

高等学校教学用书

轧制工艺参数测试技术

冶金工业出版社

高等学校教学用书
轧制工艺参数测试技术
北京钢铁学院 黎景全 主编

冶金工业出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张 12 1/2 字数 294 千字

1984年11月第一版 1984年11月第一次印刷

印数00,001~4,800册

统一书号: 15062·4204 定价1.35元

前 言

本书系根据一九八二年冶金高等院校教材工作会议制订的教材规划编写的，作为金属压力加工专业测试技术课的教学用书，也可供其它有关专业师生以及从事测试技术工作的工程技术人员和科学研究人员参考。

本书是参照了一些国内外的有关资料，以及我们在教学和科学研究实践中的粗浅体会编写的，目的在于使学生能掌握有关测试技术的基本理论和方法，并通过实际操作培养学生具有一定的实验技能。

本书由北京钢铁学院黎景全主编。参加编写工作的有北京钢铁学院吴特昌（编写第一章、第二章及第三章的第二节和第五章），宋永龄（编写第四章、第七章和第八章）；东北工学院于长生（编写第九章和第十章）；黎景全（编写绪论、第三章的第一节和第六章）。

本书经东北重型机械学院张云骏同志审阅。在审稿会上，东北重型机械学院、武汉钢铁学院、西安冶金建筑学院、江西冶金学院和昆明工学院等单位的有关教师，对初稿提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，经验不足，加之时间仓促，书中错误和不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

一九八三年五月

目 录

绪论	1
第一章 测量系统特性	4
第一节 测量系统的静态特性	4
第二节 传递函数	5
第三节 测量系统的动态特性	7
第二章 测量误差分析与实验数据处理	13
第一节 误差的基本概念	13
第二节 系统误差	15
第三节 随机误差	19
第四节 过失误差与可疑数值的舍弃	21
第五节 实验数据表示法	22
第三章 电阻应变片及其测量电路	29
第一节 电阻应变片	29
第二节 电桥电路	45
第四章 测量装置	57
第一节 电阻应变仪	57
第二节 记录仪器	67
第五章 零件应变(应力)测量	83
第一节 应力应变关系	83
第二节 单一变形时的应变测量	88
第三节 复合变形时对某一应变成分的测量	92
第四节 旋转件的应变测量	96
第五节 扭矩标定	101
第六章 力参数测量及其传感器设计	104
第一节 轧制力测量	104
第二节 轧件张力测量	121
第三节 轧制单位压力和摩擦力的测量	124
第四节 金属塑性变形抗力测量	130
第五节 挤压力测量	131
第六节 拉拔力测量	131
第七章 电参数测量	132
第一节 直流电机电参数测量	132
第二节 交流电机电参数测量	135
第八章 运动参数测量	150
第一节 位移测量	150
第二节 转速测量	157
第三节 转速降测量	161

第九章 轧件尺寸测量	163
第一节 宽度测量	163
第二节 厚度测量	164
第三节 辊缝测量	172
第四节 刚度测量	174
第十章 温度测量	177
第一节 温度和温度仪表	177
第二节 辐射测温原理	179
第三节 辐射式温度计	183
第四节 辐射测温技术	189
参考文献	191

绪 论

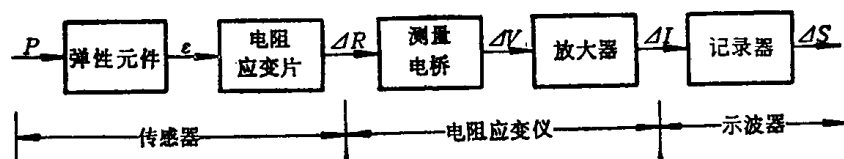
近年来,随着工农业和科学技术的发展,实验技术也在飞速地向前发展,并且逐渐地形成一门新型的技术学科——实验工程学。测试技术就是实验工程学中的一个重要组成部分,它是从十九世纪末和二十世纪初发展起来的一门新技术,迄今已广泛应用于工农业、国防、交通以及医疗卫生等部门中。

实践证明,生产技术和测试技术的发展息息相关,互相渗透,互相促进。生产实践推动了测试技术的发展,而测试技术的发展又促进了生产技术的不断提高。因此,测试技术水平在一定程度上也标志着生产和科学技术的发展水平。

工程技术中所涉及到的量可分为物理量、化学量等。而物理量又可分为电量和非电量两大类。本书主要介绍非电量(机械量)电测法,同时也介绍一些与此有关的电量(电流、电压、功率等)的测试方法。

一、非电量电测法的测量系统

非电量电测法就是利用一些物理现象将被测量的非电量转换成电量,再经过电子仪器放大、记录(显示),得到与非电量成比例的曲线,经过标定即可得到非电量的大小。现以测力为例,说明其转换过程如下:



(一) 测量系统的组成:

1. 传感器 它的作用是将感受到的非电量转换成电量,以便进一步放大、记录或显示。实现这种转换作用的装置叫做传感器。它由两部分组成:一部分是直接承受非电量作用的机械零件或专门设计的弹性元件;另一部分是敏感元件(例如,电阻应变片等)。

2. 电阻应变仪 它的作用是将传感器输出的微弱信号进行放大,并以电压或电流形式输出,以推动指示器或记录器工作。例如,YJ-5型静态电阻应变仪、Y6D-3A型动态电阻应变仪等。

3. 记录器或指示器 它的作用是记录和显示被测信号,供进一步分析和数据处理之用。它可以是一般的电气仪表,也可以是记录仪、光线示波器、磁带记录器等。

(二) 对测量系统的要求

为了正确地进行信号转换,对测量系统各组成部分提出如下要求:

1. 灵敏度高 在整个测量范围内,应有足够大的输出信号。
2. 振幅特性好 在整个测量范围内,输出与输入应保持线性关系,非线性失真要小。
3. 频率特性好 对信号中的各种频率成分应保持相同的转换系数,不能因频率不同而异。

4. 稳定性好 在测量过程中, 零点、灵敏度、转换系数等不应随环境条件变化而波动, 对周围的各种干扰应有较好的抑制力。

(三) 电测法的特点

1. 灵敏度高 用应变片和应变仪目前可测到5个微应变 (5×10^{-6}) 甚至可以精确到1个微应变。

2. 精度高 在一般条件下, 常温静态应变测量可达到1%的测量精度。

3. 尺寸小、重量轻 基长最短者达0.3毫米, 基宽最窄达1.4毫米, 中等尺寸的应变片为0.1~0.2克。对于测量的试件来说, 可以认为它没有惯性, 故把它粘贴在试件表面上之后, 不影响试件的工作状态和应力分布。

4. 频率响应快 由于应变片的重量很轻, 在测量运动件时, 其本身的机械惯性可以忽略, 故可认为对应变的反应是立刻的。可测量的应变频率范围很广, 从静态到数十万赫的动态应变乃至冲击应变。

5. 测量范围广 不仅能测量应变, 而且能测量力、位移、速度等。不仅能测量静止的零件, 而且也能测量旋转件和运动件。

6. 能多点、远距离、连续测量和记录 它易于实现自动化、数字化和遥测。

鉴于上述一些优点, 因此电测法得到了迅速地发展和广泛地应用。

二、本门课程之目的

本门课程之目的在于使学生通过测试技术的基础理论学习和实验, 初步掌握轧制参数的测试方法和技能, 为以后的生产实验和科学研究打下必要的基础。

测试技术对生产和科研都有着重要作用:

(1) 利用现代的测试手段研究和鉴别生产过程中发生的各种物理现象, 以对现有工艺、设备、产品质量等进行剖析, 明确进一步改进方向。

(2) 摸清现有设备的负荷水平, 在保证设备安全运转条件下, 充分发挥现有设备潜力, 以达到高产、优质、低消耗之目的。

(3) 通过测定现有设备或新设备主要部件的受力状态、运动规律等, 从而判断该设备的性能是否符合设计要求。

(4) 通过对测试结果的综合分析, 可为科研人员验证现有理论和建立新理论、设计人员确定最佳设计方案、工艺人员确定最佳工艺参数提供科学依据。

(5) 在自动化生产过程中, 通过对力能参数的检测来调节和控制生产过程。

通常测量的参数有:

1) 力参数: 力、力矩、张力等。

2) 工艺参数: 温度、宽度、厚度、压下量等。

3) 运动参数: 位移、速度、加速度、转角等。

4) 电参数: 电流、电压、功率等。

从测定方法来看, 上述这些参数中, 除了几何参数采用直接测量外, 其它各种参数的测量一般采用非电量电测法和电量电测法。

三、学习方法

本门课程是一门综合性很强的学科, 除与专业学科密切相关外, 还涉及到数学、力学、电学、光学、化学等方面的基础知识, 因此, 在学习过程中, 要注意复习基础知识。

本门课程又是一门实践性很强的应用科学，除了学习基本理论之外，还必须重视实验技能的训练。实验课在本课程中占有极重要的地位，必须予以充分重视。

本门课程侧重于测量方法，而把测量仪器当作工具。正确使用测量仪器，可减少测量误差，提高测量精度。

第一章 测量系统特性

测量系统可分为模拟系统和数字系统。模拟测量系统是把被测物理量变换为电阻、电压、指针位移或记录曲线等模拟量。数字测量系统一般是将所测得的模拟量转换为数字量,然后再进行数字显示、记录或作进一步处理。本章主要介绍模拟测量系统的特性。

测量系统的输出能否精确地反映被测信号,是由测量系统的特性所决定的。测量系统特性可分为静态特性与动态特性。

第一节 测量系统的静态特性

在静态测量中,当输入量和输出量是不随时间变化的信号时,则测量系统中输出量与输入量之间的关系称为测量系统的静态特性。通常以灵敏度、线性和滞后等参数表示。

一、灵敏度

在静态的情况下,由实测来确定测量系统输入——输出关系的过程称为静态标定,这样得到的输入——输出关系的特性曲线称为标定曲线。静态灵敏度可以定义为标定曲线的斜率,即单位输入变化所引起的输出变化。灵敏度 S 的数学表达式为

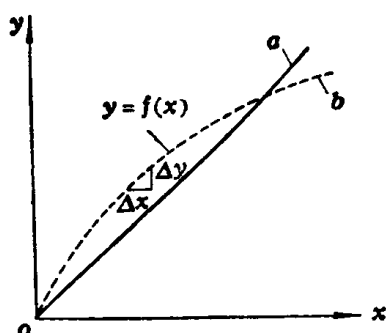


图 1-1 静态特性曲线

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \quad (1-1)$$

式中 dx, dy ——输入、输出的变化量。

灵敏度就是在稳定状态下输出变化与输入变化之比。当标定曲线是直线(图 1-1a), S 为常数。当标定曲线不是直线(图 1-1b), S 为变数,即灵敏度随输入值而变化。

二、线性度

为使测量系统便于处理,我们希望测量系统的输入量与输出量之间保持线性关系。但实际标定曲线都不是严格的直线。把标定曲线与理论直线的偏离程度称为测量系统的线性度。线性度可用标定点中偏离参考直线的最大偏差的百分比来表示(见图 1-2)。该参考直线即为用回归方法确定的理论直线。线性度的数学表达式为

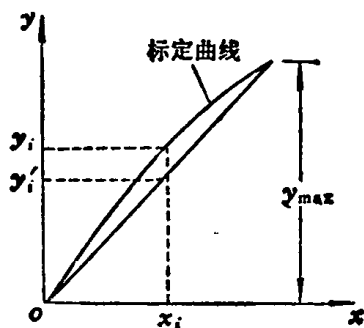


图 1-2 线性度

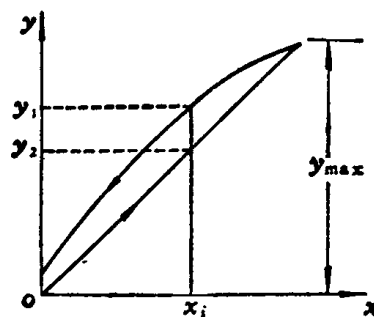


图 1-3 滞后

$$\text{线性度} = \frac{|y_i - y'_i|_{\max}}{y_{\max}} \times 100\% \quad (1-2)$$

式中 y_i 、 y'_i ——分别为与输入 x_i 对应的标定值和理论值；

$y_{\max}$ ——输出信号的变化范围。

三、滞后

当输入信号由小增大和由大减小时，对应同一输入信号，可得到二个输出信号（图1-3），其最大差值称为滞后 H ，可表示为

$$H = y_1 - y_2 \quad (1-3)$$

式中 y_1 、 y_2 ——分别为对应 x_i 的二个输出值。

测量系统的静态特性参数用静态标定法测定。首先对所用的测量系统，施加一系列已知的输入信号，分别测出对应的输出信号；用回归分析法分别求出增减过程的回归直线；根据上述方法求出灵敏度 S 、线性度和滞后量 H 等参数。对于测量系统来说，希望线性度和滞后量越小越好。若测量系统的静态特性不符合测试要求，则应找出根源所在，设法消除，以至更换。

第二节 传递函数

要使测量系统能测量迅速变化的物理量，就必须研究测量系统的动态特性。为此要根据相应的物理定律，将测量系统转化成数学模型即传递函数。传递函数定义为输出信号对输入信号之比。测量系统的传递函数采用反映输入、输出关系的微分方程式表示。由于测量系统一般都是线性系统，所以其传递函数多是线性常微分方程。

一、一般测量系统的传递函数

对于一般测量系统，设输入为 x ，输出为 y ，则输出与输入之间关系，可用如下微分方程表示：

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \quad (1-4)$$

式中 t ——时间；

a 、 b ——由系统的物理参数组成的常系数。

用微分算子 $D = \frac{d}{dt}$ 表示上式，则可写成

$$\frac{y}{x} = \frac{b_m D^m + b_{m-1} D^{m-1} + \cdots + b_1 D + b_0}{a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \cdots + a_1 D + a_0} \quad (1-5)$$

传递函数是一阶微分方程的测量系统称为一阶测量系统。传递函数是二阶微分方程的称为二阶测量系统。常用的测量系统多为一阶和二阶测量系统。

二、一阶测量系统的传递函数

以一个简化的机械系统（图1-4）为例分析，该系统被认为质量可以忽略。图中 B 为阻尼器的阻尼系数； k 为弹簧的刚性系数； f 为外力（输入信号）； y 为位移（输出信号）。因为忽略质量，该系统中外力 f 与阻尼器产生的阻力、弹簧的反力相平衡，则有下式

$$B \frac{dy}{dt} + ky = f \quad (1-6)$$

设 $\tau = \frac{B}{k}$ ，并用微分算子 $D = d/dt$ 表示，则上式可改写为

$$\begin{aligned} (\tau D + 1)y &= \frac{1}{k} f \\ \frac{yk}{f} &= \frac{1}{\tau D + 1} \end{aligned} \quad (1-7)$$

式 (1-7) 为输出信号对输入信号之比，即为质量等于零的简化机械系统的传递函数。

将式 (1-7) 写成一般形式

$$\begin{aligned} a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y &= b_0 x \\ \frac{a_1}{a_0} \frac{dy}{dt} + y &= \frac{b_0}{a_0} x \end{aligned} \quad (1-8)$$

此式可改写成

$$(\tau D + 1)y = Kx$$

令 $K=1$ ，则有

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-9)$$

式中 a_0, a_1, b_0 均为测量系统参数所决定的常数；

$K = b_0/a_0$ ，称为静态灵敏度；

$\tau = a_1/a_0$ ，称为时间常数。

式 (1-9) 为一阶测量系统的传递函数。

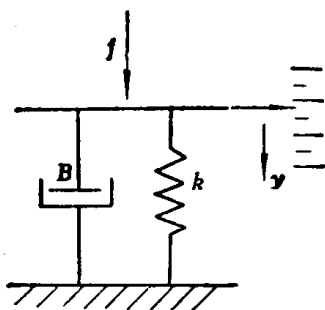


图 1-4 质量忽略的简化机械系统

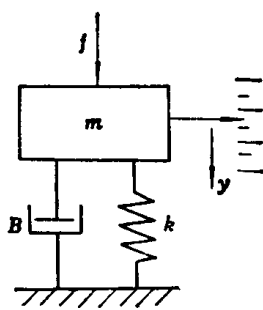


图 1-5 有质量的简化机械系统

三、二阶测量系统的传递函数

以一个有质量的简化机械系统（图1-5）为例分析，质量 m 用弹簧与阻尼器支承着。图中代表符号与图 1-4 的符号相同。当外力 f 作用时， f 与惯性力、阻尼器的阻力、弹簧的反力相平衡，则有下列式

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + ky = f \quad (1-10)$$

用微分算子 $D = d/dt$ 表示，则为

$$(mD^2 + BD + k)y = f$$

改写为

$$\frac{y}{f} = \frac{1}{mD^2 + BD + k} = \frac{K\omega_n^2}{D^2 + 2\beta\omega_n D + \omega_n^2} \quad (1-11)$$

式中 阻尼度 $\beta = \frac{B}{2\sqrt{mk}}$; 灵敏度 $K = \frac{1}{k}$

$$\text{系统固有频率 } \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

将式 (1-11) 改写为一般形式

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x \quad (1-12)$$

式中 a_0, a_1, a_2, b_0 均为由测量系统参数所确定的常数。

$$\text{灵敏度 } K = \frac{b_0}{a_0}; \text{ 固有频率 } \omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}};$$

$$\text{阻尼度 } \beta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}。$$

第三节 测量系统的动态特性

若输入是随时间变化的信号时, 则输出与输入之间的关系称为测量系统的动态特性。当测量系统输入一随时间变化的信号 x 时, 相应输出一个随时间变化的信号 y , 而 y 与 x 是不一致的, 其两者之间的差异称为动误差。为减小动误差有必要研究系统的动态特性。

在实际工作中是根据测量系统对某典型信号的响应, 来评价该系统的动态特性。当输入阶跃信号时, 测量系统对应的输出称为阶跃响应。当输入为一系列不同频率的正弦信号时, 测量系统的输出随频率的变化称为频率响应。下面以测量系统的阶跃响应和频率响应来分析它的动态特性。

一、阶跃响应

阶跃信号如图1-6所示, 阶跃高度为 A , 其函数表示为

$$A_u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ A & t > 0 \end{cases} \quad (1-13)$$

(一) 一阶测量系统的阶跃响应

一阶测量系统的传递函数为

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{\tau D + 1}$$

求在输入阶跃信号 $A_u(t)$ 时, 测量系统的阶跃响应。将 $x = A_u(t)$ 代入上式, 得

$$(\tau D + 1)y = A_u(t) \quad (1-14)$$

解上方程, 其通解 y_C , 特解 y_P 分别为

$$y_C = k e^{-t/\tau}$$

$$y_P = A$$

方程 (1-14) 的全解 y 为

$$y = k e^{-t/\tau} + A \quad (1-15)$$

把初始条件 $y(0)=0$ 代入上式得, $t=0$ 时, $k = -A$, 最后得

$$y = A(1 - e^{-t/\tau}) \quad (1-16)$$

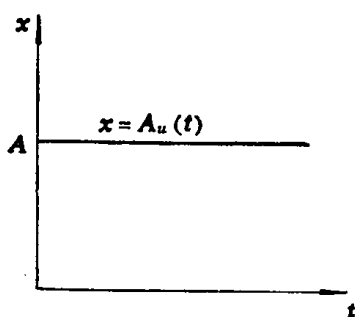


图 1-6 高度为 A 的阶跃信号

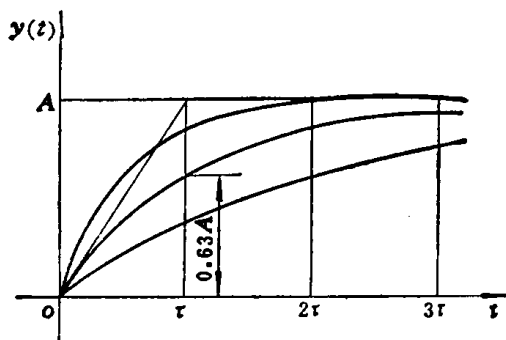


图 1-7 一阶系统的单位阶跃响应

式 (1-16) 即为一阶测量系统的阶跃响应函数, 并可用曲线表示(图1-7), 对其分析如下:

(1) 阶跃响应函数为一指数函数与指数曲线。初始值为零, 随着时间 t 增长, 输出 y 逐渐增大, 最终趋于输入值 A 。输入是一阶跃曲线, 输出是一指数曲线, 它不能马上达到输入值, 而需要经过一段时间才能达到输入值, 产生了动误差——过渡响应动误差;

(2) 指数曲线的变化率, 取决于常数 τ 。 τ 值大, 曲线趋于 A 值的时间长。输出与输入差异大; 反之, 差异小。定义 τ 为时间常数, 它决定了阶跃响应速度。所以尽可能采用时间常数 τ 小的测量系统, 以减小动态误差。

(二) 二阶测量系统的阶跃响应

二阶测量系统的传递函数为

$$\frac{y}{x} = \frac{K \omega_n^2}{D^2 + 2\beta \omega_n D + \omega_n^2}$$

求在输入阶跃信号 $A_u(t)$ 时, 该系统的阶跃响应。将 $x = A_u(t)$ 代入上式得

$$(D^2 + 2\beta \omega_n D + \omega_n^2)y = K \omega_n^2 A_u(t) \quad (1-17)$$

解上方程。初始条件为, 当 $t=0$, $y=0$, $\frac{dy}{dt}=0$ 。随 β 不同, 该方程可有三个通解, 分别为

$$(1) \text{ 当 } \beta > 1 \quad y = K A \left[1 - \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}}{2\sqrt{\beta^2 - 1}} e^{(-\beta + \sqrt{\beta^2 - 1})\omega_n t} + \frac{\beta - \sqrt{\beta^2 - 1}}{2\sqrt{\beta^2 - 1}} e^{(-\beta - \sqrt{\beta^2 - 1})\omega_n t} \right] \quad (1-18)$$

$$(2) \text{ 当 } \beta = 1 \quad y = K A [1 - (1 + \omega_n t) e^{-\omega_n t}] \quad (1-19)$$

(3) 当 $\beta < 1$

$$y = K A \left[1 - \frac{e^{-\beta \omega_n t}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin(\sqrt{1 - \beta^2} \omega_n t + \sin^{-1} \sqrt{1 - \beta^2}) \right] \quad (1-20)$$

式 (1-18)、(1-19)、(1-20) 分别为 $\beta > 1$ 、 $\beta = 1$ 、 $\beta < 1$ 时, 二阶测量系统的阶跃响应函数。为分析方便, 以曲线表示于图1-8, 纵坐标取 y/KA , 横坐标取 $\omega_n t$ 。

二阶测量系统的阶跃响应有如下性质:

(1) 阶跃响应函数曲线有三种。 $\beta > 1$ 时, y/KA 缓慢增大, 逐渐趋于 1, 但不会超

过1; $\beta < 1$ 时, y/KA 必然超过1, 振幅做衰减振动; $\beta = 1$ 时, 介于上述二者之间, 不产生振动。上述三种情况, 输出均需要经过一段时间才能达到输入对应值, 这种差异为过渡响应动误差。

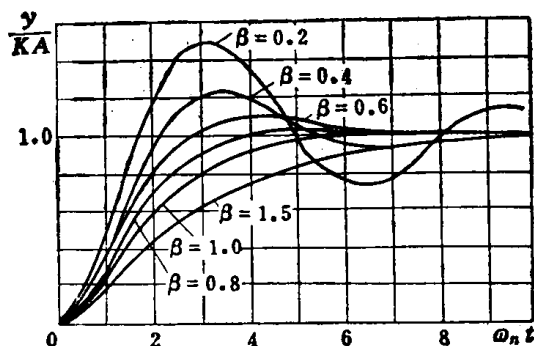


图 1-8 二阶系统的阶跃响应

(2) 曲线形状取决于 β 值。 β 定义为阻尼度,表示系统的阻尼程度。 β 过大或过小,均使输出趋于稳定时间过长。为提高响应速度,通常取 $\beta = 0.6 \sim 0.8$ 之间。

(3) 阶跃响应速度亦取决于 ω_n , ω_n 是 $\beta = 0$ 时的角频率,称为固有角频率。在 β 一定时, ω_n 越大,则响应速度越高。

由于二阶测量系统的响应速度取决于 β 与 ω_n 。所以减小动误差的措施是测量系统应取 $\beta = 0.6 \sim 0.8$,并使固有频率 ω_n 尽可能高。

二、频率响应

测量系统输入正弦信号 $x = A \sin \omega t$,对应输出的开始阶段是过渡响应阶段,其输出信号不是正弦波,在过渡阶段衰减消失后,进入稳态阶段,输出信号为正弦波 $y = B \sin(\omega t + \phi)$ 。频率响应是研究稳态阶段输出与输入间的关系。比较输出 y 与输入 x 的差异可见,输入信号振幅是 A ,输出信号振幅为 B ,输出与输入的相位相差 ϕ 角。当输入信号一定时,输出信号的 B 与 ϕ 都随频率 ω 变化。我们将振幅比 B/A 和相位 ϕ ,随频率 ω 的变化规律称为频率响应。

在频率响应分析中,为运算简便,常采用复数形式表示输入、输出信号。输入信号用 $Ae^{j\omega t}$ 表示,输出信号用 $Be^{j(\omega t + \phi)}$ 表示。

(一) 一阶测量系统的频率响应

一阶测量系统的传递函数为

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-21)$$

求在输入 $x = Ae^{j\omega t}$ 时,该系统的频率响应。将 $x = Ae^{j\omega t}$ 代入上式得

$$(\tau D + 1)y = A \cdot e^{j\omega t} \quad (1-22)$$

对应齐次方程的通解

$$y_c = k e^{-t/\tau} \quad (1-23)$$

式(1-23)表明,输出 y_c 按负指数规律变化,随时间的延长, y_c 趋于零,所以 y_c 是过渡响应阶段输出,时间 τ 越小,过渡响应阶段越短。由于频率响应是研究稳态阶段 y 与 x 的关系,所以只求出式(1-22)的特解 y_p 即可。

$$y_p = Be^{j(\omega t + \phi)} \quad (1-24)$$

$$\frac{dy}{dt} = j\omega Be^{j(\omega t + \phi)} = j\omega y_p = Dy_p \quad (1-25)$$

将式 (1-24)、(1-25) 代入式 (1-22), 得

$$(j\omega\tau + 1)Be^{j(\omega t + \phi)} = Ae^{j\omega t}$$

$$\frac{Be^{j(\omega t + \phi)}}{Ae^{j\omega t}} = \frac{B}{A}e^{j\phi} = \frac{1}{j\omega\tau + 1} \quad (1-26)$$

式 (1-26) 即为一阶测量系统的频率响应函数。其幅值为输出与输入的振幅比 B/A , 即

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2 + 1}} \quad (1-27)$$

式 (1-27) 表示振幅比 B/A 与频率 ω 的关系, 它为一阶测量系统的幅频特性表达式。

由式 (1-26) 可知, 复数的相角为输出与输入的相位差 ϕ , 即

$$\phi = -\operatorname{tg}^{-1}\omega\tau \quad (1-28)$$

此式表示相位差 ϕ 与频率 ω 的关系, 它为一阶测量系统的相频特性表达式, 式中负号表示输出滞后于输入。

由式 (1-27)、(1-28) 可做出幅频特性曲线与相频特性曲线 (图1-9)。

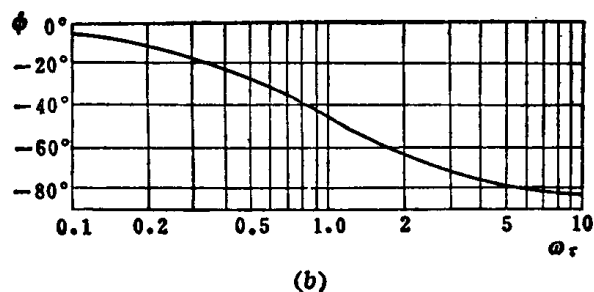
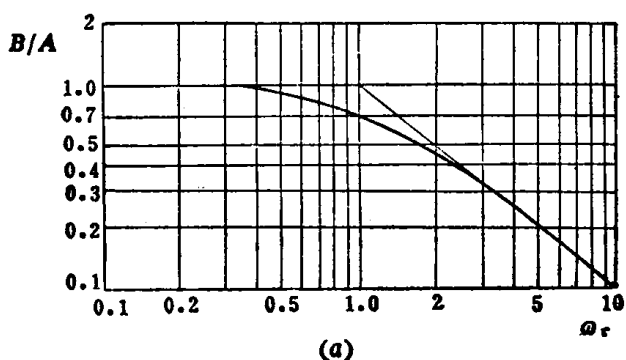


图 1-9 一阶测量系统的频率响应特性

(a) 一阶测量系统的幅频特性; (b) 一阶测量系统的相频特性

一阶测量系统的频率响应有如下性质:

(1) 随 ω 的增大, 振幅比 B/A 减小, 相位差 ϕ 增大。 B/A 和 ϕ 表示输出与输入的差异, 称为稳态响应动误差。

(2) 系统的频率响应取决于时间常数 τ ，由式(1-27)、(1-28)可见，给定 τ ，则系统的幅频特性与相频特性完全被确定。由图1-9可看出， τ 越小，失真小的工作频率范围越宽。所以尽可能采用时间常数 τ 小的测量系统，以减小动误差。

(二) 二阶测量系统的频率响应

比较一阶测量系统中式(1-21)和式(1-26)，可以看出，在传递函数中用 $j\omega$ 代替 D ，即可得到频率响应函数式(1-27)。二阶测量系统的传递函数为

$$\frac{y}{x} = \frac{K\omega_n^2}{D^2 + 2\beta\omega_n D + \omega_n^2}$$

只要将传递函数中的 D 用 $j\omega$ 代替，即可求出二阶测量系统的频率响应函数（为分析简便，设 $K=1$ ），得

$$\frac{y}{x} = \frac{\omega_n^2}{-\omega^2 + j2\beta\omega_n \cdot \omega + \omega_n^2} = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + j2\beta(\omega/\omega_n)} \quad (1-29)$$

由上式可得幅频特性表达式及相频特性表达式，即为

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\beta(\omega/\omega_n)]^2}} \quad (1-30)$$

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{2\beta(\omega/\omega_n)}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \quad (1-31)$$

由式(1-30)、(1-31)二特性表达式可做幅频特性曲线与相频特性曲线（图1-10）。

二阶测量系统的频率响应有如下性质：

(1) 系统的频率响应随阻尼度 β 而不同。由图1-10可见， β 较小时， $B/A > 1$ ； β

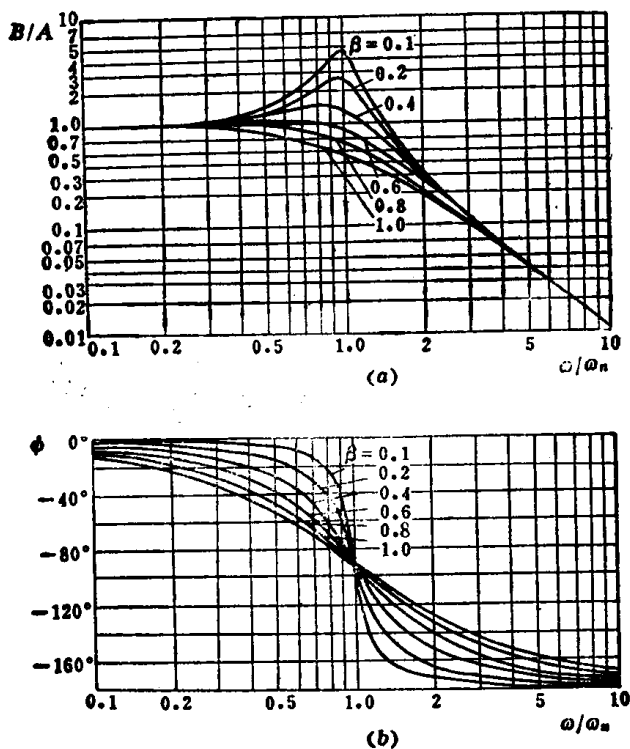


图 1-10 二阶测量系统的频率响应特性

(a) 二阶测量系统的幅频特性；(b) 二阶测量系统的相频特性

较大时, $B/A < 1$ 。只有在 $\beta = 0.6 \sim 0.8$ 时, $B/A = 1$ 的频率范围最大, 且 ϕ 与频率呈近似线性关系。所以为获得较宽的频率范围, 且稳态响应动误差较小, 二阶测量系统的阻尼度取 $\beta = 0.6 \sim 0.8$ 。

(2) 系统的频率响应随固有角频率 ω_n 而不同。 ω_n 越高, 稳态响应动误差小的工作频率范围越宽。

由以上讨论可见, 二阶测量系统减小动误差的措施是选取 $\beta = 0.6 \sim 0.8$, 并使 ω_n 尽可能高。

前述传递函数及响应函数, 从理论上分析了输出量、输入量及系统参数之间的关系, 但不可能精确给出诸如 τ 、 β 、 ω_n 等动态参数值, 这些参数必须通过实验标定的方法来测定。有关动态参数的实验测定法可参考文献 [1]、[2], 此处不再叙述。