

天线原理

刘克成 宋学斌 编著

国防科技大学出版社

内 容 简 介

本书系机械电子工业部审定并推荐出版的统编教材，本书按部定编写大纲编写，并酌量增加了天线研究的几个发展分支的内容。为使读者系统地了解天线的原理和灵活掌握分析方法，本书按原理、分析方法、典型天线的顺序进行阐述，其中第一、七两章阐述线天线与面天线的基本理论；第二至五章是线天线的分析方法和一般特性；第八、第九章是面天线的分析方法和一般特性；第六、十两章则分别介绍了若干典型线天线、面天线的具体分析、特性和设计问题。

天 线 原 理

刘克成 宋学浚 编著
责任编辑 赫崇峻

国防科技大学出版社出版

湖南省新华书店 发行
国防科技大学印刷厂 印装

开本：787×1092 1/16 印张：19 字数：430千
1989年5月第一版 1989年5月第一次印刷 印数：1—5 000

ISBN 7-81024-052-8

TN·4 定价：3.75 元

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材1986—1990年编审出版规划，由电磁场与微波技术教材编审委员会天线与电波教材编审小组征稿，推荐出版，责任编辑肖景明同志。

本教材由国防科技大学担任主编，西安电子科技大学汪茂光教授担任主审。

本课程的参考学时为80学时，其主要内容为天线辐射和接收的基本原理（理论基础），线天线和面天线的分析方法，基本性能和设计方法。为了适应现代天线理论和技术的发展，本书酌量增加了天线研究的几个发展分支的内容（目录中以*号标出）。为使读者系统地了解天线的理论基础和灵活地掌握分析方法，本书加强了体系的系统性，全书按照原理、分析方法、典型天线的顺序进行阐述。第一章是天线辐射和接收的基本理论，侧重于线天线。第七章是面天线的基本理论。第二章到第五章是线天线的分析方法和一般特性。第八章、第九章是面天线的分析方法和一般特性。第六章、第十章分别介绍若干典型线天线，面天线的具体分析、特性和设计问题。鉴于天线的计算方法在现代天线的研究和发展中占据日益重要的地位，本书加强了这方面的内容，并给出了几种典型天线设计计算的程序框图。

本教材由宋学诚编写绪论和前六章，刘克成编写后四章及前面的部分小节，并统编全稿，参加审阅的还有赫崇骏等同志，主审和审阅人对本书提出许多宝贵意见，这里表示诚挚的感谢。编者还对国防科技大学出版社的大力支持表示深切的谢意。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

刘克成 宋学诚

1988年10月

目 录

绪 论

第一章 辐射的基本原理和基本辐射元

§1-1 矢量位法和迭加原理	(1)
§1-2 基本电振子(电流元)	(4)
§1-3 对偶性原理与基本磁振子	(10)
§1-4 巴俾涅原理与基本缝隙	(15)
§1-5 基本振子的组合——单向辐射元和基本圆极化天线	(18)
§1-6 镜像原理、等效原理与基本面辐射元(惠更斯元)	(22)
§1-7 互易定理	(26)
§1-8 相似原理	(28)

第二章 对称振子、对称缝隙与发射天线电参数

§2-1 天线的远区辐射场	(31)
§2-2 对称振子的电流分布与辐射场	(33)
§2-3 对称振子的输入阻抗	(38)
§2-4 有效长度、方向性系数、效率和增益	(43)
§2-5 天线的极化和天线的频带宽度	(46)
§2-6 金属平板上的对称缝隙	(48)
§2-7 振子天线的积分方程和矩量法求解	(51)

第三章 接收天线

§3-1 用互易定理分析接收天线	(58)
§3-2 接收天线的电参数与弗利斯传输公式	(60)
§3-3 阻抗失配与极化失配	(63)
§3-4 天线噪声温度的概念	(65)
§3-5 环天线	(67)

第四章 天线阵的方向性

§4-1 二元阵与方向图相乘定理	(71)
§4-2 均匀直线阵	(76)
§4-3 谢昆诺夫单位圆与振幅不均匀分布直线阵	(86)
§4-4 连续元直线阵	(95)

§4-5 圆阵·····	(101)
§4-6 面阵和体阵·····	(105)
*§4-7 天线阵的最优化和超方向性·····	(109)

第五章 天线和天线阵的阻抗

§5-1 对称振子的近区场与辐射阻抗·····	(114)
§5-2 耦合振子的互阻抗·····	(117)
§5-3 振子阵的阻抗·····	(120)
§5-4 无源振子(无源反射器和引向器)·····	(123)
§5-5 耦合缝振子的自导纳与互导纳·····	(125)

第六章 常用典型线天线

§6-1 垂直接地振子、折合振子与对称变换器·····	(127)
§6-2 引向天线与背射天线·····	(133)
§6-3 波导缝隙天线·····	(137)
§6-4 圆柱螺旋天线·····	(147)
§6-5 等角螺旋天线·····	(151)
§6-6 对数周期天线·····	(154)
§6-7 微带天线·····	(157)

第七章 面天线理论基础

§7-1 面天线解法概述·····	(166)
§7-2 惠更斯原理、惠更斯源——矢量位公式·····	(167)
§7-3 辅助源(位)法·····	(169)
*§7-4 平面波谱法·····	(171)
*§7-5 稳定相位法与平面波谱远场表示式·····	(174)
§7-6 口径场绕射公式与天线场的区域划分·····	(177)
§7-7 面天线的方向性系数和有效面积·····	(182)
§7-8 麦克斯韦方程与几何光学·····	(183)
§7-9 几何绕射理论简介·····	(186)

第八章 平面口径场的辐射

§8-1 平面口径辐射场的一般讨论·····	(189)
§8-2 矩形口径同相场的辐射·····	(190)
§8-3 圆形和椭圆形口径同相场的辐射·····	(196)
§8-4 典型相位分布平面口径的辐射·····	(202)
§8-5 平面口径辐射规律的综合讨论·····	(207)
*§8-6 平面口径任意场分布辐射的解析计算·····	(210)

第九章 面天线口径场的确定

- §9-1 光壁波导口径场..... (214)
- §9-2 波纹表面导波口径场..... (219)
- §9-3 反射面和透镜的口径场..... (222)
- §9-4 常数折射率透镜和变折射率透镜..... (228)

第十章 典型面天线

- §10-1 喇叭天线..... (236)
- §10-2 旋转抛物面天线..... (242)
- §10-3 卡塞格仑天线..... (257)
- §10-4 单脉冲天线..... (264)
- §10-5 赋形波束反射面天线..... (266)

习 题**参考书目**

第一章 辐射的基本原理和基本辐射元

§ 1-1 矢量位法和迭加原理

一、电流和磁流的场解

天线的辐射问题就是由天线上的电流、电荷（磁流、磁荷）求空间中的电磁场，电流、电荷（磁流、磁荷）称为场的源。麦克斯韦方程建立了场和源的关系，在均匀无耗各向同性媒质中时谐场的麦克斯韦方程为：

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} + \vec{J} & (1-1-a) \\ \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} & (1-1-b) \\ \nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon & (1-1-c) \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 & (1-1-d) \end{cases}$$

连续性方程为：

$$\nabla \cdot \vec{J} + j\omega\rho = 0 \quad (1-1-e)$$

式中， ω 为源的角频率； ϵ 、 μ 为媒质的介电常数和导磁系数，在自由空间中 $\epsilon = \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9}$ (法/米)， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (亨/米)； \vec{J} 、 ρ 分别为天线上电流密度(安/米²)和电荷体密度(库/米³)。由于存在连续性方程， \vec{J} 和 ρ 有确定关系，因而可将 \vec{J} 视为唯一的源。

直接从式(1-1)由 \vec{J} 求场 \vec{E} 、 \vec{H} ，称为直接法。此处我们引进辅助位函数作为中介求解，由式(1-1-d)，可令

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (1-2)$$

\vec{A} 称为矢量磁位(电流矢量位)。这种通过 \vec{A} 求场的方法称为矢量位法。仅由式(1-2)并不能唯一地确定 \vec{A} ，因为 $\nabla \times \nabla\Phi = 0$ ，若将 \vec{A} 换为 $\vec{A}_0 = \vec{A} - \nabla\Phi$ ，(1-2)式也能满足。将式(1-2)代入式(1-1-b)，得 $\nabla \times (\vec{E} + j\omega\mu\vec{A}) = 0$ ，所以矢量 $(\vec{E} + j\omega\mu\vec{A})$ 是一无旋场，它必然是某一标量位函数 Φ (称为标量电位)的梯度，可令 $\vec{E} + j\omega\mu\vec{A} = -\nabla\Phi$ 。为了能单值地确定 \vec{A} 、 Φ ，可再规定 $\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\epsilon\Phi$ ，(称为洛伦兹条件)，即有

$$\vec{E} = -j\omega\mu\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon}\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (1-3-a)$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (1-3-b)$$

式中 \vec{A} 满足如下非齐次矢量波动方程：

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{A} = -\vec{J} \quad (1-4)$$

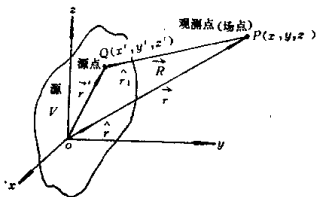
若场源分布在一个有限区域 V 内, 则此方程在无源区域中的解为

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dV \quad (1-5)$$

式中, $R = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$, \vec{r} 为观测点(场点) P 的坐标矢量, \vec{r}' 为源中某点 Q (源点) 的坐标矢量, R 为 P 、 Q 间距离, 如图(1-1)所示。

$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$, 为电磁波的传播常数。在自由空间中, $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = 2\pi/\lambda$, λ 为自由空间波长, 这是研究天线时最常用到的传播常数。在本书中除非特别指明, k 均代表自由空间的传播常数。

由式(1-3)、(1-5)可见, 仅由电流源便能解出一般的天线辐射问题, 但在有些问题中, 若引进新的场源——虚拟的磁流、磁荷, 则更为方便。换言之, 虚拟的磁流、磁荷的作用可等效于某种实际的电流、电荷分布。这一概念的引进是对电磁理论的重大贡献, 在后面的章节中我们将看到它的具体化及其作用。



图(1-1) 源点与观测点位置图

以磁流、磁荷为源的麦克斯韦方程规定为式(1-1)的对称形式:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} - \vec{M} & (1-6-a) \\ \nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E} & (1-6-b) \\ \nabla \cdot \vec{H} = \rho^M/\mu & (1-6-c) \\ \nabla \cdot \vec{E} = 0 & (1-6-d) \end{cases}$$

式中, \vec{M} 为磁流密度 (伏/米²), ρ^M 为磁荷体密度 (韦/米³), 它们间有类似的连续性方程

$$\nabla \cdot \vec{M} + j\omega\rho^M = 0 \quad (1-6-e)$$

由于方程形式的对称, 场解也必然对称, 即

$$\begin{cases} \vec{E} = -\nabla \times \vec{F} & (1-7-a) \\ \vec{H} = -j\omega\varepsilon\vec{F} + \frac{1}{j\omega\mu} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) & (1-7-b) \end{cases}$$

式中, \vec{F} 为矢量电位 (磁流矢量位), 它满足非齐次矢量波动方程 $\nabla \cdot \vec{F} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{F} = -\vec{M}$, 在无源区域中的解为

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \vec{M}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dV \quad (1-8)$$

当场源同时含有电流和磁流时, 时谐场的麦克斯韦方程为

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J} & (1-9-a) \\ \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} - \vec{M} & (1-9-b) \\ \nabla \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon & (1-9-c) \\ \nabla \cdot \vec{H} = \rho^M/\mu & (1-9-d) \end{cases}$$

电流和磁流的空间总场量也就是它们单独存在时所产生的场的线性迭加, 即

$$\begin{cases} \vec{E} = -j\omega\mu\vec{A} + \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) - \nabla\times\vec{F} \\ \vec{H} = -j\omega\varepsilon\vec{F} + j\frac{1}{\omega\mu}\nabla(\nabla\cdot\vec{F}) + \nabla\times\vec{A} \end{cases} \quad (1-10)$$

令 $\Phi = e^{-jkR}/R$, 将式(1-5)、(1-8)代入式(1-10), 则无源空间观测点 P 处的场强为

$$\begin{cases} \vec{E}_P = -\frac{j\omega\mu}{4\pi}\int_V \vec{J}\Phi dv + \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon}\nabla\nabla\cdot\int_V \vec{J}\Phi dv - \frac{1}{4\pi}\nabla\times\int_V \vec{M}\Phi dv \end{cases} \quad (1-11-a)$$

$$\begin{cases} \vec{H}_P = -\frac{j\omega\varepsilon}{4\pi}\int_V \vec{M}\Phi dv + \frac{1}{4\pi j\omega\mu}\nabla\nabla\cdot\int_V \vec{M}\Phi dv + \frac{1}{4\pi}\nabla\times\int_V \vec{J}\Phi dv \end{cases} \quad (1-11-b)$$

上述由矢量位法求出的无源区域场的表达式, 是一组常用的公式。

在式(1-11)中, 积分运算是针对源点 $Q(x', y', z')$ 的坐标进行的, 而所有的 ∇ 算符中的微分运算是针对观测点 $P(x, y, z)$ 的坐标进行的, 故它们的运算次序可以交换。另外, \vec{J} 、 \vec{M} 仅是 (x', y', z') 的函数, 故有 $\nabla\cdot\vec{J} = \nabla\times\vec{J} = \nabla\cdot\vec{M} = \nabla\times\vec{M} = 0$, 运用如下矢量恒等式

$$\nabla\cdot(u\vec{A}) = u\nabla\cdot\vec{A} + \vec{A}\nabla u$$

$$\nabla\times(u\vec{A}) = u\nabla\times\vec{A} + \nabla u\times\vec{A}$$

$$\nabla(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (\vec{B}\cdot\nabla)\vec{A} + \vec{B}\times(\nabla\times\vec{A}) + (\vec{A}\cdot\nabla)\vec{B} + \vec{A}\times(\nabla\times\vec{B})$$

则式(1-11-a)中的第二项和第三项分别为

$$\nabla\nabla\cdot\int_V \vec{J}\Phi dv = \int_V (\vec{J}\cdot\nabla)\nabla\Phi dv \quad (1-12)$$

$$-\nabla\times\int_V \vec{M}\Phi dv = \int_V (\vec{M}\times\nabla)\Phi dv \quad (1-13)$$

将式(1-12)、(1-13)代入式(1-11), 并利用关系式 $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$, 即得

$$\begin{cases} \vec{E}_P = \frac{-j}{4\pi\omega\varepsilon}\int_V [k^2\vec{J} + (\vec{J}\cdot\nabla)\nabla + j\omega\varepsilon\vec{M}\times\nabla]\Phi dv \end{cases} \quad (1-14-a)$$

$$\begin{cases} \vec{H}_P = \frac{-j}{4\pi\omega\mu}\int_V [k^2\vec{M} + (\vec{M}\cdot\nabla)\nabla - j\omega\mu\vec{J}\times\nabla]\Phi dv \end{cases} \quad (1-14-b)$$

见图(1-1), 若设 \hat{r}_1 为 $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ 之单位矢量, 则

$$\nabla\Phi = \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{e^{-jkR}}{R}\right)\hat{r}_1 = -\left(jk + \frac{1}{R}\right)\frac{e^{-jkR}}{R}\hat{r}_1 \quad (1-15)$$

由 $(\vec{A}\cdot\nabla)\vec{B} = A_x\frac{\partial\vec{B}}{\partial x} + A_y\frac{\partial\vec{B}}{\partial y} + A_z\frac{\partial\vec{B}}{\partial z}$, 可推导出

$$(\vec{J}\cdot\nabla)\nabla\Phi = (\vec{J}\cdot\hat{r}_1)\hat{r}_1\left(-k^2 + j\frac{3k}{R} + \frac{3}{R^2}\right)\frac{e^{-jkR}}{R} - \vec{J}\left(\frac{jk}{R} + \frac{1}{R^2}\right)\frac{e^{-jkR}}{R} \quad (1-16)$$

电流和磁流有时是分布在物体表面的一个薄层 S 上,称为面电流和面磁流分布。这时,式(1-14)变为

$$\begin{cases} \vec{E}_s = -\frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \int_S [k^2 \vec{J}_s + (\vec{J}_s \cdot \nabla) \nabla + j\omega\epsilon \vec{M}_s \times \nabla] \Phi ds & (1-17-a) \\ \vec{H}_s = -\frac{j}{4\pi\omega\mu} \int_S [k^2 \vec{M}_s + (\vec{M}_s \cdot \nabla) \nabla - j_s \mu \vec{J}_s \times \nabla] \Phi ds & (1-17-b) \end{cases}$$

式中, \vec{J}_s 为面电流密度 (安/米), \vec{M}_s 为面磁流密度 (伏/米)。

对于计算 \vec{E}_s 和 \vec{H}_s 来说,式(1-11)或式(1-14)、(1-17)均可应用,主要看使用时的方便。前一积分式中还明确保留着矢量位的结构,即实际是先求矢量位,尔后求场;后一积分式中则已消除了矢量位的痕迹,它也可用其他方法推出。

应当指出,辅助位函数的选择并不是唯一的,本书中应用了矢量磁位 \vec{A} 和矢量电位 \vec{P} ,一般常用的位函数还有赫芝电矢量位 \vec{N} 和赫芝磁矢量位 \vec{M} 。对于时谐电磁场,它们的定义是

$$\vec{H} = j\omega\epsilon \nabla \times \vec{N}, \quad \vec{E} = -j\omega\mu \nabla \times \vec{M}$$

与式(1-2)、(1-7)相比较,它们与 \vec{A} 、 \vec{P} 仅分别相差一常数 $j\omega\epsilon$ 、 $j\omega\mu$ 。

二、迭加原理

读者已熟悉了线性电路的迭加原理,即多个源的共同作用相当于各单个源作用之和。在电磁场中,当空间媒质的 μ 、 ϵ 为常数时(即非铁磁或铁电媒质),源和场的关系同样符合迭加原理,即

$$\text{若 } \vec{J} = \sum_{k=1}^N \vec{J}_k, \text{ 则有 } \vec{E} = \sum_{k=1}^N \vec{E}_k.$$

\vec{E}_k 为 \vec{J}_k 单独存在时的场。当考虑磁流源时亦有类似公式。读者可从式(1-5)、(1-8)自行证明此结果。

迭加原理虽然简单,却极为重要。由于复杂天线都是由许多最基本的单元组成的,因而只要基本单元产生的电磁场已经求得,把它们直接相加就可得到复杂天线的总场,而不必每次均从基本公式(1-14)开始计算。

§ 1-2 基本电振子 (电流元)

基本电振子(亦称电流元)是指长度 $l \ll \lambda$ 而其上电流等幅同相分布的线电流单元。

孤立的基本电振子并不是一个真实的概念,因为导线的开路端电流为零,故线上电流不可能均匀。但是,任何载有均匀电流的天线均可分成无数个微分元,每个微分元 ($dl \ll \lambda$) 上的电流可视为等幅同相,因而可以看成是一个基本电振子,这就是“电流元”名称的来源。

赫芝电偶极子是与理想基本电振子相接近的实际振子,它是用细导线将两个金属小球连接起来的系统。这时在两球间呈现很大的电容,于是这个偶极子可看成端接电容的交流闭合回路,当导线长度远小于波长时,沿导线的电流基本上是等幅同相的。

一、基本电振子的空间场

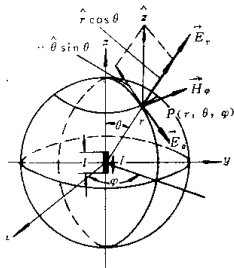
如图(1-2)所示,基本电振子置于 z 轴上,电流为 $i=Ie^{j\omega t}$,电流矩 $Il=Ilz$ 。它的电磁场可由式(1-3)、(1-5)求出,但用式(1-14-b)和(1-15)求磁场更为简便。

由于 $\vec{M}=0$,而电流集中于坐标原点非常小的区域内,故 $\vec{r}'\approx 0$, $R=|\vec{r}-\vec{r}'|\approx r$, $\hat{r}_1\approx\hat{r}$,则

$$\begin{aligned} \vec{H}_p &= -\frac{1}{4\pi} \int_V \vec{j} \times \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dV \\ &= \frac{Il}{4\pi} \left(\frac{j\vec{k}}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jkr} (\vec{z} \times \hat{r}_1) \end{aligned} \quad (1-18)$$

在图(1-2)中, $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 和 $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$ 分别为直角坐标系和球坐标系的单位矢量,易知 $\hat{z} = \hat{r} \cos \theta - \hat{\theta} \sin \theta$,则

$$\vec{H}_p = \phi \frac{Il \sin \theta}{4\pi} \left(\frac{j\vec{k}}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jkr}$$



图(1-2) 基本电振子场强计算图

\vec{E}_p 可由式(1-14-a)和(1-16)求得,在无源空间也可由 $\vec{E}_p = (\nabla \times \vec{H}_p) / j\omega\epsilon$ 求出。经简单运算,基本电振子的空间场为:

$$\begin{aligned} \vec{E}_r &= \frac{Il \cos \theta}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0 k^2}{\epsilon_0}} \left[-j \left(\frac{1}{kr} \right)^3 + \left(\frac{1}{kr} \right)^2 \right] e^{-jkr} \quad (\text{伏/米}) \\ \vec{E}_\theta &= \frac{Il \sin \theta}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0 k^2}{\epsilon_0}} \left[-j \left(\frac{1}{kr} \right)^3 + \left(\frac{1}{kr} \right)^2 + j \left(\frac{1}{kr} \right) \right] e^{-jkr} \quad (\text{伏/米}) \\ \vec{H}_\phi &= \frac{Il \sin \theta}{4\pi} k^2 \left[\left(\frac{1}{kr} \right)^2 + j \left(\frac{1}{kr} \right) \right] e^{-jkr} \quad (\text{安/米}) \\ \vec{E}_\phi &= H_r = H_\theta = 0 \end{aligned} \quad (1-19)$$

从式(1-19)可见,即使一个最简单的基本电振子,它所产生的场也有比较复杂的表示式。为分析场的性质,可将振子周围的空间按距离划分为三个重叠的区域: $kr \ll 1$ 称为近区, $kr \gg 1$ 称为远区,二者之间的区域为中阳区。显然,这种区域的划分并无绝对的界限,在各区域的交界面上场也没有突变。

1. 远区场

当 $kr \gg 1$,式(1-19)中 $\left(\frac{1}{kr} \right)^3$ 、 $\left(\frac{1}{kr} \right)^2$ 项与 $\left(\frac{1}{kr} \right)$ 项相比较可以忽略不计,从而求得远区场表达式为

$$\begin{cases} E_r = j \frac{W_0 Il}{2\lambda r} \sin \theta e^{-jkr} \\ H_\phi = j \frac{Il}{2\lambda r} \sin \theta e^{-jkr} \end{cases} \quad (1-20)$$

远区的电场与磁场有如下关系式:

$$\vec{H} = \frac{1}{W_0} [\hat{r} \times \vec{E}] \quad (1-21)$$

式中, $W_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$ 为自由空间波阻抗。

E_r 与 H_φ 同相, 故能流密度 (复数坡印廷矢量) \vec{p} 为实数, 即

$$\vec{p} = \frac{1}{2} [\vec{E} \times \vec{H}^*] = \frac{1}{2} (E_r \hat{r} + H_\varphi \hat{\varphi}) \hat{r} = \hat{r} \frac{W_0}{8} \left(\frac{I \sin \theta}{\lambda r} \right)^2 \quad (\text{瓦/米}^2) \quad (1-22)$$

这说明, 与 $\frac{1}{r}$ 成正比的场量携带电磁能量沿矢径 \hat{r} 的方向向空间传播, 故称远区场为辐射场。

2. 近区场

当 $kr \ll 1$ 时, H_φ 中与 $\left(\frac{1}{kr}\right)^2$ 成正比的项和 E_r 、 E_θ 中与 $\left(\frac{1}{kr}\right)^3$ 成正比的项是主要项, 其他低次幂项在数值上可予忽略, 且 $e^{-jkr} \approx 1$; 此外, 设 q 表示振子两端电流突变引起的电荷积累, 由连续性方程有 $q = I/j\omega$, 则近区场为

$$\begin{cases} E_r = Il \cos \theta / 2\pi j \omega \epsilon_0 r^3 = ql \cos \theta / 2\pi \epsilon_0 r^3 \\ E_\theta = Il \sin \theta / 4\pi j \omega \epsilon_0 r^3 = ql \sin \theta / 4\pi \epsilon_0 r^3 \\ H_\varphi = Il \sin \theta / 4\pi r^2 \end{cases} \quad (1-23)$$

磁场 H_φ 的表示式和按毕奥-沙伐尔定律计算的载流导线元在周围空间产生的感应磁场相同, 故称近区磁场为感应场; 电场 E_r 、 E_θ 和两带电荷为 $\pm q$ 、相距 l 的静电偶极子所产生的电场一致, 故称近区电场为静电场。总之, 近区的电磁场尽管是交变的, 但它的电场具有静电场的特性, 磁场具有恒定磁场的特征, 所以称近区场为“准静态场”。另外, 由于 H_φ 和 E_r 在时间相位上相差 $\pi/2$, 所以 \hat{r} 向平均能流密度 $\vec{p}_{av} = \frac{1}{2} \text{Re} (\vec{E} \times \vec{H}^*) = 0$, 这说明近区电磁场能量仅在场与源之间相互交换而没有向外辐射, 所以近区场又称为“电抗场”或“束缚场”。当然, 上述性质只是近似的, 它是在忽略掉 $\left(\frac{1}{kr}\right)$ 的低次幂项的情况下得到的, 实际上近区内仍有辐射场, 只是电抗场比辐射场占有更显著的地位而已。

二、基本电振子的远区辐射场的特性

1. 球面波的特性

式(1-20)、(1-21)说明, 当 $r \rightarrow \infty$ 时

- ① \vec{E} 、 \vec{H} 与波传播方向 \hat{r} 三者之间是互相正交的, 呈右手螺旋关系;
- ② E 、 H 同相, 其幅度比等于自由空间波阻抗 120π ;
- ③ 场量幅度正比于 $\frac{1}{r}$;
- ④ 场相位取决于 kr , 等相面是以 r 为半径的球面。

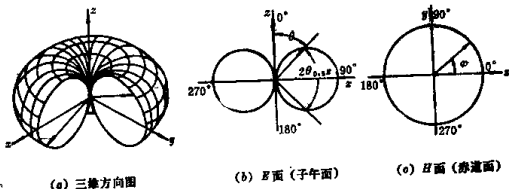
这些都是球面波的特征, 即基本电振子的辐射场是 TEM 型球面波。

除④要稍作修改外,上述各点适用于任何天线。①、②、③各点通常称为辐射条件或无限远条件。对于辐射条件的说明,不同作者略有差别,我们可把上述看作是一种实用的说明,而不苛求其细节。

2. 方向性

由式(1-20)可见,场幅度还与方向有关, E 、 H 均正比于 $\sin\theta$,即有方向性。因此,基本电振子的辐射场是不均匀的 TEM 波。图(1-3-a)是它的三维方向图,在振子轴向($\theta=0^\circ, 180^\circ$)场强为零,在垂直振子轴的方向($\theta=90^\circ$)场强有最大值。图(b)为其 E 面(子午面)方向图, $2\theta_{0.5r}=90^\circ$; 图(c)为 H 面(赤道面)方向图,是无方向性(或称全向性)的。

读者注意,既然象基本电振子这类最基本的天线,在全空间域内辐射有方向性,由它组成的复杂天线也将是有方向性的,因而理想的全空间均匀辐射的全向性天线是很难做到的。



图(1-3) 基本电振子的方向图

3. 辐射功率和辐射电阻

沿包围天线的封闭面 S 取复数坡印亭矢量的面积分,可得到流出该面的全辐射功率(复数功率) P_f ,

$$P_f = \oint_S \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} ds \quad (1-24)$$

\vec{n} ——封闭面 S 的外法向单位矢量。

取 S 为一包围基本电振子的半径 r 很小的球面,将式(1-19)代入式(1-24),考虑到 $\vec{n} = \hat{r}$, $(\hat{r} \times \hat{\phi}) \cdot \vec{n} = 0$, $(\hat{\theta} \times \hat{\phi}) \cdot \vec{n} = 1$, 则

$$P_f = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_\theta H_\phi^*) r^2 \sin\theta d\theta d\phi = 40\pi^2 \left(\frac{Il}{\lambda}\right)^2 - j \frac{5}{\pi} \frac{I^2 l^2 \lambda}{r^3} \quad (1-25)$$

P_f 的实部 $\frac{1}{2} \text{Re} \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} ds$ 表示从天线辐射出去后再不能返回的耗散功率,故称其为辐射功率 P_r (对于时谐场亦为一个振荡周期的平均功率 P_{av}),它取决于天线的辐射场; P_f 之虚部——无功功率 P_x ,则与电抗场相联系。实际上,如果将式(1-20)和式(1-23)分别代入式(1-24),亦可得到同样的 P_f 的实部和虚部的结果。

由式(1-25)可见,辐射功率 P_r 与 r 无关,这说明通过任一球面的实功率是相等的。因此,为求出辐射功率,积分可在 $r > \lambda$ 的远区范围的球面 S_r 上进行,显然,此时 \vec{E} 、 \vec{H} 应为

远区场。于是

$$P_r = \frac{1}{2} \oint_{s_r} \operatorname{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \hat{n} ds = \frac{1}{2W_0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E|^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \quad (1-26)$$

若天线本身无损耗,辐射功率 P_r 应等于电源供给的实功率,故可将辐射功率等效于馈线接入负载时在负载上的耗散功率。为此定义辐射电阻:

$$R_r = 2P_r / |I|^2 \quad (1-27)$$

式中, I 可以是天线上任一点的电流, 习惯上取为天线电流的最大值。由定义式可见, 辐射电阻 R_r 是一个表征天线辐射能力强弱的参数。对于基本电振子, 有

$$R_r = 80\pi^2 (l/\lambda)^2 \approx 800 (l/\lambda)^2 \quad (1-28)$$

当 $(l/\lambda) = 0.1$, $R_r = 8\Omega$, 可见基本电振子的辐射电阻是很小的, 亦即其辐射能力是很弱的。

同样可定义天线的辐射阻抗 Z_r :

$$Z_r = 2P_r / |I|^2 = 2(P_r + jP_s) / |I|^2 = R_r + jX_r \quad (1-29)$$

辐射电抗 X_r 取决于天线的电抗功率。由于式(1-25)中的电抗功率与 r^3 成比例, 当积分面接近于基本电振子表面时, 这一项将趋于无穷, 即辐射电抗趋于无穷, 因此理论上无限细的基本电振子的电抗是无穷大, 故不去计算它的辐射电抗。实际上接近基本电振子的天线辐射电抗也是很大的, 需要各种措施进行匹配, 故从性能上说算不上一种好天线。

三、任意指向的基本电振子的辐射场

若振子的指向不是 \hat{z} 向而是任意方向 \hat{l} , 电流 $\vec{I} = I\hat{l}$, 为求其远区辐射场可在式(1-18)中略去 r^{-2} 项, 并以 \hat{l} 易 \hat{z} , 则

$$\vec{H} = \frac{jkIl}{4\pi r} e^{-jkr} (\hat{l} \times \hat{r}) = \frac{jIe^{-jkr}}{2\lambda r} (\vec{I} \times \hat{r}) \quad (1-30-a)$$

电场可由辐射条件求出:

$$\vec{E} = W_0 (\vec{H} \times \hat{r}) = j \frac{W_0 l e^{-jkr}}{2\lambda r} [(\vec{I} \times \hat{r}) \times \hat{r}] - j \frac{W_0 l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\vec{I} - (\vec{I} \cdot \hat{r}) \hat{r}] \quad (1-30-b)$$

式(1-30)中, $(\vec{I} \times \hat{r})$ 和 $[\vec{I} - (\vec{I} \cdot \hat{r}) \hat{r}]$ 项均与 \hat{r} 垂直, 说明只有电流对于传播方向的横向分量对远区场有贡献。由于 $[\vec{I} - (\vec{I} \cdot \hat{r}) \hat{r}] \cdot \hat{\theta} = I_\theta$, $[\vec{I} - (\vec{I} \cdot \hat{r}) \hat{r}] \cdot \hat{\phi} = I_\phi$, 则任意指向的基本电振子的辐射场可为

$$\begin{cases} \vec{E} = -j \frac{W_0 l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\theta I_\theta + \phi I_\phi] \\ \vec{H} = \frac{1}{W_0} [\hat{r} \times \vec{E}] = -j \frac{l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\phi I_\theta - \theta I_\phi] \end{cases} \quad (1-31)$$

式中 I_θ 、 I_ϕ 是振子电流在观察点处球坐标系单位矢量 $\hat{\theta}$ 、 $\hat{\phi}$ 方向上的投影分量。由于振于电流矢量通常是以直角坐标矢量表示($\vec{I} = \hat{x}I_x + \hat{y}I_y + \hat{z}I_z$), 因此要引进直角坐标系单位矢量与球坐标系单位矢量间的变换关系。利用图(1-2)所示坐标很容易建立这个关

系, 例如

$$\begin{aligned}\hat{x} &= (\hat{x} \cdot \hat{r})\hat{r} + (\hat{x} \cdot \hat{\theta})\hat{\theta} + (\hat{x} \cdot \hat{\phi})\hat{\phi} \\ &= \sin\theta\cos\varphi\hat{r} + \cos\theta\cos\varphi\hat{\theta} - \sin\varphi\hat{\phi}\end{aligned}$$

用同样方法可建立其他矢量关系, 得变换矩阵如下:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \cos\theta\cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta\sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} \quad (1-32)$$

由此, 只要知道电流的直角坐标分量, 即可求出相应的 E_r 、 E_φ 。例如, 当电流为 $\hat{y}I_y$, 其辐射场为

$$\begin{cases} \vec{E} = -j \frac{W_0 I_y l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\theta\cos\theta\sin\varphi + \varphi\cos\varphi] \\ \vec{H} = -j \frac{I_y l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\varphi\cos\theta\sin\varphi - \theta\cos\varphi] \end{cases} \quad (1-33)$$

$$E = \sqrt{E_\theta^2 + E_\varphi^2} = j \frac{W_0 I_y l}{2\lambda r} e^{-jkr} \sqrt{1 - \sin^2\theta\sin^2\varphi} \quad (1-34)$$

同样可求出电流为 $\hat{x}I_x$ 的辐射场为

$$\begin{cases} \vec{E} = -j \frac{W_0 I_x l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\theta\cos\theta\cos\varphi - \varphi\sin\varphi] \\ \vec{H} = -j \frac{I_x l}{2\lambda r} e^{-jkr} [\varphi\cos\theta\cos\varphi + \theta\sin\varphi] \end{cases} \quad (1-35)$$

$$E = \sqrt{E_\theta^2 + E_\varphi^2} = j \frac{W_0 I_x l}{2\lambda r} e^{-jkr} \sqrt{1 - \sin^2\theta\cos^2\varphi} \quad (1-36)$$

下面再介绍一种利用已有结果求解任意指向的基本电振子辐射场的简便方法, 它不便于记忆, 而且有助于确立有关场结构的空概念。

由式(1-20)可得出如图(1-4)所示的基本电振子与其辐射场的关系模型, 图中 M_1 面和 M_2 面分别为振子的子午面和赤道面。远区场可表示为

$$\vec{E} = e \frac{jW_0 I l}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin A \quad (1-37)$$

式中 A 为从振子轴线到射线的夹角; 极化方向 e 在轴线与射线组成的平面内, 与射线垂直并指向角度 A 的增值方向。显然, 图中 e_2 垂直于赤道面并与振子轴平行。

以求解电流矩 $I_y l \hat{y}$ 的辐射场为例。参见图(1-5), 过观测点 P 的 φ 平面与 XY 面有一交线, 此线与 x 轴夹角为 φ 。将 \hat{y} 分解为与此交线平行的分量 $I_{\parallel} l$ 和垂直分量 $I_{\perp} l$, 则 $I_{\parallel} l = I_y l \sin\varphi$, $I_{\perp} l = I_y l \cos\varphi$ 。显然, φ 平面为该两电流矩分量的子午面或赤道面。将图(1-4)的模型搬到图(1-5)上, 前图的 Il 与 $I_{\parallel} l$ 重合, M_1 面与 φ 面重合, P_1 与 P 重合, 可知电流 I_{\parallel} 的辐射场为

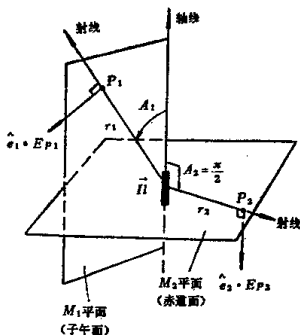
$$\vec{E}_{(\parallel)} = -\theta j \frac{W_0 I_y l \sin\varphi}{2\lambda r} e^{-jkr} \cos\theta$$

按同样方法使模型振子与 $I_{\perp}l$ 、 M_2 面与 φ 面、 P_2 与 P 重合，则电流 I_{\perp} 的辐射场为

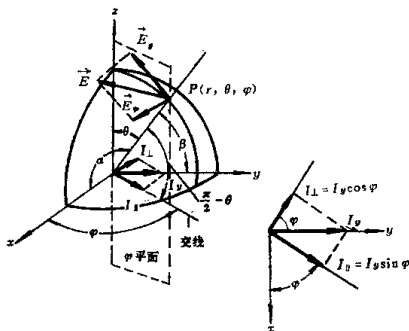
$$\vec{E}_{(L)} = -\varphi j \frac{W_0 I_{\perp} l \cos \varphi}{2\lambda r} e^{-jkr}$$

I_y 之总辐射场应为 $\vec{E} = \vec{E}_{(v)} + \vec{E}_{(L)}$ ，同样可得到式(1-33)。

应指出，此处所用矢量分解方法只适用于电长度 $(l/\lambda) \ll 1$ 的天线，因为此法未考虑天线上各点至观测点的相位差。对于电长度较大的天线，只能对其每个微分段实行矢量分解，读者在熟悉了第二章内容后将会对此有所体会。



图(1-4) 电流元与其辐射场的关系模型



图(1-5) 电流元沿 y 轴时辐射场的计算

§ 1-3 对偶性原理与基本磁振子

一、对偶性原理

如果描述两种不同现象的方程属于同样的数学形式，那么它们的解也将取相同的数学形式，这就是对偶性原理（又称为二重性原理）。具有同样形式的两个方程称为对偶性方程（二重性方程），在该方程中占有同样位置的量叫做对偶量（二重量）。如果其