

经济控制论基础

曾祥金 编著

经济控制论基础

科学出版社

224.11

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

经济控制论是将控制论的理论与方法应用于经济领域的一门新兴学科。本书介绍了经济控制论的基本理论，详细讨论了经济控制系统的稳定性、能控性和能观性，重点阐述了最优控制问题，并配有较多的经济应用实例和习题。本书通俗易懂，便于自学，可作为大学本科应用数学、经济管理等专业，以及工科和文科有关专业的教学用书，也是从事经济研究和管理人员的参考书。

经济控制论基础

曾祥金 编著

责任编辑 赵卫江 唐云江

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

蓝地激光照排

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1995 年 12 月第一 版 开本：850×1168 1/32

1995 年 12 月第一次印刷 印张：8 1/2

印数：1—1 500 字数：213 000

ISBN 7-03-004656-0/O · 798

定价：18.00 元

前　　言

经济控制论是应用控制论的理论与方法去分析研究经济系统运行过程的定量控制的一门新兴学科。它是控制论与经济学结合的产物。多年来，通过控制论专家和经济学家共同合作研究、互相渗透，使控制论的理论和方法在经济领域里得到广泛的应用，从而使得经济控制论这门学科有了较快的发展。近年来，随着我国改革开放形势的发展，经济控制论的理论研究和方法应用越来越受重视，特别在国民经济发展的宏观控制方面得到了广泛应用。目前已出版了若干专著、论文和大学教材，并在建立宏观经济模型、经济预测与决策分析和经济大系统理论研究等方面，取得一批成果。

本书的内容是经过教学实践和征求有关专家的意见后而逐步形成的。本书编写的主要宗旨在于力求经济概念与精确的控制理论相结合，使之成为经济领域里更多学者喜爱的一本书。

在编写过程中，作者力图做到如下几点：

1. 自成体系。读者只要有微积分和线性代数的知识，就可以读懂本书的主要内容。略去带“*”号的段落，不影响上下行文的衔接。视不同专业要求而异。
2. 叙述简练。叙述通俗易懂，由浅入深，便于自学，并配有较多的经济应用实例和习题。
3. 在重视基本概念的同时，适当注意了基本理论的训练。这样保证了本书的广度和深度，使本书有较宽的使用范围。

林小萍参加了本书第二章的编写工作。

因水平有限，不妥之处在所难免，欢迎读者批评指正。

中山大学数学系林伟教授对本书提出了宝贵意见，在此深表感谢。

编　者
广东汕头大学
1992年10月

目 录

| | |
|---------------------------------|-------|
| 第一章 控制论与经济学 | (1) |
| § 1.1 控制论发展简介..... | (1) |
| § 1.2 经济控制论的研究对象和方法..... | (3) |
| 第二章 经济控制论基础 | (6) |
| § 2.1 控制系统的概念..... | (6) |
| § 2.2 经典控制论..... | (9) |
| § 2.3 现代控制论概述 | (17) |
| § 2.4 线性控制系统的解法 | (33) |
| 附录 I 拉普拉斯变换..... | (50) |
| 附录 II Z 变换 | (52) |
| 第三章 经济控制系统的稳定性分析 | (55) |
| § 3.1 连续时间经济系统的稳定性分析 | (55) |
| § 3.2 卡列斯基商业循环模型的稳定性分析 | (63) |
| § 3.3 线性经济系统的李雅普诺夫稳定性分析 | (70) |
| § 3.4 离散时间经济系统的稳定性分析 | (74) |
| 第四章 动态经济系统的能控性和能观性 | (84) |
| § 4.1 离散时间经济系统的能控性 | (84) |
| § 4.2 离散时间经济系统的能观性 | (91) |
| § 4.3* 对偶原理与经济系统的分解 | (93) |
| § 4.4* 动态投入产出模型的能控性与能观性 | (96) |
| § 4.5 连续时间经济系统的能控性与能观性 | (102) |
| 第五章 经济控制系统的综合 | (112) |
| § 5.1 状态反馈和输出反馈..... | (112) |
| § 5.2 经济系统的极点配置..... | (117) |
| § 5.3* 经济系统线性多变量调节器 | (129) |
| § 5.4* 线性多变量调节器的应用 | (140) |
| 第六章 连续时间经济系统的最优控制 | (152) |

| | |
|--------------------------|--------------|
| § 6.1* 最优控制问题的提法 | (152) |
| § 6.2 经典变分法介绍 | (154) |
| § 6.3* 最优控制问题的变分法 | (163) |
| § 6.4 连续系统的最小值原理 | (177) |
| 第七章 离散时间经济系统的最优控制 | (210) |
| § 7.1 问题的一般提法 | (210) |
| § 7.2 离散时间系统的最优控制 | (211) |
| § 7.3 动态规划方法 | (218) |
| § 7.4 动态规划法在科学管理学中的应用 | (224) |
| § 7.5 线性二次型最优控制问题 | (244) |
| 参考文献 | (254) |

第一章 控制论与经济学

§ 1.1 控制论发展简介

系统论、控制论和信息论，被称为现代科学发展的前沿三论。近年来，它们的发展很快，成为引人瞩目的热门学科。控制论是三论之一，它产生于 20 世纪 50 年代末。1948 年美国数学家 N. 维纳 (Wiener) 的专著《控制论，或关于动物和机器中控制和通讯的科学》出版，为这门新兴学科的诞生和发展奠定了基础。控制论的前身是伺服机构理论。“伺服”就是服务的意思，“伺服机构”(又称伺服系统)就是用来代替人去控制机器或工艺过程的装置。对伺服机构的功能进行理论分析、研究和设计，就是伺服机构理论。随着时间的推移，它逐步发展形成一门独立的学科——控制论。控制论的发展、控制装置(首先是电子计算机的出现)的建立和应用，是现代科学技术革命最重要的方面之一。有人称：如果没有控制论，许多杰出的科学技术成就(诸如人类进入宇宙)就不可能实现，现代社会中物质生活和精神生活的许多变化就不可能发生。

控制论是一门理论性与实用性都很强的学科，它以强大的生命力活跃于自然科学和社会科学的许多领域，它对促进现代科学技术的发展和人类思维方式的变革，起着重大的影响，并发挥着巨大的作用。控制论的一般原理和方法，在工程技术、生物学、经济学以及社会科学等领域都得到了广泛应用，并取得了巨大成就。因此，相应地产生了工程控制论、生物控制论、经济控制论和社会控制论等新的分支。

控制论的发展大致可分为经典控制论、现代控制论和大系统理论三个阶段。

经典控制论 经典控制论主要研究单输入单输出系统的一

般控制规律.它是利用系统的输入输出信息来研究系统的动态描述的数学模型.其主要方法是频域法和传递函数法.对于一个复杂动态系统,我们不顾及系统内部结构的动态行为特性,只利用系统的输入输出信息来研究、描述系统的动态行为,这种描述方法称为黑箱方法.利用黑箱方法建立的系统模型称为黑箱模型.经典控制论主要适用于局部性控制系统,对于大型复杂的系统的使用则受到限制.然而,经典控制论在建立系统信息、反馈、控制及稳定等基本概念和方法上为现代控制论的建立和发展打下了基础.

现代控制论 在控制系统中引进了状态、状态变量、状态方程和状态空间的概念,把控制系统的数学描述表示成状态空间的统一数学模型形式,这就拓宽了经典控制论的应用范围,使得多输入多输出时不变系统、时变系统、非线性系统等复杂系统都能够得以处理,现代控制论的许多分析方法与电子计算机的应用紧密结合起来,产生了更强的生命力.最优控制理论的提出是现代控制论发展的重要成就.在最优控制理论中,引进了“目标函数”或“性能指标”的概念.在满足一定约束条件下,求使目标函数或性能指标取最优(最大或最小)值的最优控制律,在最优控制律的作用下,控制系统将动态地达到预期目标.

大系统理论 随着现代控制论日趋成熟,其应用领域愈来愈宽阔,问题愈来愈复杂,控制系统的规模也愈来愈大.70年代以来,便逐步发展成为大系统理论.这就是控制论发展的第三阶段,大系统理论研究的主要内容有:分解协调原理,分散控制,多级递阶控制,大系统模型降阶理论和稳定性理论等等.

大系统理论目前尚不够成熟,还处于发展阶段.由于社会经济系统和自然科学系统几乎都是复杂的大系统.例如,宏观经济系统,资源分配系统,生物生态系统,环境系统,人口系统,能源系统,交通运输系统和大企业的经营管理系统等.所以,大系统理论的研究不仅具有理论意义,而且具有重大的实际价值.

控制论的方法论功能,有人认为,控制论的理论和方法可以解释一切、概括一切,甚至认为控制论就是一种同哲学一样的科学方

法论。我们可把控制论的方法论功能归纳成如下要点：

(1) 控制论的方法论功能具有还原性质

科学史上一直存在着探索不同知识领域统一的根据，又依据这种根据去解释各种不同知识领域的统一的方法论思想。这就是所谓还原性质。而控制论的方法论正具备这种还原性质。正是在这种还原性质下，人们把控制论的理论和方法推广应用于人类知识的各个领域。

(2) 控制论的方法论功能具有启发性质

利用控制论的方法论研究控制结构的不变性与共同性可以用来寻求、预见新领域，促进科学的发展。

(3) 控制论的方法论功能具有一般科学性质

控制论揭示了控制系统通讯和控制的一般规律，并揭示了不同控制系统的共同性质，使得控制论的概念和方法原则上可以应用于广泛的科学领域（包括社会科学）。

§ 1.2 经济控制论的研究对象和方法

经济控制论是应用控制论的理论和方法去分析研究经济系统运行过程的定量控制关系的一门学科。控制目的旨在控制经济系统的正常运行发展。

例如，一个国民经济系统，大体上可分为两部分：国民经济再生产系统和国民经济管理系统。这两个系统各处于不同地位，一个是控制者，另一个是受控制对象。可用直观的框图表示（见图 1-1）。国民经济管理系统是控制者对国民经济再生产系统进行控制，其作用是对国民经济再生产系统的输出与计划管理目标的实现作出评价与决策。而国民经济再生产系统是被控制者。在经济控制系统中，控制者的活动范围称为控制域，受控系统的活动范围称为实域。经济学理论研究的主要对象是实域，而经济控制论则把控制域作为研究对象。因此，合理地选择控制手段和综合是经济控制论的主要任务，这样就可使得经济系统沿着最有效的趋向运行。比如，

若市场需求过旺,就必须采取限制需求的政策,如压缩基本投资、增税、严格控制款项、提高利息率等.

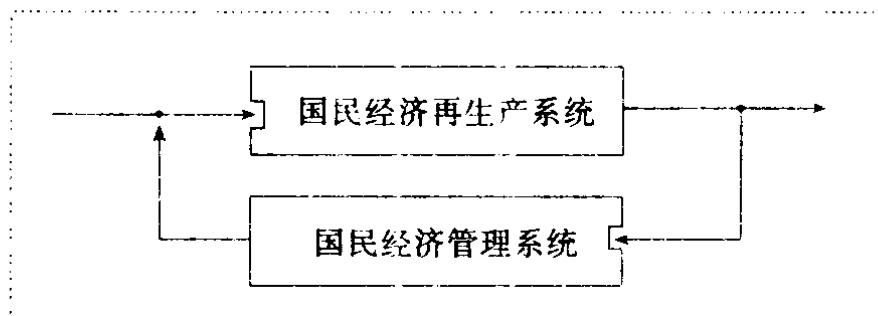


图 1-1 国民经济系统

下面扼要介绍宏观经济控制论的理论与方法的内容. 宏观经济控制是以政府部门对国民经济全局的管理、微观的放活为前提的. 探讨和发展宏观经济控制论,对于加强和改善宏观经济控制是十分重要的. 通常宏观经济控制论的研究内容主要有以下三方面.

(1) 综合平衡理论

综合平衡理论是 50 年代后期发展起来的理论,其主要思想是从社会再生产的总体上协调各部门要素之间的关系,使资源与需求在总量上平衡,特别是实现财政、信贷、外汇和劳力间的平衡.

(2) 政府干预经济的理论

政府干预经济的理论,实际上由经济政策理论和经济调节理论组成. 经济政策是从经济系统外部影响其运行的重要方式,政策干预经济系统运行是促进经济发展的重要手段. 所以,要特别重视政策科学化问题的研究. 经济调节理论是研究当经济系统的输出偏离控制目标时所要进行调节的理论,通过改变输入或调整系统结构以改善系统的功能. 调节的手段有经济的、行政的、法律的等等. 经济调节所用的手段就是经济杠杆,包括价格、财政税收、信贷利率、工资奖金等等.

(3) 动态反馈控制理论

国民经济再生产系统是一个受控系统,要达到系统的运行目标,必须采用实现动态的信息反馈的闭环系统控制. 也就是说,宏观经济控制的目标模式就是以信息系统为基础的动态反馈控制.

宏观经济控制的方法,可分为强制和诱导两类,即直接控制和间接控制两大类。直接控制具有强制性,其作用方向往往是垂直的,如行政命令、指示、决议、规定等方式。法律方法是一种特殊的直接控制,它有强制性,要依靠政权的力量来实现。间接控制具有诱导性,其作用途径是迂回的,如运用经济杠杆的方法、思想教育的方法、信息方法等等,都是间接控制方法。经济管理体制的改革就是要求对宏观经济控制由以直接控制为主转化成以间接控制为主。

经济控制论通常分为两大类,即微观经济控制论和宏观经济控制论。微观经济控制论是以企业特别是大型企业的经济活动及其管理为研究对象;而宏观经济控制论则以国民经济特别是以社会主义经济的计划与管理为研究对象。资本主义国家偏重于微观经济控制,近期亦逐步出现国家垄断集团对国民经济进行控制,而社会主义国家则偏重于宏观经济控制。改革社会主义经济体制的目标正是要加强微观控制环节,以利于社会主义经济系统更有效地运行。

本书较为系统地介绍经济控制论的基本理论和最优控制的基本方法,以微观经济系统为主要研究对象,也适当讨论宏观经济系统的控制问题。

第二章 经济控制论基础

控制论的发展经历了三个阶段,即经典控制论、现代控制论和大系统理论。本章除了扼要介绍经典控制论的知识外,将重点介绍现代控制论。

§ 2.1 控制系统的概念

2.1.1 系统和经济系统

“系统”这一概念是人类在长期社会实践中逐步形成的,它是现代科学与技术领域中的一个基本概念。

什么是系统?系统论创始人之一 L. von 贝塔朗菲 (Bertalanffy)认为:“系统可以定义为相互作用着的若干要素的复合体。”我国著名科学家钱学森将系统定义为:“把极其复杂的研究对象称为系统,即相互作用和相互依赖的若干组织成分合成的具有特定功能的有机整体,而且这个系统本身又是它所从属的一个更大系统的组成部分。”例如,一个城市是一个系统,但它又是国家这个更大系统的子系统。任何一个系统都有一个“边界”,边界之外与系统有关的一切子系统的全体,称为系统的“外部环境”,简称环境。

任何一个系统都在一定的环境条件下存在和发展。系统与环境之间有着密切的信息、能量与物质的交换,系统对环境提供的信息、能量与物质进行转换与加工,然后向环境输出结果。这种“交换”促进了系统的动态运行。

环境对系统的影响和作用称为系统的输入。而系统对环境的影响和作用称为系统的输出。这种关系可由图 2-1 直观表示。

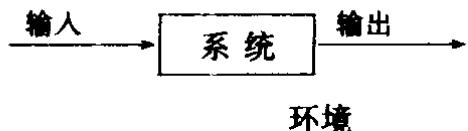


图 2-1

系统的分类依不同的划分原则而确定。大体上有：按系统的结构形式与运行方式划分，有封闭系统与开放系统、静态系统与动态系统；按数学模型的形式来划分，有线性系统和非线性系统、确定性系统与非确定性系统、离散系统与连续系统；从对系统的信息了解的程度来划分，有黑箱系统与白箱系统、灰色系统等等。

经济现象或经济活动过程是一个系统，它是由各种互相制约和互相影响的经济要素所构成的、具有一定经济特征和功能的经济整体，称之为经济系统。经济要素（或子系统）包括劳动力、原材料、工具设备、厂房、土地等经济物质，以及与经济有关的科学技术、政策等经济信息。经济系统的分类有多种，从其功能角度来划分有宏观经济系统与微观经济系统。

2. 1. 2 信息与经济信息

信息是控制的基础。控制系统的运行过程就是它获取、传递、加工和使用信息的过程。什么是信息？目前尚无统一的提法。信息论的创始人之一 C. E. 香农（Shannon）认为：“信息是消除随机不确定性的信息。”控制论创始人维纳则认为：“信息是人们在适应外部世界并且使这种适应反作用于外部世界过程中，同外部世界进行交换的内容之名称。”

什么是经济信息？经济信息是反映经济活动特征和发展变化状况的各种消息、情况和资料的总称。经济信息具有社会性、有效性和动态性的特点。通过经济信息的传输、接收、处理和利用，反映和沟通各方面的经济发展和变化情况，借以管理和控制生产、交换、分配和消费等的正常运行，实现人们在经济信息活动中所追求的目标。

2. 1. 3 控制与控制系统

控制论研究的对象是控制系统。控制是指在保证系统适应外

部环境变化过程中,为了改善系统的功能或达到系统的预定目标对系统施加的一种能动作用.

所谓控制系统,是指在控制的作用下,能改变自身的运动和进入各种可能的运动状态的系统.因此,控制系统一般都包括“受控系统”与“控制器”两个基本部分.受控系统是被控制的对象.控制器是执行控制功能的部分.

任何一个控制系统都是由若干个子系统(或要素)按一定因果关系(如输入输出关系)组成的.如果控制系统中某个子系统的输出是另一个子系统的输入,我们称这两个子系统之间的这种因果关系为“耦合”.如果一个控制系统中各个子系统之间不存在耦合,那么它也就不会成为一个系统.因此,耦合是控制系统的一个非常重要的基本概念.

控制系统的最基本耦合形式有:串联耦合、并联耦合和反馈耦合.它们的直观框图如图 2-2 所示.

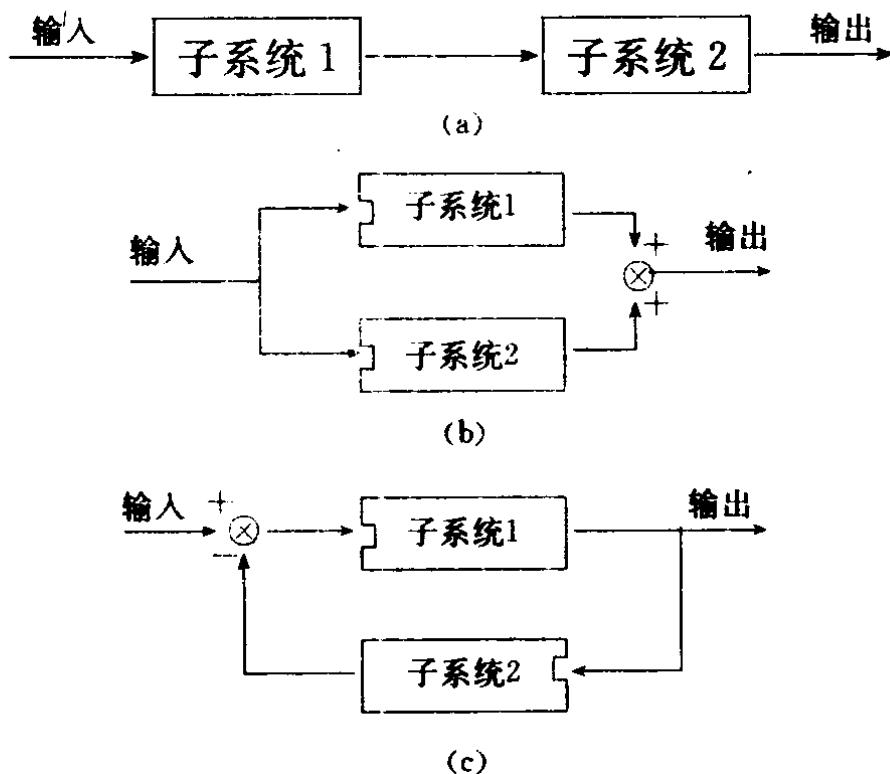
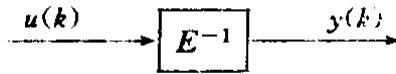


图 2-2 子系统耦合

(a) 串联耦合 (b) 并联耦合 (c) 反馈耦合

控制系统的基本元件表示如下.

(1) 延迟器



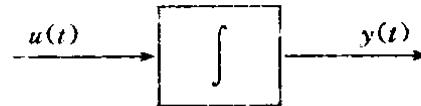
表示 $y(k) = E^{-1}u(k) = u(k-1)$

(2) 微分器



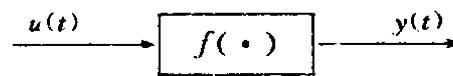
表示 $y(t) = Du(t) = \frac{du(t)}{dt} = u'(t)$

(3) 积分器



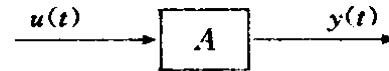
表示 $y(t) = \int u(t) dt$

(4) 函数发生器



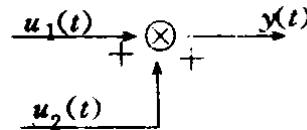
表示 $y(t) = f(u(t))$

(5) 广义放大器



表示 $y(t) = Au(t)$

(6) 向量求和器



表示 $y(t) = u_1(t) + u_2(t)$

上述后两种中, u , y 均为向量, A 为矩阵.

§ 2.2 经典控制论

经典控制论主要基于黑箱原理, 它也是系统的输入输出描述方法.

2.2.1 黑箱原理

所谓黑箱原理就是不顾及控制系统内部的结构和动态特性,

而仅考虑控制系统的输入输出之间的关系,研究输入发生变化时输出的反应行为的一种原理或方法.“黑箱”是指这样一个系统,人们只能得知它的输入、输出的值.而不知其内部结构和动态特性.如我们研究一个国家或地区的经济开发系统时,可将该系统视为一个仅有开发投资(输入)和国民收入(输出)的黑箱,而不过问这些投资如何使用和运转对国民收入的影响,以及某项具体科研成果对国民收入的影响等细节.用黑箱原理所建立的控制系统的输入输出模型叫做黑箱模型.

1. 连续型经济系统的输入输出描述

设某控制系统如图 2-3(a)所示



图 2-3(a)

其中 $u(t)$ 为这个控制系统的输入函数, $y(t)$ 为该系统的输出函数, S 表示系统的结构和动态特性. 设系统 S 具有一般的基本元件组成,则输入输出控制系统的数学描述一般形式为

$$\sum_{i=0}^n a_{n-i} y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_{m-j} u^{(j)}(t) \quad (2.2.1)$$

初始条件为

$$\begin{cases} y^{(i)}(t)|_{t=t_0} = y_0^{(i)}, & i = 0, 1, \dots, n-1 \\ u^{(j)}(t)|_{t=t_0} = u_0^{(j)}, & j = 0, 1, \dots, m-1 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

其中,如果 $a_i, b_j (i=0, 1, \dots, n, j=0, 1, \dots, m)$ 为常数或为时间 t 的函数,则由(2.2.1)和(2.2.2)式描述的系统模型为线性系统模型;如果 $a_i, b_j, (i=0, 1, \dots, n, j=0, 1, \dots, m)$ 为输入函数 $u(t)$ 输出函数 $y(t)$ 或其各阶导数的函数,则(2.2.1)和(2.2.2)描述的系统模型为非线性系统模型.

一般地,对于(2.2.1)和(2.2.2)式的系统模型描述还可表述成沃尔泰拉(Volterra)泛函级数形式

$$y(t) = \int_0^t k_1(\tau) u(t - \tau) d\tau + \int_0^t \int_0^\tau k_2(\tau_1, \tau_2) \prod_{j=1}^2 u(t - \tau_j) d\tau_j + \dots$$

$$+ \int_0^t \cdots \int_0^t k_i(\tau_1, \dots, \tau_i) \prod_{j=1}^i u(t - \tau_j) d\tau_j + \dots \quad (2.2.3)$$

其中函数 $k_i(\cdot)$ 称为核函数, 它反映了控制系统的动态特性. 当核函数 $k_i(\cdot)$ 确定之后, 控制系统的描述也就完全确定了. 泛函级数 (2.2.3) 式反映的控制系统是非线性系统. 而线性系统可由下式表示

$$y(t) = \int_0^t k(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (2.2.4)$$

上述沃尔泰拉泛函级数仅在 $t \geq 0$ 时的时域中讨论. 当 $t < 0$ 时, 均定义 $k(t) \equiv 0, u(t) = 0$.

任何具有单输入单输出的控制系统, 无论控制系统内部结构与动态特性如何复杂, 均可以用沃尔泰拉泛函级数描述. 如宏观经济系统、水文系统等. 控制系统动态运行的这种描述方法都是基于黑箱原理的. 因此, 这种系统的数学模型称为黑箱模型.

在黑箱模型中, 各阶核函数是未知的. 在已知输入输出函数的前提下, 从黑箱模型中求出核函数 $k(\cdot)$, 我们称之为系统模型识别. 下面, 我们只讨论线性系统 (2.2.4) 的模型识别问题.

2. 线性系统模型识别

线性系统模型为

$$y(t) = \int_0^t k(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (2.2.4)$$

利用系统模型识别求核函数 $k(t)$ 的方法很多. 这里我们介绍拉普拉斯变换法. 由拉普拉斯变换法对线性系统模型 (2.2.4) 式进行变换, 即

$$\begin{aligned} Y(s) &= \int_0^\infty y(t) e^{-st} dt = \int_0^\infty \left[\int_0^t k(\tau) u(t - \tau) d\tau \right] e^{-st} dt \\ &= \int_0^\infty k(\tau) e^{-s\tau} d\tau \cdot \int_0^\infty u(t - \tau) e^{-s(t-\tau)} d(t - \tau) \\ &= \int_0^\infty k(\tau) e^{-s\tau} d\tau \cdot \int_0^\infty u(r) e^{-sr} dr \\ &= K(s) \cdot U(s) \end{aligned}$$

所以, 得

$$K(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad U(s) \neq 0 \quad (2.2.5)$$

其中

$$\begin{aligned} Y(s) &= \int_0^\infty y(t)e^{-st}dt \\ U(s) &= \int_0^\infty u(t)e^{-st}dt \\ K(s) &= \int_0^\infty k(t)e^{-st}dt \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

由(2.2.5)式确定的 $K(s)$ 称为该控制系统的传递函数. 它是一个以控制系统核函数描述线性定常系统的输入输出之间关系的函数, 它能够反映系统中信息传输与控制的特性. 它的特点是以复变数 s 的代数式代替实时间 t 的沃尔泰拉泛函方程. 可用框图表示:(见图 2-3(b)).

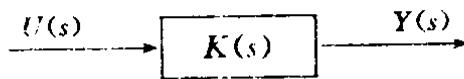


图 2-3(b)

利用(2.2.5)式与(2.2.6)式求出传递函数 $K(s)$ 后, 再求拉普拉斯逆变换, 就可求出系统核函数. 通常, 求输入、输出的拉氏变换和由传递函数求拉普拉斯逆变换, 均可以查拉普拉斯变换表得到.

例 1 已知控制系统输入 $u(t) = e^{-t}$, 输出 $y(t) = \frac{1}{2}(e^{2t} - e^{-t})$. 试求系统核函数 $k(t)$.

解 由拉普拉斯变换知,

$$\begin{aligned} Y(s) &= \int_0^\infty y(t)e^{-st}dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^{2t} - e^{-t})e^{-st}dt \\ &= \frac{3}{2} \left[\frac{1}{(s-2)(s+1)} \right] \\ U(s) &= \int_0^\infty u(t)e^{-st}dt \\ &= \int_0^\infty e^{-t} \cdot e^{-st}dt = \int_0^\infty e^{-(s+1)t}dt \end{aligned}$$