应转过  $\varphi_a$  角,其某一轮齿中线应正好转到  $A-A$  线上,仍与中心轮  $b$  的轮齿相对,这时第二个行星轮才能装入啮合位置。为此,  $\varphi_a$  角必须等于中心轮  $a$  转过  $C$  个(整数)齿所对的中心角,即

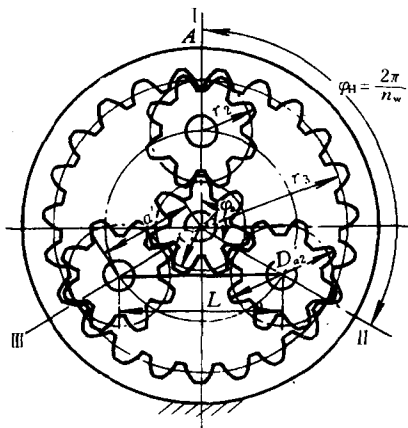


图 36.2-2 单排 2K-H 行星传动的配齿计算

$$\varphi_a = C \frac{2\pi}{z_a}$$

式中  $\frac{2\pi}{z_a}$ ——中心轮  $a$  转过一个齿(周节)所对的中心角。

显然,当中心轮  $a$  与行星架  $H$  由位置 I 转到位置 II 时,该轮系的传动比  $i_{aH}$  为

$$i_{aH} = \frac{n_a}{n_H} = \frac{\varphi_a}{\varphi_H} = 1 + \frac{z_b}{z_a}$$

将  $\varphi_a$  和  $\varphi_{a1}$  代入上式,得

$$\frac{2\pi C}{\frac{z_a}{n_w}} = 1 + \frac{z_b}{z_a}$$

经整理后得

$$\frac{z_a + z_b}{n_w} = C(\text{整数}) \quad (36.2-4)$$

因此,单排 2K-H 行星传动的装配条件是:两中心轮的齿数之和应为行星轮数目的整数倍。

因为  $i_{aH}^b = 1 + \frac{z_b}{z_a}$  即  $z_b = (i_{aH}^b - 1)z_a$ , 代入式 (36.2-4) 得

$$\frac{i_{aH}^b \cdot z_a}{n_w} = C \quad (36.2-5)$$

对行星轮的齿数为奇数时,证明方法和结论相同。

4) 邻接条件 保证相邻两行星轮的齿顶不相碰,

如图 36.2-1,即

$$2a' \sin \frac{180^\circ}{n_w} > d_{ac} \quad (36.2-6)$$

式中  $d_{ac}$ ——行星轮的齿顶圆直径。

行星轮齿顶间的最小间隙取决于制造精度,一般可取  $0.5m$ ,  $m$  为模数。当计算结果不满足邻接条件时,可减少行星轮数目  $n_w$  或增加中心轮齿数  $z_a$ 。常用行星齿轮传动的行星轮数目与其传动比范围见表 36.2-1。

表 36.2-1 行星轮数目与传动比范围的关系

| 行星轮数目<br>$n_w$ | 传动比范围             |                                                                          |                  |                  |
|----------------|-------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------|------------------|
|                | NGW( $i_{aH}^b$ ) | NGWN                                                                     | NW( $i_{aH}^b$ ) | WW( $i_{aH}^b$ ) |
| 3              | 2.1~13.7          | $\frac{z_c}{z_d} \frac{m_c}{m_d} < 1$ 时<br>$i_{ac}^b = -\infty \sim 2.2$ | 1.55~21          | -7.35~0.88       |
| 4              | 2.1~6.5           |                                                                          | 1.55~9.9         | -3.40~0.77       |
| 5              | 2.1~4.7           |                                                                          | 1.55~7.1         | -2.40~0.70       |
| 6              | 2.1~3.9           | $\frac{z_c}{z_d} > 1$ 时<br>$i_{ac}^b = 4.7 \sim +\infty$<br>(与行星轮数目无关)   | 1.55~5.9         | -1.98~0.66       |
| 8              | 2.1~3.2           |                                                                          | 1.55~4.8         | -1.61~0.61       |
| 10             | 2.1~2.8           |                                                                          | 1.55~4.3         | -1.44~0.59       |
| 12             | 2.1~2.6           |                                                                          | 1.55~4.0         | -1.34~0.57       |

注:表中数值为在良好设计条件下,单级传动比可能达到的范围。在一般设计中,传动比若接近极限值时,通常需要进行邻接条件的验算。

**例 1**  $\phi 3.5m$  卷扬机减速用双级直齿 2K-H (NGW 型)行星传动(表 36.1-1 序号 8 图),给定第一级传动比  $i_1 = 5.53$ ,第二级传动比  $i_2 = 4$ ,选择第一级  $z_{a1} = 32, z_{c1} = 56, z_{b1} = 145, m = 6, x_{a1} = 0.31, x_{c1} = 0.21, x_{b1} = 0.21, \Delta y_1 = 0.02$ ,第二级  $z_{a2} = 30, z_{c2} = 30, z_{b2} = 90, m = 10, x_{a2} = 0, x_{c2} = 0, x_{b2} = 0, \Delta y_2 = 0$ ,试验算配齿条件。

**解**

1. 传动比条件

由表 36.1-2

$$\text{第一级 } i_{a_1 H_1}^b = 1 + \frac{z_{b1}}{z_{a1}} = 1 + \frac{145}{32} = 5.53$$

$$\text{第二级 } i_{a_2 H_2}^b = 1 + \frac{z_{b2}}{z_{a2}} = 1 + \frac{90}{30} = 4$$

2. 同心条件

由式 (36.2-3)

$$\frac{z_a + z_c}{\cos \alpha'_{tac}} = \frac{z_b - z_c}{\cos \alpha'_{tbc}}$$

$$\begin{aligned} \text{第一级 } y_1 &= x_{a1} + x_{c1} - \Delta y_1 \\ &= 0.31 + 0.21 - 0.02 = 0.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha'_{tac} &= \frac{a}{a'} \cos 20^\circ \\ &= \frac{0.5m(z_{a1} + z_{c1})}{0.5m(z_{a1} + z_{c1}) + y_1 \cdot m} \times \cos 20^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{0.5 \times 6 \times (32 + 56)}{0.5 \times 6 \times (32 + 56) + 0.5 \times 6} \times 0.93969 \\ &= 0.92913 \end{aligned}$$

$$\cos \alpha'_{tbc} = \cos 20^\circ = 0.93969$$

因而,有

$$\frac{z_{a1} + z_{c1}}{\cos \alpha'_{tac}} = \frac{32 + 56}{0.92913} = 94.712$$

$$\frac{z_{b1} - z_{c1}}{\cos \alpha'_{tbc}} = \frac{145 - 56}{0.93969} = 94.712$$

$$\text{所以 } \frac{z_{a1} + z_{c1}}{\cos \alpha'_{tac}} = \frac{z_{b1} - z_{c1}}{\cos \alpha'_{tbc}} \text{ 即满足同心条件。}$$

第二级  $x_{a2} = x_{c2} = x_{b2} = 0$  系标准齿轮

因  $z_{c2} = 30$

$$\frac{z_{b2} - z_{a2}}{2} = \frac{90 - 30}{2} = 30$$

$$\text{所以 } z_{c2} = \frac{z_{b2} - z_{a2}}{2} \text{ 即满足同心条件}$$

3. 装配条件

由式 (36.2-4)

$$\text{第一级 } \frac{z_{a1} + z_{b1}}{n_w} = \frac{32 + 145}{3} = \frac{177}{3} = 59 \text{ 为整数}$$

$$\text{第二级 } \frac{z_{a2} + z_{b2}}{n_w} = \frac{30 + 90}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ 为整数}$$

所以满足装配条件

4. 邻接条件

由式(36.2-6)

$$\begin{aligned}
 \text{第一级 } d_{a1} &= m_1(z_{c1} + 2h_a^* + 2x_{c1} - 2\Delta y_1) \\
 &= 6 \times (56 + 2 \times 1.0 + 2 \times 0.21 - \\
 &\quad 2 \times 0.02) \text{ mm} = 350.28 \text{ mm} \\
 2a'_1 \sin \frac{180^\circ}{n_w} &= 2 \times [0.5m_1(z_{a1} + z_{c1}) + \\
 &\quad y_1 m_1] \times \sin \frac{180^\circ}{n_w} \\
 &= 2 \times [0.5 \times 6 \times (32 + 56) + \\
 &\quad 0.5 \times 6] \times \sin \frac{180^\circ}{3} \\
 &= 462.46 \text{ mm} > d_{ac} \text{ 即满足邻接条件}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{第二级 } d_{a2} &= m_2(z_{c2} + 2h_a^*) \\
 &= 10 \times (30 + 2 \times 1.0) \text{ mm} \\
 &= 320 \text{ mm} \\
 2a'_2 \sin \frac{180^\circ}{n_w} &= 2 \times 0.5m_2(z_{a2} + z_{c2}) \times \sin \frac{180^\circ}{n_w} \\
 &= 2 \times 0.5 \times 10 \times (30 + 30) \sin \frac{180^\circ}{3} \\
 &= 519.62 \text{ mm} > d_{ac2} \text{ 即满足邻接条件}
 \end{aligned}$$

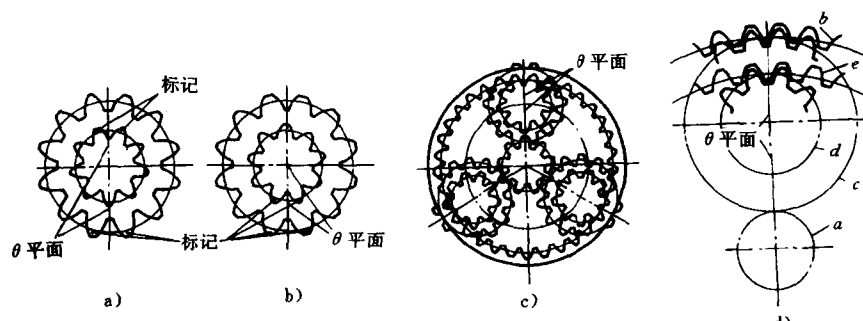
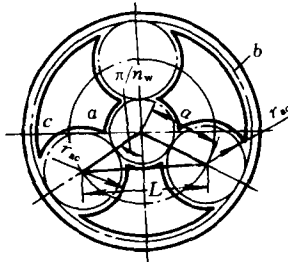
即所选齿数均能满足配齿条件。

对于双排 2K-H(NW、WW、NN 型)及 3K(NGWN 型)行星传动,传动比条件见表 36.1-1,同心条件见表 36.2-2,装配条件和邻接条件见表 36.2-3。

表 36.2-2 双排 2K-H 和 3K 行星传动的同心条件

| 序<br>号 | 传 动 形 式                                                                                                                                                                        |                   | 同 心 条 件                                                                                    |                                                                                                                                         | 附 注                                     |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
|        | 按基本<br>构 件<br>分 类                                                                                                                                                              | 按啮合<br>方 式<br>分 类 | 非变位或高度变位传动<br>$a'_{tac}=a'_{tbc}$<br>$a'_{tbc}=a'_{ted}$<br>或 $a'_{tac}=a'_{tbc}=a'_{ted}$ | 角度变位传动<br>$a'_{tac}\neq a'_{tbc}$<br>或 $a'_{tbc}\neq a'_{ted}$<br>或 $a'_{tac}\neq a'_{tbc}\neq a'_{ted}$                                |                                         |
| 1      | 2K-H                                                                                                                                                                           | NGW               | $z_a+2z_c=z_b$                                                                             | $\frac{z_a+z_c}{\cos a'_{tac}}=\frac{z_b-z_c}{\cos a'_{tbc}}$                                                                           | —                                       |
| 2      | 2K-H                                                                                                                                                                           | NW                | $z_a+z_c=z_b-z_d$                                                                          | $\frac{z_a+z_c}{\cos a'_{tac}}=\frac{z_b-z_d}{\cos a'_{tbd}}$                                                                           | 当 $\beta=0$ 和 $m_{t(a)}=m_{t(b)}$ 时     |
|        |                                                                                                                                                                                |                   | $(z_a+z_c)m_{t(a)}$<br>$= (z_b-z_d)m_{t(b)}$                                               | $m_{t(a)}\frac{z_a+z_c}{\cos a'_{tac}}$<br>$= m_{t(b)}\frac{z_b-z_d}{\cos a'_{tbd}}$                                                    | 当 $\beta=0$ 和 $m_{t(a)}\neq m_{t(b)}$ 时 |
|        |                                                                                                                                                                                |                   | $(z_a+z_c)m_{t(a)}$<br>$= (z_b-z_d)m_{t(b)}$                                               | $m_{t(a)}(z_a+z_c)\frac{\cos a'_{tac}}{\cos a'_{tbc}}$<br>$= m_{t(b)}(z_b-z_d)\frac{\cos a'_{tbd}}{\cos a'_{tbc}}$                      | 当 $\beta_a\neq 0$ 和 $\beta_b=0$ 时       |
| 3      | 2K-H                                                                                                                                                                           | NN                | $z_b-z_d=z_a-z_c$                                                                          | $\frac{z_b-z_d}{\cos a'_{tbd}}=\frac{z_a-z_c}{\cos a'_{tac}}$                                                                           | 当 $\beta=0$ 和 $m_{t(b)}=m_{t(a)}$ 时     |
|        |                                                                                                                                                                                |                   | $(z_b-z_d)m_{t(b)}$<br>$= (z_a-z_c)m_{t(a)}$                                               | $m_{t(b)}\frac{z_b-z_d}{\cos a'_{tbd}}$<br>$= m_{t(a)}\frac{z_a-z_c}{\cos a'_{tac}}$                                                    | 当 $\beta=0$ 和 $m_{t(b)}\neq m_{t(a)}$ 时 |
| 4      | 3K                                                                                                                                                                             | NGWN              | $z_a+2z_c=z_b$<br>$z_b-z_c=z_e-z_d$                                                        | $\frac{z_a+z_c}{\cos a'_{tac}}=\frac{z_b-z_c}{\cos a'_{tbc}}$<br>$= \frac{z_e-z_d}{\cos a'_{ted}}$                                      | 当 $\beta=0$ 和 $m_{t(a)}=m_{t(e)}$ 时     |
|        |                                                                                                                                                                                |                   | $z_a+2z_c=z_b$<br>$(z_b-z_c)m_{t(a)}$<br>$= (z_e-z_d)m_{t(e)}$                             | $\frac{(z_a+z_c)m_{t(a)}}{\cos a'_{tac}}$<br>$= \frac{(z_b-z_c)m_{t(a)}}{\cos a'_{tbc}}$<br>$= \frac{(z_e-z_d)m_{t(e)}}{\cos a'_{ted}}$ | 当 $\beta=0$ 和 $m_{t(a)}\neq m_{t(e)}$ 时 |
| 说明     | $a'_{tac}$ —a-c 啮合的端面啮合角; $a'_{tbd}$ —b-d 啮合的端面啮合角;<br>$a'_{tbc}$ —b-c 啮合的端面啮合角; $a'_{ted}$ —e-d 啮合的端面啮合角;<br>$m_{t(a)}, m_{t(b)}, m_{t(e)}$ ——分别为 a-c、b-c(或 b-d)和 e-d 啮合的端面模数 |                   |                                                                                            |                                                                                                                                         |                                         |

表 36.2-3 行星齿轮传动齿轮齿数确定的条件

| 条件               | 传 动 型 式                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                  | NGW                                                                                                                                                                                                                                                                                  | NGWN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | WW                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | NW |
| 装<br>配<br>条<br>件 | 保证各行星轮能均布地安装于两中心齿轮之间,并且与两个中心轮啮合良好没有错位现象                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|                  | <p>为了简化计算和装配,应使太阳轮与内齿轮的齿数和等于行星轮数目的整数倍,即</p> $\frac{z_a + z_b}{n_w} = \text{整数}$ <p>或 <math>\frac{i_{aH}^b + z_a}{n_w} = \text{整数}</math></p>                                                                                                                                         | <p>1. 通常取中心轮齿数 <math>z_a, z_b</math> 和 <math>z_c</math> 或 <math>(z_a + z_b)</math> 及 <math>z_e</math> 均为行星轮数目 <math>n_w</math> 的整数倍</p> <p>此时双联行星齿轮的两个齿轮的相对位置应这样确定: <math>c</math> 轮和 <math>d</math> 轮各有一个齿槽的对称线须位于同一个轴平面 (<math>\theta</math> 平面) 内,两齿槽的对称线可在行星轮轴线的同侧 (图 b) 或两侧 (图 a)。装配情况见图 d</p> <p>2. 亦可按右栏内 NW 型传动的公式计算。此时 <math>z_b</math> 应以 <math>z_e</math> 代</p> | <p>若双联行星齿轮的两个齿轮的相对位置是在安装时确定的 (安装时可以调整), 则行星传动的齿轮齿数不受本条件限制, 满足其它条件即可</p> <p>若双联行星齿轮的两个齿轮的相对位置是在制造时确定的 (如同一坯料切出), 则必须满足以下条件:</p> <p>1. 当中心轮 <math>z_a, z_b</math> 为 <math>n_w</math> 的整数倍时 (此时计算和装配最简单), 双联行星齿轮的两个齿轮的相对位置应该使 <math>c</math> 轮和 <math>d</math> 轮各有一个齿槽的对称线位于同一个轴平面 (<math>\theta</math> 平面) 内。对 NW 型传动, 应位于行星轮轴线的两侧 (图 a), 装配情况见图 c。对 WW 型传动, 应位于行星轮轴线的同侧 (图 b)</p> <p>2. 当一个或二个中心轮的齿数非 <math>n_w</math> 的整数倍时</p> <p>WW 传动: <math>\frac{z_a + z_b}{n_w} + \left(1 + \frac{z_d}{z_c}\right) \left(E_A \pm n - \frac{z_a}{n_w}\right) = \text{整数}</math></p> <p>NW 传动: <math>\frac{z_a + z_b}{n_w} + \left(1 - \frac{z_d}{z_c}\right) \left(E_A \pm n - \frac{z_a}{n_w}\right) = \text{整数}</math></p> <p>式中: <math>E_A, n</math>—整数</p> <p>当 <math>\frac{z_a}{n_w} = \text{整数}</math> 时, <math>E_A = \frac{z_a}{n_w}</math> <math>n</math> 从 1, 2, 3, …… 中选取</p> <p>当 <math>\frac{z_a}{n_w} \neq \text{整数}</math> 时, <math>E_A</math> 为稍大于 <math>\frac{z_a}{n_w}</math> 的整数, <math>n</math> 从 1, 2, 3, …… 中选取</p> |    |
| 邻<br>接<br>条<br>件 |                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|                  | <p>必须保证相邻两行星轮互不相碰, 并留有大于 0.5mm 的间隙, 即行星轮齿顶圆半径之和小于其中心距, 如图所示</p> $2r_{ac} < L \text{ 或 } d_{ac} < 2a \sin \frac{\pi}{n_w}$ <p>式中 <math>r_{ac}, d_{ac}</math>—行星轮齿顶圆半径和直径。当行星轮为双联齿轮时, 应取其中之大值</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |

注: 对直齿轮, 可将表中代号的下角  $t$  去掉。

## 1.1.2 配齿方法

设计行星传动,齿数及行星轮数的确定除满足上述四个条件外,还需满足其他一些附加条件。例如,高速重载的行星传动,为了工作平稳,各啮合齿轮的齿数之间,应没有公约数。大于 100 的质数齿(如 101,103……)的齿轮尽量少用,因加工时切齿机床调整较难。用插齿刀或剃刀齿加工齿轮时,任一齿轮的齿数不应是插齿刀或剃刀齿齿数的整倍数。此外,如齿轮的齿面硬度小于 350HB,承载能力主要由轮齿的接触强度所决定,其中心轮尽可能选择较多的齿数;对低速、硬齿面的可逆传动,承载能力取决于轮齿弯曲强度时,则应选择较少的齿数。

## (1)NGW 型传动的配齿方法

## 1) 计算法配齿步骤

① 根据表 36.2-1 选取适合传动比要求的行星

轮数目  $n_w$ 。

② 确定  $z_a$ 。

对于非变位或高度变位传动:  $\frac{i_{aH}^b z_a}{n_w} = C$ , 根据  $i_{aH}^b$  并适当调整,使  $C$  等于整数,求出  $z_a$ ;

等角变位:  $\frac{i_{aH}^b z_a}{n_w} = C$ , 根据  $i_{aH}^b$  并适当调整,使  $C$  等于整数,求出  $z_a$ ;

③  $z_b = C n_w - z_a$ 。

④  $z_c = \frac{1}{2}(z_b - z_a)$ 。

当采用不等角变位 ( $a'_{tac} > a'_{tbc}$ ) 时,应将算出的  $z_c$  减去 0~2 齿,以适应变位的需要。此时计算所得的  $z_c$  可以不是整数,而在减少齿数时去掉该小数。

⑤ 必要时验算邻接条件。

2) 查表法(由表 36.2-4 查取)。

表 36.2-4 NGW 型行星齿轮传动的齿数组合

| $i = 2.8$ |       |       |            |           |       |       |            |           |       |       |            |
|-----------|-------|-------|------------|-----------|-------|-------|------------|-----------|-------|-------|------------|
| $n_w = 3$ |       |       |            | $n_w = 4$ |       |       |            | $n_w = 5$ |       |       |            |
| $z_a$     | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$     | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$     | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 32        | 13    | 58    | 2.8125     | 33        | 13    | 58    | 2.7879     | 32        | 13    | 58    | 2.8125     |
| 41        | 16    | 73    | 2.7805     | 37        | 15    | 67    | 2.8108     | 39        | 16    | 71    | 2.8205     |
| 43        | 17    | 77    | 2.7907     | 43        | 17    | 77    | 2.7907     | 43        | 17    | 77    | 2.7907     |
| 47        | 19    | 85    | 2.8085     | 46        | 19    | 85    | 2.8085     | 45        | 19    | 84    | 2.8261     |
| 49        | 20    | 89    | 2.8763     | 53        | 21    | 95    | 2.7925     | 64        | 26    | 116   | 2.8125     |
| 58        | 23    | 104   | 2.7931     | 59        | 23    | 105   | 2.7797     | 71        | 29    | 129   | 2.8169     |
| 62        | 25    | 112   | 2.8065     | 67        | 27    | 121   | 2.8060     | 79        | 31    | 141   | 2.7848     |
| 65        | 26    | 117   | 2.8000     | 71        | 29    | 129   | 2.8169     | 89        | 36    | 161   | 2.8090     |
| 73        | 29    | 131   | 2.7945     | 79        | 31    | 141   | 2.7848     | 104       | 41    | 186   | 2.7885     |
| 75        | 30    | 135   | 2.8000     | 81        | 33    | 147   | 2.8148     | 118       | 47    | 212   | 2.7966     |
| 77        | 31    | 139   | 2.8052     | 89        | 35    | 159   | 2.7865     | 121       | 49    | 219   | 2.8099     |
| 92        | 37    | 166   | 2.8043     | 97        | 39    | 175   | 2.8041     | 132       | 53    | 238   | 2.8030     |
| 118       | 47    | 212   | 2.7966     | 121       | 49    | 219   | 2.8099     | 146       | 59    | 264   | 2.8082     |
|           |       |       |            | 123       | 49    | 221   | 2.7967     | 154       | 61    | 276   | 2.7922     |
|           |       |       |            | 141       | 57    | 255   | 2.8085     | 161       | 64    | 289   | 2.7950     |
|           |       |       |            | 153       | 61    | 275   | 2.7974     | 168       | 67    | 302   | 2.7976     |

| $i = 3.15$ |       |       |            |           |       |       |            |           |       |       |            |
|------------|-------|-------|------------|-----------|-------|-------|------------|-----------|-------|-------|------------|
| $n_w = 3$  |       |       |            | $n_w = 4$ |       |       |            | $n_w = 5$ |       |       |            |
| $z_a$      | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$     | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$     | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 25         | 14    | 53    | 3.1200     | 23        | 13    | 49    | 3.1304     | 22        | 13    | 48    | 3.1818     |
| 29         | 16    | 61    | 3.1034     | 29        | 17    | 63    | 3.1724     | 29        | 16    | 61    | 3.1034     |
| 31         | 18    | 67    | 3.1613     | 33        | 19    | 71    | 3.1515     | 31        | 18    | 67    | 3.1613     |
| 32         | 19    | 70    | 3.1875     | 37        | 21    | 79    | 3.1351     | 37        | 21    | 79    | 3.1351     |
| 35         | 20    | 75    | 3.1429     | 41        | 23    | 87    | 3.1220     | 41        | 24    | 89    | 3.1707     |
| 37         | 21    | 79    | 3.1351     | 43        | 25    | 93    | 3.1628     | 35        | 20    | 75    | 3.1429     |
| 40         | 23    | 86    | 3.1500     | 53        | 31    | 115   | 3.1698     | 54        | 31    | 116   | 3.1481     |
| 44         | 25    | 94    | 3.1364     | 67        | 39    | 145   | 3.1642     | 55        | 32    | 119   | 3.1636     |

(续)

| $i=3.15$ |       |       |            |         |       |       |            |         |       |       |            |
|----------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|
| $n_w=3$  |       |       |            | $n_w=4$ |       |       |            | $n_w=5$ |       |       |            |
| $z_a$    | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 53       | 31    | 115   | 3.1698     | 71      | 41    | 153   | 3.1549     | 67      | 38    | 143   | 3.1343     |
| 55       | 32    | 119   | 3.1636     | 75      | 43    | 161   | 3.1467     | 79      | 46    | 171   | 3.1646     |
| 67       | 38    | 143   | 3.1343     | 79      | 45    | 169   | 3.1392     | 86      | 49    | 184   | 3.1395     |
| 70       | 41    | 152   | 3.1714     | 81      | 47    | 175   | 3.1605     | 89      | 51    | 191   | 3.6461     |
| 74       | 43    | 160   | 3.1622     | 85      | 49    | 183   | 3.1529     | 92      | 53    | 198   | 3.1522     |
| 82       | 47    | 176   | 3.1463     | 97      | 55    | 207   | 3.1340     | 98      | 57    | 212   | 3.1633     |
| 86       | 49    | 184   | 3.1395     | 121     | 69    | 259   | 3.1405     | 121     | 59    | 269   | 3.1405     |
| 97       | 56    | 209   | 3.1546     | 123     | 71    | 265   | 3.1545     | 83      | 47    | 177   | 3.1325     |

| $i=3.55$ |       |       |            |         |       |       |            |         |       |       |            |
|----------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|
| $n_w=3$  |       |       |            | $n_w=4$ |       |       |            | $n_w=5$ |       |       |            |
| $z_a$    | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 22       | 17    | 56    | 3.5455     | 23      | 17    | 57    | 3.4783     | 23      | 17    | 57    | 3.4783     |
| 25       | 19    | 63    | 3.5200     | 25      | 19    | 62    | 3.5260     | 24      | 19    | 62    | 3.5833     |
| 29       | 22    | 73    | 3.5172     | 29      | 23    | 75    | 3.5862     | 26      | 20    | 66    | 3.5385     |
| 32       | 25    | 82    | 3.5625     | 33      | 25    | 83    | 3.5152     | 27      | 21    | 69    | 3.5556     |
| 37       | 29    | 95    | 3.5675     | 37      | 29    | 95    | 3.5676     | 29      | 22    | 73    | 3.5172     |
| 41       | 32    | 105   | 3.5609     | 45      | 35    | 115   | 3.5556     | 31      | 24    | 79    | 3.5484     |
| 46       | 35    | 116   | 3.5217     | 47      | 37    | 121   | 3.5745     | 36      | 28    | 92    | 3.5556     |
| 47       | 37    | 121   | 3.5745     | 53      | 41    | 135   | 3.5472     | 37      | 28    | 93    | 3.5135     |
| 48       | 37    | 122   | 3.5417     | 55      | 43    | 141   | 3.5636     | 43      | 33    | 100   | 2.5349     |
| 49       | 38    | 125   | 3.5510     | 61      | 47    | 155   | 3.5410     | 46      | 35    | 116   | 3.5217     |
| 52       | 41    | 134   | 3.5769     | 69      | 53    | 175   | 3.5362     | 48      | 37    | 122   | 3.5417     |
| 56       | 43    | 142   | 3.5357     | 73      | 57    | 187   | 3.5616     | 54      | 41    | 136   | 3.5185     |
| 61       | 47    | 155   | 3.5410     | 77      | 59    | 195   | 3.5325     | 73      | 57    | 187   | 3.5616     |
| 73       | 56    | 185   | 3.5342     | 79      | 61    | 201   | 3.5443     | 76      | 59    | 194   | 3.5526     |
| 76       | 59    | 194   | 3.5526     | 83      | 65    | 213   | 3.5663     | 79      | 61    | 201   | 3.5443     |
| 86       | 67    | 220   | 3.5581     | 87      | 67    | 221   | 3.5402     | 82      | 63    | 208   | 3.5366     |

| $i=4$   |       |       |            |         |       |       |            |         |       |       |            |
|---------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|
| $n_w=3$ |       |       |            | $n_w=4$ |       |       |            | $n_w=5$ |       |       |            |
| $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 20      | 19    | 58    | 3.9000     | 23      | 22    | 67    | 3.9130     | 18      | 17    | 52    | 3.8889     |
| 22      | 23    | 68    | 4.0909     | 25      | 27    | 79    | 4.1600     | 22      | 23    | 68    | 4.0909     |
| 23      | 22    | 67    | 3.9130     | 27      | 29    | 85    | 4.1481     | 23      | 22    | 67    | 3.9130     |
| 26      | 25    | 76    | 3.9231     | 29      | 31    | 91    | 4.1379     | 24      | 25    | 74    | 4.0833     |
| 28      | 27    | 82    | 3.9286     | 31      | 33    | 97    | 4.1290     | 26      | 25    | 76    | 3.9231     |
| 29      | 28    | 85    | 3.9310     | 33      | 32    | 97    | 3.9394     | 28      | 27    | 82    | 3.9286     |
| 32      | 31    | 94    | 3.9375     | 37      | 39    | 115   | 4.1081     | 29      | 31    | 91    | 4.1379     |
| 38      | 37    | 112   | 3.9474     | 39      | 41    | 121   | 4.1026     | 31      | 33    | 97    | 4.1290     |
| 44      | 43    | 130   | 3.9545     | 43      | 45    | 133   | 4.0930     | 33      | 32    | 97    | 3.9394     |
| 47      | 49    | 145   | 4.0851     | 45      | 46    | 137   | 4.0444     | 38      | 37    | 112   | 3.9474     |
| 50      | 49    | 148   | 3.9600     | 47      | 49    | 145   | 4.0851     | 39      | 41    | 121   | 4.1026     |
| 56      | 55    | 166   | 3.9643     | 49      | 50    | 149   | 4.0408     | 48      | 47    | 142   | 3.9583     |
| 59      | 58    | 175   | 3.9661     | 55      | 57    | 169   | 4.0727     | 41      | 40    | 121   | 3.9512     |
| 62      | 61    | 184   | 3.9677     | 57      | 59    | 172   | 4.0702     | 58      | 57    | 172   | 3.9655     |
| 68      | 67    | 202   | 3.9706     | 61      | 63    | 187   | 4.0656     | 63      | 62    | 187   | 3.9683     |
| 74      | 73    | 220   | 3.9730     | 67      | 69    | 205   | 4.0597     | 68      | 67    | 202   | 3.9706     |



(续)

| $i=4.5$ |       |       |            |         |       |       |            | $i=5$   |       |       |            |
|---------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|---------|-------|-------|------------|
| $n_w=3$ |       |       |            | $n_w=4$ |       |       |            | $n_w=3$ |       |       |            |
| $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 17      | 22    | 61    | 4.5882     | 17      | 21    | 59    | 4.4706     | 16      | 23    | 62    | 4.8750     |
| 19      | 23    | 65    | 4.4211     | 19      | 23    | 65    | 4.4211     | 17      | 25    | 67    | 4.9412     |
| 23      | 28    | 79    | 4.4348     | 21      | 26    | 73    | 4.4762     | 19      | 29    | 77    | 5.0526     |
| 25      | 32    | 89    | 4.5600     | 23      | 29    | 81    | 4.5217     | 20      | 31    | 82    | 5.1000     |
| 26      | 33    | 92    | 4.5385     | 25      | 31    | 87    | 4.4800     | 23      | 34    | 91    | 4.9565     |
| 28      | 35    | 98    | 4.500      | 27      | 34    | 95    | 4.5184     | 28      | 41    | 110   | 4.9286     |
| 31      | 39    | 109   | 4.5161     | 33      | 41    | 115   | 4.4848     | 31      | 47    | 125   | 5.0323     |
| 35      | 43    | 121   | 4.4571     | 35      | 43    | 121   | 4.4571     | 40      | 59    | 158   | 4.9500     |
| 37      | 45    | 127   | 4.4324     | 41      | 51    | 143   | 4.4878     | 44      | 67    | 178   | 5.0455     |
| 41      | 52    | 145   | 4.5366     | 47      | 59    | 165   | 4.5106     | 47      | 70    | 187   | 4.9787     |
| 52      | 65    | 182   | 4.5000     | 49      | 61    | 171   | 4.4898     | 52      | 77    | 206   | 4.9615     |
| 53      | 67    | 187   | 4.5283     | 50      | 62    | 174   | 4.4800     | 55      | 83    | 221   | 5.0182     |
| 59      | 73    | 205   | 4.4746     | 53      | 67    | 187   | 4.5283     | 56      | 85    | 226   | 5.0357     |
| 61      | 77    | 215   | 4.5246     | 59      | 73    | 205   | 4.4746     | 59      | 88    | 235   | 4.9831     |
| 68      | 85    | 238   | 4.5000     | 61      | 77    | 215   | 4.5246     | 64      | 95    | 254   | 4.9688     |
| 71      | 88    | 247   | 4.4789     | 71      | 89    | 249   | 4.5070     | 65      | 97    | 259   | 4.9846     |
| $i=5$   |       |       |            | $i=5.6$ |       |       |            | $i=6.3$ |       |       |            |
| $n_w=4$ |       |       |            | $n_w=3$ |       |       |            | $n_w=3$ |       |       |            |
| $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 17      | 25    | 67    | 4.9412     | 13      | 23    | 59    | 5.5385     | 13      | 29    | 71    | 6.4615     |
| 19      | 29    | 77    | 5.0526     | 14      | 25    | 64    | 5.5714     | 14      | 31    | 76    | 6.4286     |
| 21      | 31    | 83    | 4.9574     | 16      | 29    | 74    | 5.6250     | 16      | 35    | 86    | 6.3850     |
| 23      | 35    | 93    | 5.0435     | 17      | 31    | 79    | 5.6471     | 17      | 37    | 91    | 6.3529     |
| 25      | 37    | 99    | 4.9600     | 19      | 35    | 89    | 5.6842     | 19      | 41    | 101   | 6.3158     |
| 29      | 43    | 115   | 4.9655     | 20      | 37    | 94    | 5.7000     | 20      | 43    | 106   | 6.3000     |
| 31      | 47    | 125   | 5.0323     | 22      | 41    | 104   | 5.7273     | 22      | 47    | 116   | 6.2727     |
| 35      | 53    | 141   | 5.0786     | 29      | 52    | 133   | 5.5862     | 23      | 49    | 121   | 6.2609     |
| 37      | 55    | 147   | 4.9730     | 31      | 56    | 143   | 5.6129     | 25      | 54    | 133   | 6.3200     |
| 47      | 71    | 189   | 5.0713     | 40      | 71    | 182   | 5.5500     | 26      | 55    | 136   | 6.2308     |
| 49      | 73    | 195   | 4.9796     | 41      | 73    | 187   | 5.5610     | 28      | 39    | 146   | 6.2143     |
| 51      | 77    | 205   | 5.0196     | 44      | 79    | 202   | 5.5909     | 31      | 66    | 163   | 6.2581     |
| 55      | 83    | 221   | 5.0182     | 46      | 83    | 212   | 5.6087     | 35      | 76    | 187   | 6.3429     |
| 59      | 89    | 237   | 5.0160     | 47      | 85    | 217   | 5.6170     | 37      | 80    | 197   | 6.3243     |
| 63      | 95    | 253   | 5.0159     | 50      | 91    | 232   | 5.6400     | 41      | 88    | 217   | 6.2927     |
| 65      | 97    | 259   | 4.9846     | 52      | 95    | 242   | 5.6538     | 47      | 100   | 247   | 6.2553     |
| $i=7.1$ |       |       |            | $i=8$   |       |       |            | $i=9$   |       |       |            |
| $n_w=3$ |       |       |            | $n_w=3$ |       |       |            | $n_w=3$ |       |       |            |
| $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ | $z_a$   | $z_c$ | $z_b$ | $i_{aH}^b$ |
| 13      | 32    | 77    | 6.9231     | 13      | 38    | 89    | 7.8462     | 14      | 49    | 112   | 9.0000     |
| 14      | 37    | 88    | 7.2857     | 14      | 43    | 100   | 8.1429     | 16      | 56    | 128   | 9.0000     |
| 16      | 41    | 98    | 7.1250     | 16      | 47    | 110   | 7.8750     | 17      | 58    | 133   | 8.8236     |
| 17      | 43    | 103   | 7.0588     | 17      | 49    | 115   | 7.7647     | 19      | 68    | 155   | 9.1579     |
| 19      | 50    | 119   | 7.2632     | 17      | 52    | 121   | 8.1176     | 20      | 70    | 160   | 9.0000     |
| 20      | 51    | 122   | 7.1000     | 20      | 61    | 142   | 8.1000     | 22      | 77    | 176   | 9.0000     |
| 22      | 56    | 134   | 7.0909     | 22      | 65    | 152   | 7.9091     | 23      | 82    | 187   | 9.1304     |
| 23      | 58    | 139   | 7.0435     | 26      | 79    | 184   | 8.0769     | 25      | 89    | 203   | 9.1200     |