工程作图几何

〔联邦德国〕奥斯瓦尔德·吉灵
汉斯·赛博尔德 著

机械工业出版社

作图几何在我国称为画法几何，是工科大专院校的重要技术基础课之一。实际上，前者内容较后者广泛。本书译自慕尼黑工业大学教材第二版。该书也是联邦德国各工业大专学校、高等师范学校的教材。1982年，我国教育部该专业教材研讨会认为本书具有一定特色，可译出介绍给读者。

该书特点有：一、内容精要、编排得当、叙述简练、有相当深广度。内容的纵向系统是中心和平行投影、仿射对应、并列正投影、解定位和度量问题、微分几何、直纹面、二次曲线与曲面、回转面，曲面交线与展开、螺旋运动、单面投影（标高投影、轴测投影、透视投影）、计算机作图几何。二、既加强与几何学各有关分支在理论上的联系，又重视在工程技术中的应用（有不少实例，以机械为主，建筑为次）。三、编写方式新颖。将教科书与习题集相结合，有利于培养学生的想象力、图解能力、作图能力和自学能力。

本书可供高等工科院校教师、本科生、研究生及有关专业的师生、工程技术人员参考。

Konstruktive Ingenieurgeometrie
DR. OSWALD GIERING
DR. HANS SEYBOLD
2., erweiterte Auflage
CARL HANSER VERLAG MÜNCHEN WIEN 1979

* * *

工程作图几何

〔联邦德国〕 奥斯瓦尔德·吉灵 汉斯·赛博尔德 著

何铭新 译 叶秉钧 校

*

责任编辑：刘小慧 责任校对：查如芳
版式设计：张世琴 责任印制：庞云武

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
煤炭工业出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32·印张 8 1/2 ·字数 218千字
1983年12月北京第一版·1983年12月北京第一次印刷
印数 0,001—1,490 ·定价：9.20元

*

ISBN 7-111-00539-2/TH·85

译者的话

本书是慕尼黑工业大学几何学教授奥斯瓦尔德·吉灵博士和数学教研室学术主任汉斯·赛博尔德博士所编著的《工程作图几何》第二版。它是为数学工作者、物理工作者和工程师们编写的数学基础丛书中的一册。在慕尼黑工业大学用它作讲授这门课程的教材。

工程作图几何在我国通常称为画法几何，是我国高等工科院校一门重要的技术基础课程。作图几何在联邦德国是一门独立课程，一般由数学教师讲授。1982年11月，在我国教育部高等学校工科画法几何及工程制图教材编审委员会召开的外国教材研讨会上，曾展出并讨论过此书，许多同志认为：它内容广泛，且具有一定特色，可供我国高等工科院校师生、研究生和工程技术人员参考。

本书有下述三个特点：

（一）由于内容精要，编排得当，叙述简练，所以虽然篇幅不大，但具有相当的深广度。

本书一开始就引入无穷远元素、直射变换、仿射对应，转入并列正投影后，很快引入辅助投影和投影变换，并直接用来解定位问题和度量问题。接着介绍与作图几何有关的微分几何知识，并在阐述直纹面、二次曲线、二次曲面、回转面、管面的基础上，讲解曲面交线和展开，还比较详细地讨论了机械制造中应用最广的螺旋线和螺旋面。随后讲述单面投影（标高投影、轴测投影、透视投影），内容有一定的深度；最后，还对计算机作图几何作了概略介绍，这从当前计算机绘图和计算机辅助设计的迅速发展来看，也是很必要的。

（二）既加强与几何学各有关分支在理论上的联系，又重视在工程技术中的应用。

本书不仅将画法几何建立在平面几何和立体几何的基础上，而且进一步加强与解析几何、仿射几何、射影几何、微分几何、计算机几何等有关知识的联系，加强了理论基础。同时，也相当重视画法几何在工程技术中的应用。书中收集了不少应用实例，主要是机械方面的，也有一些是土建方面的。

（三）采用了一种特殊的编写方式，以贯彻作者对作图几何教学的一些新观点和独特的教学方法。

本书是作者用教科书和习题集相结合的形式编写的。学生在上课时，一边听课，一边另用纸对书中未画全的图形进行作图，而不必写听课笔记。这反映出联邦德国的工科院校在讲授技术基础课程时，所采用的一种新的教学方法。作者认为这可以更好地利用有限的授课时间，有利于培养学生的空间想象力、图解能力、作图能力和自学能力。用这本书进行自学，比用一本普通的教科书收获更大。作者通过本书阐述了自己对这门课程的教学观点：计算机辅助设计与手工绘图设计一样，都需要空间想象力；在计算机应用日益广泛的今天，培养设计工程师仍然离不开画法几何的全面训练；最后，作者还引用了苏联科学院院士、莫斯科大学数学教授P.S.亚历山大罗夫的一句话："对于学会工程技术各学科来说，缺乏空间想象力是一个严重的障碍。"

在本书的翻译过程中，曾得到国家教委工科画法几何及工程制图课程指导委员会主任委员、华南工学院朱福熙教授和上海城市建设学院院长金成棣教授的热情鼓励，承华南工学院叶秉钧教授提出了很多宝贵意见，最后还为本书校订定稿；北京农业工程大学李世铨同志也提出了不少有益建议，对我都有很大帮助；此外，还得到许多老师和同志们的关心和指教。在此一并向他们表示衷心的感谢。

由于我们水平有限，可能还有不少欠妥和错误之处，希望读者们批评指正。

译　者

1986年2月于上海城市建设学院

第一版序言

我们用习题集的形式编写了这本《工程作图几何》，它在慕尼黑工业大学用于讲授作图几何课程。本书是为工科大学生和高等师范学生编写的，也适用于高等专科学校的学生。

采用本书时，学生不必写听课笔记，但要求一边听课，一边在书中未画全的图形上作图。为此我们力求做到：最佳地利用有限的授课时间，发展学生的空间想象力，培养他们熟练地运用作图几何的基本工具作图，并使他们具备学习有关教科书的能力。

本书是根据作者在讲课和上习题课过程中多年积累的经验编写的。我们认为：将高级中学现在不再讲授的许多基本的圆锥曲线作图法编入这本教材是必要的。此外，引用了一些作图微分几何定理，这样在几乎不增加绘图工作量的情况下，即可作出切线和曲率圆。本书对计算机作图几何也作了概略的介绍。

轴测投影安排在本书的末尾，但是也可以将它移到第三章之后。同样，标高投影也可以插在第四章后面。

除了作者自己设计的作图题和例题之外，本书还采用了慕尼黑工业大学原几何教研室题目库中的图例。这个题目库是教授O·拜尔（O.Baier）博士在退休前花了很多心血建立起来的。

书中的概念术语在首次出现时采用斜体印刷，并在内容索引中标明了斜体印刷的术语所在的页码㊀。方括号内的数字是书末教学参考书中的序号。

在此，对卡尔·汉泽尔出版社的良好合作以及在出版此书时为实现我们的愿望所给予的大力协助，谨致谢意。

作　者

1975年11月于慕尼黑

㊀ 在后面的译文中，原书中用斜体印刷的概念术语，改成在字下加印圆点。——译者注

第二版序言

本书第一版受到高等学校的学生、教师以及评论家们的欢迎和好评，这促使作者编写出增订的第二版。增添了“透视投影与复原”一章，这就势必要求改写开头的两章。新绘制了大量的图；改正了印刷后发现的错误。为了能够层次清楚地表示作图过程，有时将复杂的图绘制成两幅。为了尽可能突出几何事实，在一些工程形体的图中改动了尺寸。

从书刊评论和读者来信中看出，人们对这本书用于自学的评价并不一致。但有个观点是统一的，即借助这本习题集式的书进行自学，虽然比较费力，但与采用一本普通的教科书进行自学相比，收获要大得多。为了便于自学，给许多应用实例加上了这个形体的轴测投影、透视投影或标高投影。

我们借此机会谨向所有为本书的增订提供过改进意见的读者们表示衷心感谢，同时也衷心感谢数学专业的应届毕业生G．福斯特尔（G．Forster）先生和G．赫格泽尔（G．Hergesell）先生，他们在用自动绘图机绘制图样方面，给予了不少帮助。我们感谢卡尔·汉泽尔出版社在准备出版本版工作中的良好合作。

作　者

1978年5月于慕尼黑

目　录

0．绪论 …………………………………………………… 1

1．中心投影和平行投影 ………………………………… 3

A．点的投影………………………………………… 3

B．直线的投影……………………………………… 4

C．平面的投影……………………………………… 6

2．仿射对应 ……………………………………………… 8

A．空间两平面之间的仿射对应…………………… 8

B．平面仿射对应……………………………………10

C．作为圆的仿射图形的椭圆………………………14

D．椭圆的作图法……………………………………17

E．圆的平行投影的应用……………………………20

3．并列正投影 ……………………………………………22

A．坐标系和投影面…………………………………22

B．处于并列位置的正投影…………………………23

C．应用………………………………………………24

D．辅助投影和投影变换……………………………26

E．辅助投影的应用…………………………………28

4．基本问题 ………………………………………………33

A．定位问题…………………………………………33

B．度量问题…………………………………………36

C．应用………………………………………………41

5．作图微分几何的辅助方法 ……………………………47

A．曲线………………………………………………47

B．曲面………………………………………………50

C．外形线……………………………………………54

6．直纹面 …………………………………………………56

A．概况和特性………………………………………56

B．例题和应用……………………………………………57
7．圆锥曲线 ………………………………………………63
A．回转锥面的截交线……………………………………63
B．作为代数曲线的圆锥曲线………………………………70
C．二次锥面的截交线……………………………………71
D．应用……………………………………………………73
8．二次曲面 ………………………………………………75
A．概况和特性……………………………………………75
B．应用……………………………………………………78
9．回转面 …………………………………………………84
A．基本概念………………………………………………84
B．基本作图法……………………………………………85
10．管面……………………………………………………86
A．形成方法和特性………………………………………86
B．环面……………………………………………………87
11．曲面的交线……………………………………………90
A．求点作图法……………………………………………90
B．求切线作图法…………………………………………91
C．应用……………………………………………………92
D．二重点…………………………………………………106
E．应用……………………………………………………108
F．顶点曲率圆……………………………………………114
G．应用……………………………………………………115
H．退化的交线……………………………………………117
I．应用……………………………………………………120
J．空间四杆机构…………………………………………122
12．展开……………………………………………………125
A．问题的提出……………………………………………125
B．展开方法………………………………………………125
C．曲面上曲线的展开……………………………………128

D．连接可展曲面…………………………………… 129
E．应用…………………………………………… 130
13．**螺旋运动**……………………………………… 138
A．基本概念……………………………………… 138
B．螺旋线………………………………………… 139
C．螺旋线的正投影……………………………… 141
D．由曲线和曲面形成的螺旋体………………… 144
E．工程中的主要螺旋面………………………… 148
F．应用…………………………………………… 151
G．铣螺旋面的铣刀……………………………… 161
14．**标高投影**……………………………………… 163
A．基本概念……………………………………… 163
B．基本问题……………………………………… 165
C．应用…………………………………………… 167
D．曲线和曲面的标高投影……………………… 169
E．通过空间曲线的同坡可展曲面……………… 174
F．断面法………………………………………… 180
G．在机械制造中的应用………………………… 184
15．**轴测投影**……………………………………… 185
A．投影规则……………………………………… 185
B．应用…………………………………………… 188
C．正轴测投影…………………………………… 190
D．应用…………………………………………… 192
E．交会法………………………………………… 195
16．**透视投影和复原**……………………………… 199
A．基本概念和标记法…………………………… 199
B．简单的定理…………………………………… 200
C．预缩…………………………………………… 202
D．透视投影的作法……………………………… 203
E．圆锥曲线的透视投影………………………… 207

F. 应用…………………………………………… 211
G. 一般位置主视向的透视投影……………………… 218
H. 球面的透视投影…………………………………… 220
I. 交比……………………………………………… 221
J. 复原……………………………………………… 225
K. 应用……………………………………………… 229
17. 计算机作图几何…………………………………… 233
A. 引言和举例……………………………………… 233
B. 自动绘图机的应用………………………………… 234
C. 自动绘图机绘制的图……………………………… 235
D. 曲线和曲面的内插法……………………………… 251
E. 结束语…………………………………………… 251
教学参考书……………………………………………… 252
内容索引………………………………………………… 253

0．绪论

作图几何的任务是：建立空间形体的平面图象，并在这些图象上通过作图来解决空间的几何问题。为此，需要利用空间形体在平面上的投影。

平行投影特别适合用来解决空间的作图问题，而中心投影则优先用来绘制物体（尤其是大型物体）的直观图。

我们使用下述的标记法和习惯说法：

<u>标记法</u>

点：A、P、1、…

直线、曲线：g、a、k、…

平面：π、ε、γ、…

曲面：Θ、Σ、Γ、…

长度、距离：$\overline{AB}$、$\overline{P\varepsilon}$、…

角：α、β、$\angle(a, b)$、$\angle(\pi, \gamma)$、$\angle(A, B, C)$，…

连线：$g = AB$、…

连接平面：$\varepsilon = ABC$、$\varepsilon = Ag$、…

交线：$g = \alpha\beta$、…

交点：$P = g\pi$、…

平行：$\parallel$（在插图中：$/\!/$）

不平行：$\nparallel$

正交：$\perp$（在插图中：$\llcorner$）

非正交：$\not\perp$

笛卡儿直角坐标系：$\{O; x, y; e\}$，$\{O; x, y, z; e\}$

（原点0；x、y坐标轴或x、y、z坐标轴；在各轴上的长度单位为e）

<u>习惯说法</u>

（1）两平行直线相交于一个无穷远点。

（2）两平行平面相交于一条无穷远直线。

（3）一个平面与平行于它的一条直线相交于一个无穷远点。

注

1．可以用“直线的方向”的概念代替“直线的无穷远点”的概念；并且，也可以用后者代替前者。为了能简单叙述定理和作图法，我们同时使用这两个概念。

2．点P与直线g的无穷远点U_g的连线，是通过P且平行于g的直线。

1．中心投影和平行投影

A．点的投影（图1.1、图1.2）

已知　投影面π㊀，投影中心或视点Z（Z不在π内），点P（$\neq Z$）。

投影规则　空间点P的投影线㊁ZP与投影面π相交，交点P'是P的投影点㊂。没有与视点Z相对应的投影点。视线ZP上的各点（$\neq Z$）都以P'为投影点！

这个投影规则可以用于空间的任何物体，空间的物体可以看作是由点集构成的。

若Z是无穷远点，则所有的视线都是平行的。Z由投影方向㊃s（$\nparallel \pi$）确定（图1.2）。

若Z不是无穷远点，称为中心投影或透视投影㊄；若Z是无

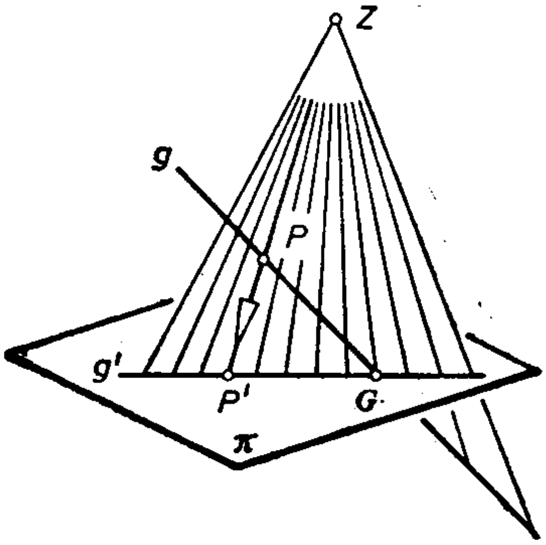

图　1.1

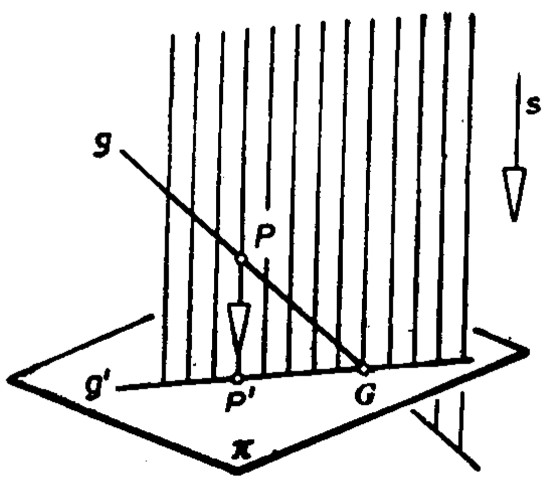

图　1.2

㊀ 画面是投影面π可以用来绘图的部分。

㊁ 投射线，视线。

㊂ 投影，投影图。

㊃ 视向。

㊄ 这种投影方法和投影结果（图象），都称为透视投影。

穷远点，则称为平行投影。在平行投影（视向 s）时，若 $s \not\perp \pi$，称为斜投影㈠；若 $s \perp \pi$，则称为正投影㈡。

B. 直线的投影（图1.1、图1.2）

已知 投影面 π，视点 Z（Z 不在 π 内），直线 g。

$G = g\pi$ 称为 g 的迹点。平行于 π 的每一条直线，称为主直线。

若视点 Z 不在直线 g 上，则通过 g 的诸点的视线构成 g 的视平面㈢。视平面与投影面 π 交于 g 的投影直线 g'。若视平面 $Zg \parallel \pi$，则投影直线 g' 是 π 的无穷远直线。若 Z 位于 g 上，则 g 是视线，并且，g 的投影就是它的迹点：$g' = g\pi = G$。

特性

（1）由中心投影或平行投影建立的不通过 Z 的每条直线 g 到它的投影直线 g' 的映射，当将无穷远点看成是直线上一点时，是双射的㈣（图1.3）。

（2）若直线 g 是主直线（图1.4），或视点 Z 是无穷远点（图1.5），则这个映射具有线段分比不变性（尤其是具有中点不变性），亦即对于 g 上三点 P、Q、R 和它们在 g' 上的投影点 P'、Q'、R'，有

$$\overline{P'Q'} : \overline{P'R'} = \overline{PQ} : \overline{PR}$$

主直线的各个平行投影具有长度不变性（图1.6）。

（3）作正投影时（$s \perp \pi$），有（图1.7）

$$\overline{P'Q'} = \overline{PQ} \cos\alpha$$

㈠ 投影的结果称为投影。

㈡ 正交投影，垂直投影。

㈢ 投射面。

㈣ 通过一个映射，使某个集合里的各个元素与另一个集合里的各个元素成一一可逆对应，这个映射称为双射。在这里指的是：如图1.3所示，若直线 g 和投影直线 g' 分别含有无穷远点，则由中心投影或平行投影建立的不通过 Z 的直线 g 的每个点 P 到它的投影直线 g' 的每个点 P' 的映射是一个双射。亦即：P 与 P' 成一一可逆对应。——译者注

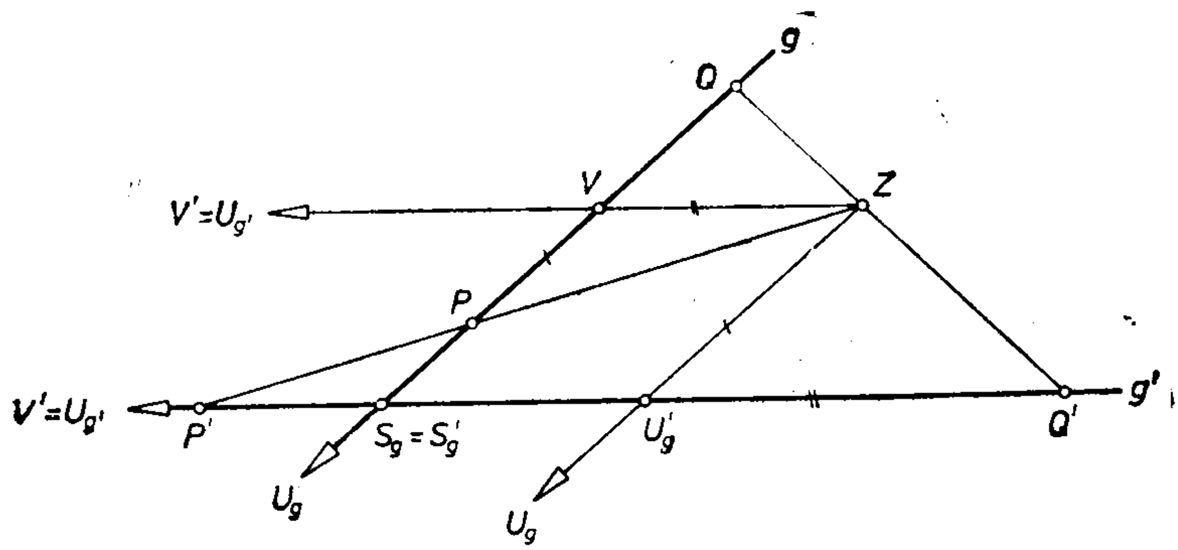

图 1.3

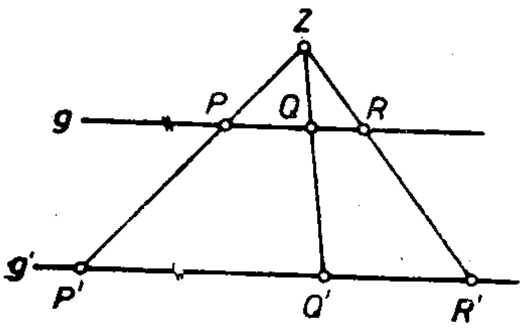

Fig. 1.4

图 1.4

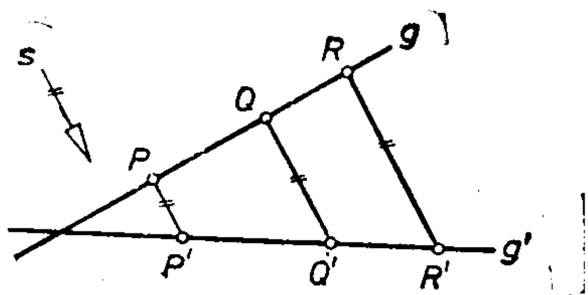

图 1.5

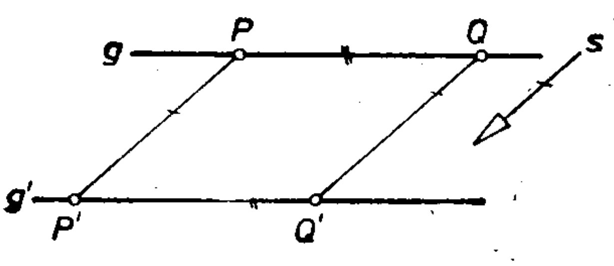

图 1.6

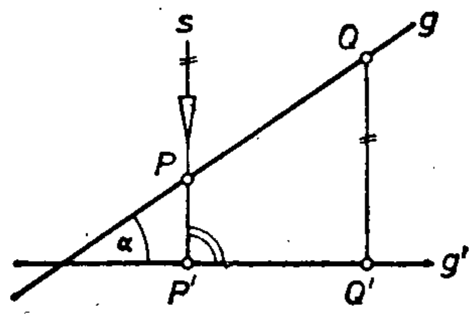

图 1.7

由于$0\leqslant\cos\alpha\leqslant1$，由（3）可得出下述定理。

定理1.1 作正投影时，不在主直线上的线段都缩短。

C. 平面的投影（图1.8、图1.9）

已知 投影面π，视点Z（Z不在π内），平面α。

$a=\alpha\pi$称为α的**迹线**（简称：**迹**）。平行于π的任何平面，都称为**主平面**。

若视点Z不在平面α内，则通过α的诸点（包括无穷远点）的视线布满整个空间。α的投影是整个平面$\pi(\alpha'=\pi)$。

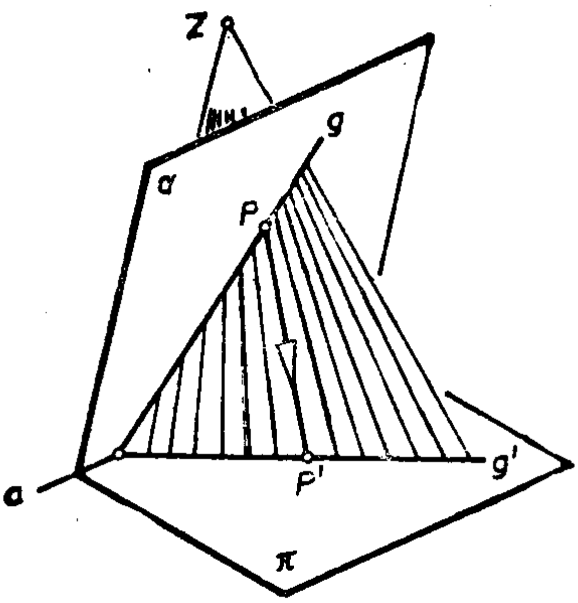

图 1.8

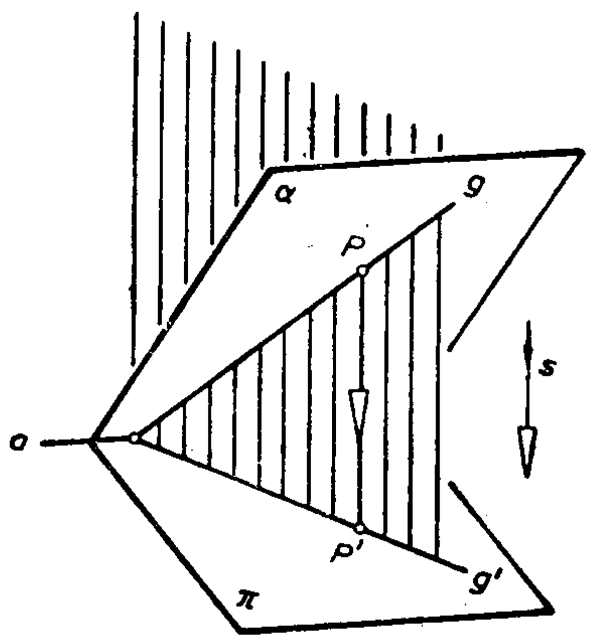

Fig. 1.9

图 1.9

若Z位于α内，则α是视平面，而它的投影就是它的迹线：$a'=\alpha\pi$。

主平面χ（不通过Z）内的每个图形，是它在π内的投影关于视点Z的位似图形（图1.4），其位似系数为$\overline{Z\chi}:\overline{Z\pi}$。

由中心投影或平行投影建立的一个不通过Z的平面α到投影面π的每一个映射$\alpha\to\pi$，具有下述特性：

（K1） 若把无穷远点看成是平面上的点时，这个映射是双射的。

(K2)　每条直线的投影是一条直线。

(Z1)　点与投影点的连线通过一个点（视点 Z）。在平行投影时，Z是无穷远点，因此连线是平行的。

(Z2)　每条直线都与它的投影直线相交，这些交点在一条直线（迹线$a=\alpha\pi$）上。

一个平面α到另一个平面π或到其自身的具有特性（K1）和（K2）的每个映射$\alpha\to\pi$，称为直射变换。若这个映射另外还具有特性（Z1）和（Z2），则称为具有中心Z和轴a的中心直射变换。

通过向投影面π所作的中心投影或平行投影，可以逐点画出空间的任何一个图形（如果这个图形包含直线和平面，也可以逐条直线和逐个平面地画出）。今后将扩展这些投影的其它特性，并说明其应用。首先，只介绍平行投影。