

渐开线圆柱 齿轮的测量

41

机械工业出版社

本书共分四章。

第一章介绍齿轮和齿轮测量，重点介绍渐开线齿轮啮合的基本概念、齿轮误差以及量具、量仪的选择。第二章系统讲述圆柱齿轮的单项测量，其中对公法线测量、齿圈径向跳动测量、齿面接触的评定分析、齿厚圆柱测量等作了较详细的说明。第三、四两章分别叙述圆柱齿轮的综合测量和全误差测量，后者重点介绍我国齿轮测量技术的重大科研成果。

本书内容简明扼要，结合生产实际。选用了部分较实用的图、表和数据进行各种计算方法都列举了例题或实际测量记录。可供机械工人、检验计量人员以及一般技术人员作为学习、参考之用。

渐开线圆柱齿轮的测量

唐敬修 编著

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $10 \frac{5}{8}$ · 字数 235 千字

1984年2月北京第一版·1984年2月北京第一次印刷

印数 00,001—12,400 · 定价 1.10 元

*

统一书号：15033·5567

目 次

第一章 齿轮和齿轮测量概述	1
第一节 渐开线齿轮啮合的基本概念	2
第二节 标准渐开线齿轮基本几何尺寸	6
第三节 圆柱齿轮传动的精度和选择	13
一、运动精度	13
二、工作平稳性	13
三、接触精度	14
四、齿侧间隙	14
第四节 齿轮误差及其量具、量仪的选择	27
第二章 圆柱齿轮的单项误差测量	38
第一节 运动精度的测量	38
一、周节测量	38
二、齿圈径向跳动的测量	67
三、公法线长度的测量	74
第二节 工作平稳性的测量	115
一、基节的测量	116
二、齿形的测量	124
第三节 接触精度的测量	170
一、齿向的测量	171
二、齿面波纹度的测量	187
三、齿轮接触斑痕和噪音的检查	193
第四节 齿侧间隙的测量	200
一、基本齿形偏移的测量	200
二、固定弦齿厚的测量	204
三、齿厚圆柱测量法	215
第三章 圆柱齿轮的综合测量	267

IV

第一节 单面啮合综合测量仪	268
一、光电式单啮仪	269
二、正弦尺式单啮综合误差检查仪	273
三、光栅式单啮仪原理和结构	278
四、磁分度式单啮仪	285
第二节 双面啮合综合测量仪	287
一、双啮仪结构原理	288
二、国内外的几种双啮仪简介	293
第三节 “测量件”的要求和选择	300
一、“测量齿轮”	301
二、“测量蜗杆”	301
三、“测量齿条”	303
第四章 圆柱齿轮全误差测量	304
第一节 双触头测量法	305
一、测量方法的原理	306
二、双触头测量仪结构示意	307
三、测量误差曲线的比较	308
第二节 齿轮动态全误差测量	311
一、间齿测量法原理	311
二、齿轮的动态全误差曲线图	312
附表	321

第一章 齿轮和齿轮测量概述

齿轮是现代机械制造和仪表制造中重要的零件。在某些大型机械中，齿轮的圆周速度每秒钟达 120 米，而传送的功率可达 50000 马力。在一些精密机械和仪表中，齿轮啮合的角度误差。不容许超过 10 秒。在机械制造中，采用的齿轮种类很多，而以采用渐开线齿形为主，以圆柱齿轮数量最多，它们是具有复杂几何形状的传动元件，以齿轮的外径为例，小的 2 ~ 3 毫米，大的到 5 ~ 7 米。以模数为例，小的 0.1 毫米，大的 50 毫米。在机械传动中要把一根轴的旋转运动均匀地、平稳地传到另一根轴上，齿轮传动是使用最广和最有效的方法。根据齿轮传动的的基本用途可分为三类：

1. 传速齿轮 主要用来传递功率，这类齿轮的圆周速度一般比较大、但传动比较小，如汽轮机的减速齿轮，机床的传动齿轮，汽车拖拉机的变速齿轮等都属这类。对这类齿轮的要求为：传动应非常均匀，工作平稳噪声小，效率高等。由于齿轮传动速比的变动会引起噪声，因此对影响传动速比变动的因素要求极为严格。对齿轮啮合时齿面接触情况也有规定，因为接触不良会引起负荷集中、形成齿面早期磨损，影响齿轮传动性能。此外在齿轮啮合的非工作面还需保持一定的齿侧间隙，以容纳润滑油和补偿齿轮因受温度影响和在负荷下而引起的变形，并可补偿包括装配误差在内的其他各项误差。

2. 传力齿轮 这类齿轮所传的力很大，但速度很低，如锻压机床所用的齿轮，轧钢机上的齿轮就是这类齿轮的典型

例子。由于传力很大，对齿面啮合的接触精度有严格要求；由于运转速度低，对运动精度无特殊要求。但要求有一定的齿侧间隙。这类齿轮的特点是模数较大。

3. 读数齿轮 这类齿轮主要用于测量仪表、分度机构及精密机械传动，要求传动精确。因此运动精度特别重要，限制很严、传递的功率很低，受力小，甚至可以忽略不计，因而对齿面接触情况无任何要求。但为了齿轮反转时不致因为齿侧间隙引起过大回程误差，应使齿侧间隙保持最小值。这类齿轮的特点一般都是模数较小的齿轮。

第一节 渐开线齿轮啮合的基本概念

在一个精密圆盘外圆上绕一根细绳，细绳的头 a 栓上一支铅笔，拉紧绳头 a ，逐渐绕圆盘展开，铅笔在纸上画出的曲线就叫渐开线（图 1-1）。齿轮的齿形就是这条渐开线段上的一段。

我们将那个圆盘称为“基圆”，细绳称为渐开线发生线。渐开线的几何关系从图 1 上可以看出。当发生线自基圆上 a 点展至 b 点时。 $\overline{Ob}$ 长叫做矢向半径，以 R_x 表示。矢向半径与渐开线起始点的基圆半径所夹的角以 θ_x 表示，称为渐开线角。矢向半径与切点 T 的基圆半径所夹的角以 α_x 表示，它

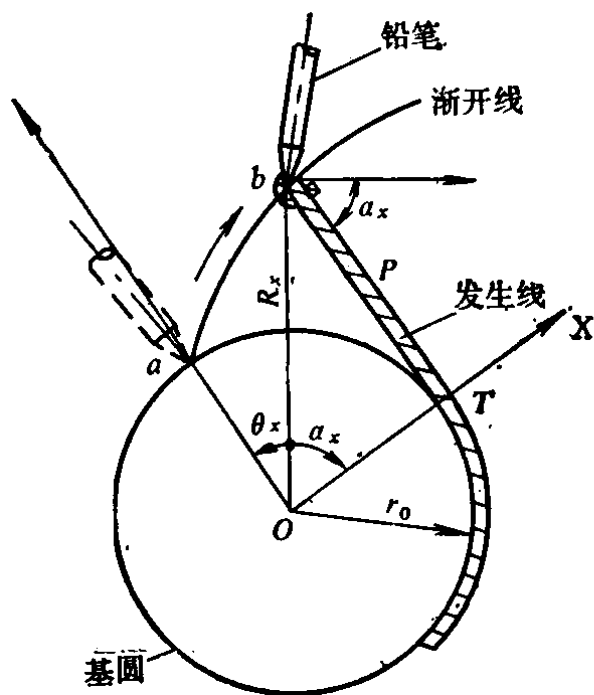


图1-1 齿轮渐开线的形成

是渐开线上任意一点的压力角。这时基圆上渐开线发生线所展成的角度 $\angle aOT$ 等于 θ_x 与 α_x 角的和。因为 $\overline{bT}$ 是 $\widehat{aT}$ 的展开,所以两者长度相等。

$$\text{即} \quad \overline{bT} = \widehat{aT}$$

$$\angle aOT = \alpha_x + \theta_x$$

在 $\triangle bOT$ 中 $OT \perp bT$, 可得

$$bT = r_0 \operatorname{tg} \alpha_x$$

式中 r_0 ——基圆半径。

又圆弧 $\widehat{aT}$ 与其对角的关系为:

$$\widehat{aT} = r_0 \angle aOT = r_0 (\theta_x + \alpha_x)$$

故 $r_0 \operatorname{tg} \alpha_x = r_0 (\theta_x + \alpha_x)$

将上式简化后即得

$$\theta_x = \operatorname{tg} \alpha_x - \alpha_x \quad (1-1)$$

渐开线角 θ_x 是压力角 α_x 的函数, 通常把 $\operatorname{tg} \alpha_x - \alpha_x$ 叫作 α_x 角的渐开线函数(表2-6), 一般用 $\operatorname{inv} \alpha_x$ 表示。

又矢向半径与基圆半径的关系, 由 $\triangle bOT$ 求得

$$R_x = \frac{r_0}{\cos \alpha_x} \quad (1-2)$$

上式表明, 渐开线上任意一点, 可用渐开线角 θ_x 及矢向半径 R_x 表示。式(1-1)与(1-2)常称为渐开线的极坐标方程式。

综上所述, 圆柱渐开线具有以下特点:

1) 渐开线的发生线在任何位置都是与基圆相切, 也是渐开线上任意一点的法线。

2) 渐开线上任意一点的曲率半径, 也就是渐开线发生线展开长度, 显然在 a 点为零。愈接近 a 点, 曲率半径愈小,

渐开线曲率(即弯曲度)愈大。反之距离 a 点愈远, 曲率半径愈大, 渐开线曲率愈小。

3) 基圆相同, 渐开线完全相同。基圆直径愈大, 渐开线在相应点的曲率愈小。当基圆直径趋于无穷大时, 渐开线趋近于直线, 即成齿条。滚刀切齿和砂轮磨齿都是利用这个原理。这样可使刀具简化, 这是渐开线齿形的重要优点。

4) 基圆上任意一点, 可以产生向左及向右各一条渐开线。基圆以内无渐开线。

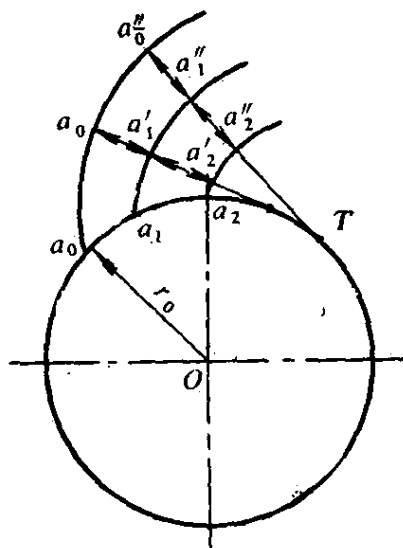


图1-2 渐开线特点示意

5) 同向的两渐开线之间的法向距离完全相等。如图1-2, 渐开线 $\widehat{a_0 a''_0}$ 与 $\widehat{a_1 a''_1}$ 沿其法线方向距离 $\overline{a''_0 a'_1} = \overline{a''_1 a'_0} = \widehat{a_0 a_1}$ 。

从理论上讲, 渐开线齿形传动能保证瞬时速比稳定不变。设两轮作无滑动的纯滚动, 主动轮从 a_1 转到 b_1 , 转动角度 φ_1 , 被动轮从 a_2 转到 b_2 , 转动角度 φ_2 , 则弧长 $a_1 b_1$ 等于 $a_2 b_2$ (图1-3)。

即 $\widehat{a_1 b_1} = \widehat{a_2 b_2}$

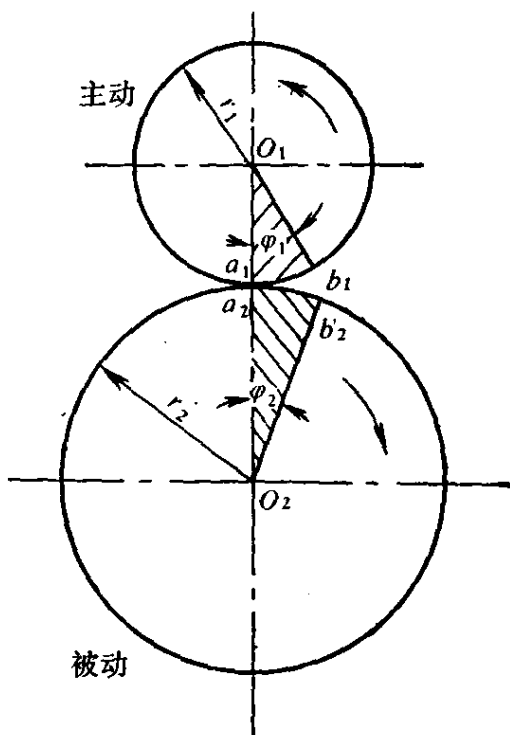


图1-3 摩擦轮传动分析

但

$$\widehat{a_1 b_1} = \varphi_1 r_1$$

$$\widehat{a_2 b_2} = \varphi_2 r_2$$

因此

$$\varphi_1 r_1 = \varphi_2 r_2 \quad \text{或} \quad \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = -\frac{r_1}{r_2}$$

式中 $\frac{\varphi_2}{\varphi_1}$ 就是瞬时速比，通常用 i 表示。

即

$$i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = -\frac{r_1}{r_2}$$

从上式说明两个摩擦轮转动，只要两个轮的半径 r_1 和 r_2 不变，它的瞬时速比不变。

渐开线齿轮传动的显著特点为，在传动过程中，各齿的接触点始终落在两基圆的公切线上，见图1-4和图1-5。由于齿轮在转动中，各齿面啮合时的接触点是沿着这条公切线 $c_1 c_2$ 一点一点的顺序前进的，所以通常称这条线为“啮合线”。这条公切线又是渐开线齿面接触点的公法线（图1-4）。

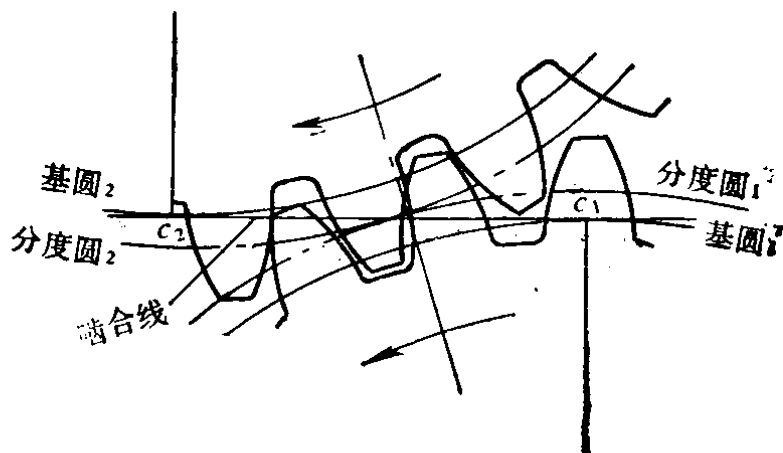


图1-4 齿轮啮合线

从图1-5可以看出，当主动轮转动一个角度， φ_1 渐开线1就由位置 a_1 转到位置 b_1 ，渐开线接触点由 K 点移到 P 点。根据渐开线原理，弧长 $a_1 b_1$ 等于线段 KP 长度，即：

$$\widehat{a_1 b_1} = \overline{KP}$$

同时被动齿轮也转动一个角度 φ_2 , 渐开线位置由 a_2 移到 b_2 根据同样理由,

$$\widehat{a_2 b_2} = \overline{KP}$$

因此 $\widehat{a_1 b_1} = \widehat{a_2 b_2}$

但 $\widehat{a_1 b_1} = \varphi_1 r_{o1}$

$$\widehat{a_2 b_2} = \varphi_2 r_{o2}$$

故 $\varphi_1 r_{o1} = \varphi_2 r_{o2}$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{o2}}{r_{o1}}$$

$\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ 即两个齿轮的瞬

时速比用 i 表示:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{o2}}{r_{o1}}$$

由此可知只要齿轮的基圆直径不变, 它的任何瞬间速比总是不变的, 即瞬时速比是平稳的。

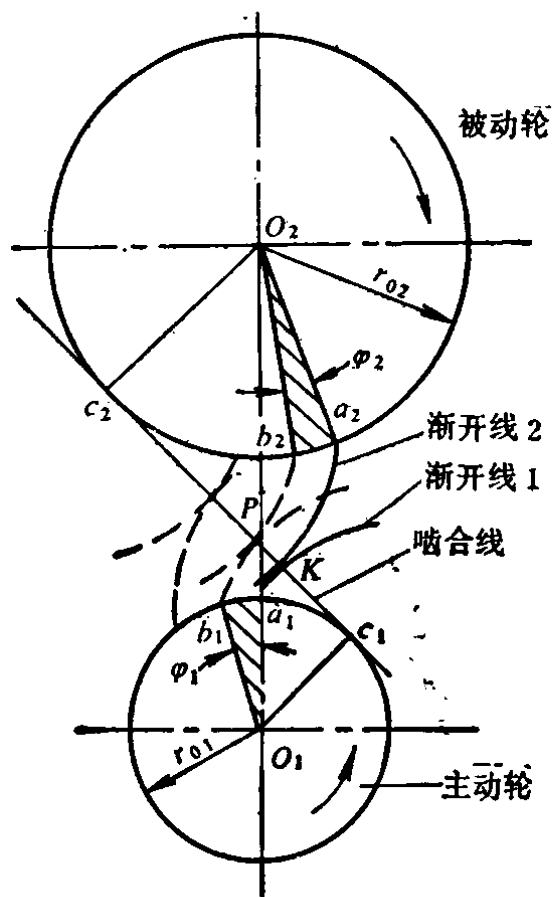


图1-5 渐开线齿形传动

第二节 标准渐开线齿轮基本几何尺寸

标准渐开线齿轮基本几何尺寸和各部位名称见图 1-6。直齿圆柱齿轮的几何尺寸的计算见表 1-1。斜齿圆柱齿轮的几何尺寸的计算见表 1-2。

为了对齿轮有关部位和尺寸有明确概念, 现重点解释如下:

1. 模数(m) 从表 1-1 计算公式可以看出,基本上所有齿轮的各部尺寸计算都与模数(m)有关,所以模数(m)是齿轮尺寸计算的一个重要参数,用两个齿数完全相同,但模数不同的齿轮来比较,模数大齿轮各部尺寸就大,单齿也大。模数好比衣服鞋帽的号码,模数愈大,齿轮的各部尺寸都随着比例地增大,齿轮承受的力量也增大。

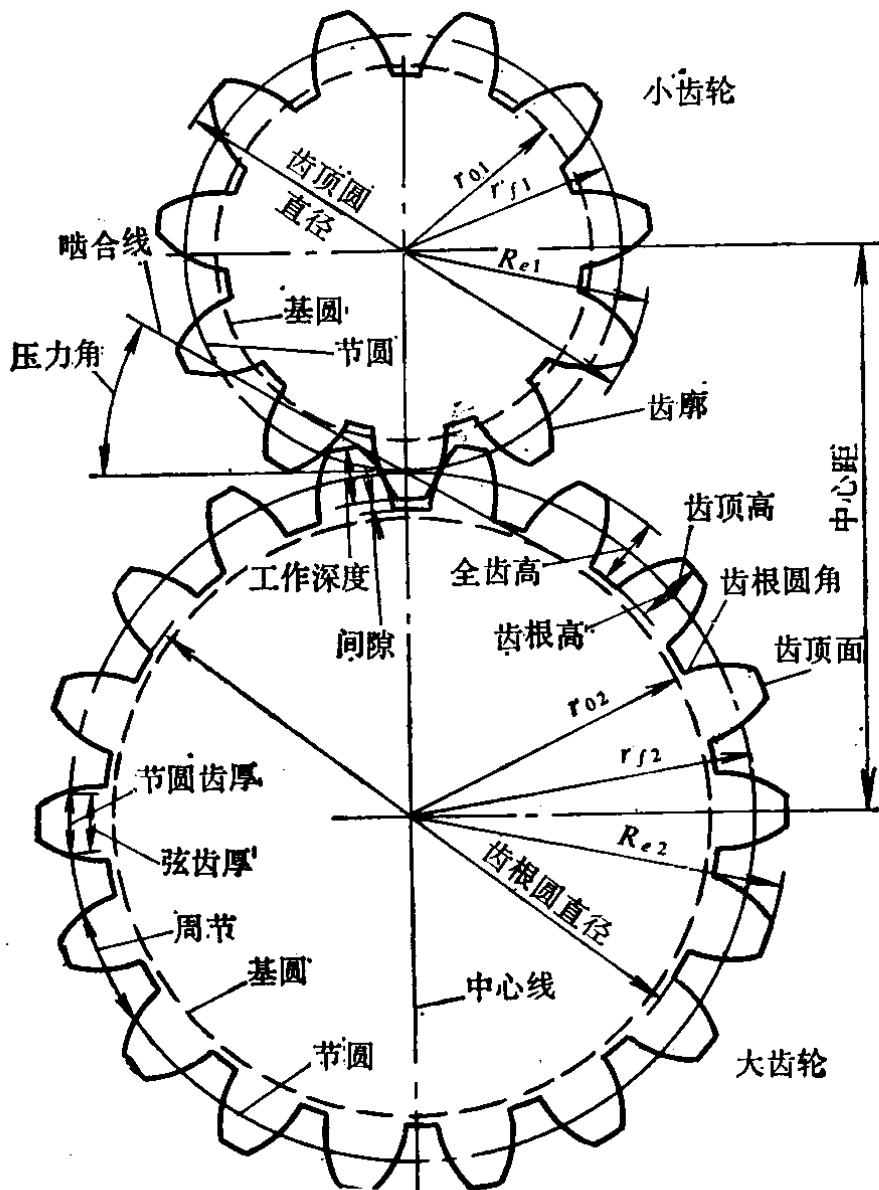


图1-6 齿轮的基本几何尺寸

表1-1 直齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式表

名 称	代号	计 算 公 式	举 例
模 数	m	$m = \frac{t_f}{\pi} = \frac{d_f}{z}$ (按标准)	$m = 1$
齿 数	z	$z = d_f / m$	$z_1 = 20, z_2 = 100$
分度圆压力角	α_f	$\cos \alpha_f = \frac{r_0}{r_f} \quad \alpha_f = 20^\circ$	$\alpha_f = 20^\circ$
分度圆直径	d_f	$d_f = m z$	$d_f = 20$
齿顶圆直径	D_e	$D_e = d_f + 2m$	$D_e = 22$
齿根圆直径	D_i	$D_i = d_f - 2 \times 1.25m$	$D_i = 17.5$
基圆直径	d_0	$d_0 = m z \cos \alpha_f$	$d_0 = 18.7938$ $r_0 = 9.3969$
基节	t_f	$t_f = \pi m \cos \alpha_f$	$t_f = 2.95$
周节	t_f	$t_f = \pi m$	$t_f = 3.1416$
齿顶高	h_e	$h_e = m$	$h_e = 1$
齿根高	h_i	$h_i = 1.25m$	$h_i = 1.25$
齿全高	h	$h = 2.25m$	$h = 2.25$
径向间隙	c_m	$m \leq 1, \quad c = h_i - h_e = 0.35m$ $m > 1, \quad c = h_i - h_e = 0.25m$	$c_m = 0.25$
齿宽	B	$B = (3 \sim 10)m$	$B = 6$
中心距	A_0	$A_0 = \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right) m = \frac{d_{f1} + d_{f2}}{2}$	$A_0 = 60$
传动比	i	$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{f2}}{d_{f1}}$	$i = 5$
分度圆弦齿厚	s_f	$s_f = m z \sin \frac{90^\circ}{z}$	$s_f = 1.569$
分度圆弦齿高	h_f	$h_f = R_e - \frac{m z}{2} \cos \frac{90^\circ}{z}$	$h_f = 1.031$

表1-2 斜齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式表

名 称	代号	计 算 公 式	举例： $m_n = 1$ ， $z_1 = 20 \quad z_2 = 40$ $\alpha_{fn} = 20^\circ \quad \theta = 90^\circ$ $\beta_{f1} = \beta_{f2} = 45^\circ$
法向模数	m_n	$m_n = \frac{t_{fn}}{\pi} = m_s \cos \beta_f$	
端面模数	m_s	$m_s = \frac{m_n}{\cos \beta_f} = \frac{t_{fs}}{\pi}$	$m_s = 1.4142$
齿数	z	$z = d_f \cos \beta_f / m_n$	
法向分度圆压力角	α_{fn}	$\operatorname{tg} \alpha_{fn} = \operatorname{tg} \alpha_{fs} \cos \beta_f, \alpha_{fn} = 90^\circ$ $\cos \alpha_{fn} = \cos \alpha_{fs} = \frac{\cos \beta_0}{\cos \beta_f}$	
端面分度圆压力角	α_{fs}	$\operatorname{tg} \alpha_{fs} = \operatorname{tg} \alpha_{fn} / \cos \beta_f$	$\alpha_{fs} = 27^\circ 12' 18''$
分度圆螺旋角	β_f	$\cos \beta_f = \frac{z m_n}{d_f}$	
基圆螺旋角	β_0	$\operatorname{tg} \beta_0 = \operatorname{tg} \beta_f \cos \alpha_{fs}$ $\sin \beta_0 = \sin \beta_f \cos \alpha_{fn}$	$\beta_0 = 41^\circ 36' 24''$
分度圆直径	d_f	$d_f = \frac{m_n z}{\cos \beta_f}$	$d_{f1} = 28.28$ $d_{f2} = 56.57$
齿顶圆直径	D_e	$D_e = d_f \pm 2 m_n f_n$	$D_{e1} = 30.28$ $D_{e2} = 58.57$
齿根圆直径	D_i	$D_i = d_f \mp 2 m_n (f_n + c_n)$	$D_{i1} = 25.28$ $D_{i2} = 59.57$
基圆半径	r_0	$r_0 = \frac{d_f}{2} \cos \alpha_{fs}$ $r_0 = m_n z K_0$	$r_{01} = 12.572$
法向基节	t_{fn}	$t_{fn} = m_n \pi \cos \alpha_{fn}$	$t_{fn} = 2.952$
端面基节	t_{fs}	$t_{fs} = m_s \pi \cos \alpha_{fs}$	$t_{fs} = 3.9504$
法向周节	t_{fn}	$t_{fn} = \pi m_n$	$t_{fn} = 3.1416$

(续)

名 称	代号	计 算 公 式	举例： $m_n = 1$, $z_1 = 20 \quad z_2 = 40$ $\alpha_{fn} = 20^\circ \quad \theta = 90^\circ$ $\beta_{f1} = \beta_{f2} = 45^\circ$
端面周节	t_{fs}	$t_{fs} = t_{fn} / \cos \beta_f$	$t_{fs} = 4.442$
轴向齿距	t_{fc}	$t_{fc} = \frac{\pi m_s}{\operatorname{tg} \beta_f} = \frac{\pi m_n}{\sin \beta_f}$	$t_{fc} = 4.442$
螺旋线导程	H	$H = z \frac{\pi m_s}{\operatorname{tg} \beta_f} = 2 \frac{\pi m_n}{\sin \beta_f}$	$H_1 = 88.856$
齿顶高	h_e	$h_e = m_n f_n$	$h_e = 1$
齿根高	h_i	$h_i = m_n (f_n + c_n)$	$h_i = 1.25$
齿全高	h	$h = m_n (2 f_h + c_n)$	$h = 2.25$
径向间隙	$c_n m_n$	$m_n \leq 1 \quad c_n = h_i - h_e = 0.35$ $m_n > 1 \quad c_n = h_i - h_e = 0.25$	
齿顶高系数	f_n	$f_n = 1 \quad \text{短齿 } f_n = 0.8$	
中心距	A_0	$A_0 = \frac{\pm d_{f1} + d_{f2}}{2}$ $= \frac{m_n}{2} \left(\pm \frac{z_1}{\cos \beta_{f1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{f2}} \right)$	$A = 42.425$
引用齿数	z_y	$z_y = \frac{z}{\cos^3 \beta_f} = c_M^2 (\text{查表2-34})$	$z_{y1} = 56.577$
分度圆弧齿厚	S_{fn}	$S_{fn} = \frac{t_{fn}}{2} = \frac{\pi m_n}{2}$	$S_{fn} = 1.5708$
分度圆弦齿厚	S'_{fn}	$S'_{fn} = m_n z_y \sin \frac{90^\circ}{z_y}$	$S'_{fn} = 1.5706$
分度圆弦齿高	h_f	$h_f = R_{ey} - \frac{m_n z_y}{2} \cos \frac{90^\circ}{z_y}$	$h_f = 1.011$

我国国家标准（简称“国标” GB1357-78）规定了标准模数系列，见表 1-3。

表1-3 标准模数表 (GB 1357-78)

第一系列	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8
	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8 10 12 16 20
	25	32	40	50						
第二系列	0.35	0.7	0.9	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	
	4.5	5.5	(6.5)	7	9	(11)	14 18 28	(30)	36	45

注：括号内的模数尽可能不选用

2. 压力角(α) 齿轮运转时,齿面渐开线上力的方向和运动方向所夹的角称为压力角 (α), 如图 1-7 所示。一般采用 20° , 这是我国齿轮标准的规定。

压力角在分度圆上是 20° 。在分度圆以外, 压力角大于 20° ; 在分度圆以内, 压力角小于 20° 。

英制齿轮的压力角采用 $\alpha = 14\frac{1}{2}^\circ$, 有的齿轮还采用 $\alpha = 15^\circ$ 、 $22\frac{1}{2}^\circ$ 等。从齿轮传动受力看(图

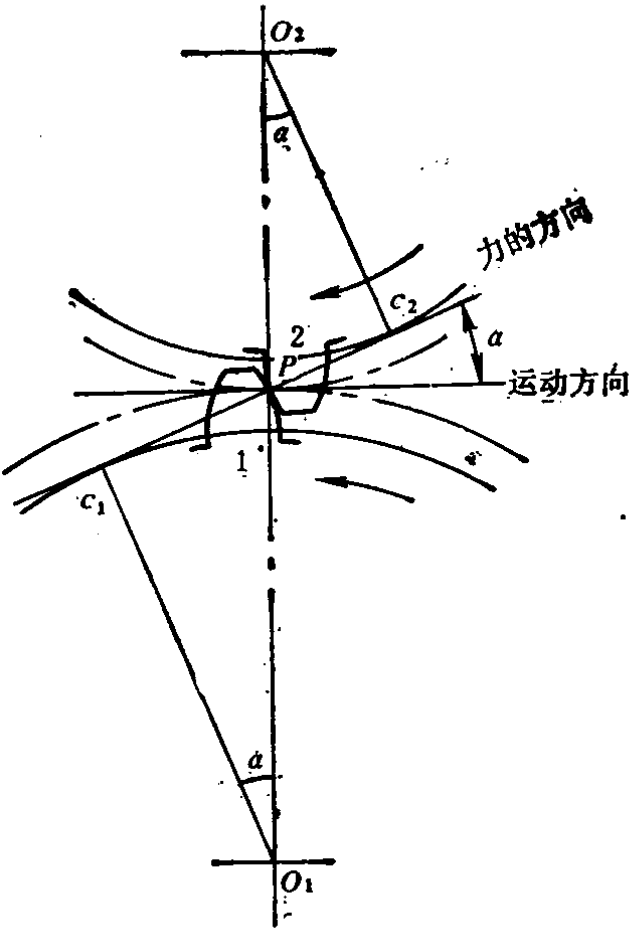


图1-7 齿轮压力角

1-8)。压力角愈小，基圆半径愈接近分度圆半径，这样齿根部分的渐开线就短了（因渐开线从基圆开始）。所以齿根变瘦产生根切。齿轮的受力也减小了（图 1-8 a）。如压力角大于 20° （图 1-8 c），分度圆和基圆就远了、齿轮啮合线倾斜度变大，即齿轮传动愈费力，但齿根变厚，齿顶变尖，因此轮齿更坚固有力。如汽车、拖拉机上的某些传动齿轮就采用 $22\frac{1}{2}^\circ$ 的压力角。

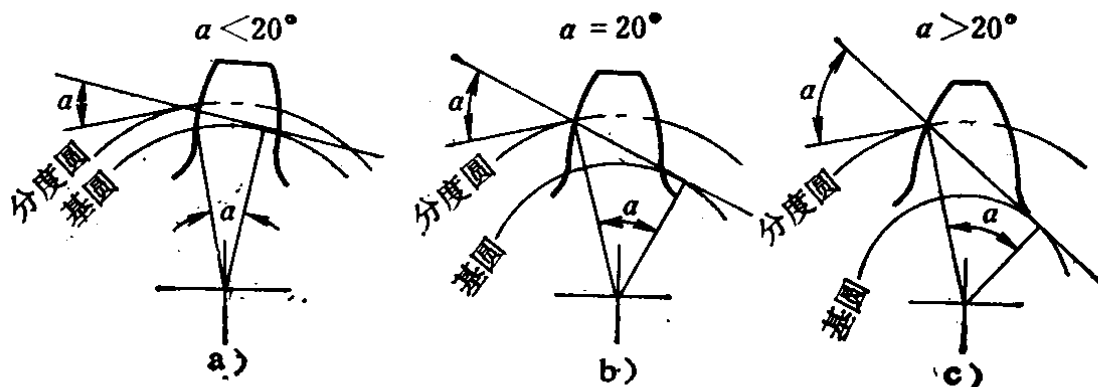


图1-8 各种压力角比较

3. 分度圆直径 (d_f) 在齿轮设计时，作理论计算的直径，即当模数等于标准规定的数值时，在直径为 d_f 的圆周上分布着的齿数为 z 。

4. 基节 (t_f) 相邻两齿同一侧齿面在基圆上所 占的弧长（图 1-2），也就是在渐开线的发生线上相邻同一侧两齿面的法向距离。

5. 周节 (t_f) 相邻两齿同一侧齿面在分度圆上所 占的弧长。

6. 分度圆弦齿厚 (S_f) 齿廓的左右两齿面在分度圆上所截的两点连线间的弦长。

7. 啮合系数 (ϵ) 啮合系数又称重叠系数，是指同时

啮合的轮齿对数的最大值，即两齿廓接触点沿啮合线走过的距离与基节之比。为了保证传动是连续地回转运动，一对互相啮合齿轮的传动，应该是前面一对轮齿分离时，后面一对轮齿已提前进入啮合，同时参加啮合的轮齿愈多，齿轮传动愈平稳。一般齿轮的啮合系数都大于 1。

第三节 圆柱齿轮传动的精度和选择

齿轮在机械传动中的作用是传递转速，传递力矩或用于分度等。整个机器运转情况的好坏和齿轮制造精度有很大关系。齿轮在制造过程中，由于加工的机床，刀具或安装等误差的影响，使齿轮各部几何尺寸不能完全达到设计标准的要求，影响到齿轮的正常工作，因此对齿轮制造精度提出了下列四方面要求：

一、运动精度

为了准确传递转速或准确分度，例如滚齿机或磨齿机的分度传动机构的齿轮。要求齿轮每转动一转中，转角要准确，即主动齿轮转过一个角度，被动齿轮应按速比关系准确地转动相应的角度。但是由于加工中存在的误差，齿轮在实际使用中，不可避免地会出现转角误差，表现为实际转角与理论转角的差值。一般都是要求这个转角误差中最大误差值不能超过一定限度，也就是对齿轮要求有一定的运动精度。

二、工作平稳性

在较高转速下运转的齿轮传动是常见的，如机床的齿轮箱，汽轮机的减速器，汽车拖拉机的变速箱，内燃机中的传动齿轮。这种高速运转情况下的齿轮，我们不希望出现噪声，冲击或振动等现象，以保证机床加工精度，设备安全运转和齿轮本身的使用寿命。尤其是汽车拖拉机的变速箱齿轮，如