

科學圖書大庫

管 理 數 學

譯者 林元興 校閱 杜清宇

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

管 理 數 學

譯者 林元興 校閱 杜清宇

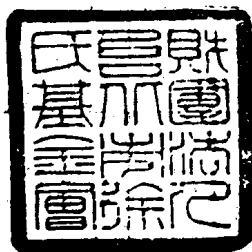


徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會  
監修人 徐銘信 發行人 王洪鎧

# 科學圖書大庫

版權所有



不許翻印

中華民國六十七年十一月十八日四版

## 管 理 數 學

基本定價 3.20

譯者 林元興 國立政治大學副教授

校閱 杜清宇 國立政治大學教授

本書如發現裝訂錯誤或缺頁情形時，敬請「刷掛」寄回調換。謝謝惠顧。

(67)局版臺業字第1810號

出版者 臺北市徐氏基金會 臺北市郵政信箱53-2號 電話 7813686號  
7815250

發行者 臺北市徐氏基金會 郵政劃撥賬戶第15795號

印刷者：台元彩色印製有限公司

電話：三八一三四八一·三七一七四一四

# 我們的工作目標

文明的進步，因素很多，而科學居其首。科學知識與技術的傳播，是提高工業生產、改善生活環境的主動力。在整個社會長期發展上，乃對人類未來世代的投資。從事科學研究與科學教育者，自應各就專長，竭智盡力，發揮偉大功能，共使科學飛躍進展，同將人類的生活，帶進更幸福、更完善之境界。

近三十年來，科學急遽發展之收穫，已超越以往多年累積之成果。昔之認為若幻想者，今多已成爲事實。人類一再親履月球，是各種科學綜合建樹與科學家精誠合作的貢獻，誠令人無限興奮！時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就科學人才，促進科學研究與發展，尤爲社會、國家的基本使命。培養人才，起自中學階段，此時學生對基礎科學，如物理、數學、生物、化學，已有接觸。及至大專院校專科教育開始後，則有賴於師資與圖書的指導啓發，始能爲蔚爲大器。而從事科學研究與科學教育的學者，志在貢獻研究成果與啓導後學，旨趣崇高，彌足欽佩！

本基金會係由徐銘信氏捐資創辦；旨在協助國家發展科學知識與技術，促進民生樂利，民國四十五年四月成立於美國紐約。初由旅美學人胡適博士、程其保博士等，甄選國內大學理工科優秀畢業生出國深造，前後達四十人，惜學成返國服務者十不得一。另曾贈送國內數所大學儀器設備，輔助教學，尙有微效；然審情度理，仍嫌未能普及，遂再邀請國內外權威學者，設置科學圖書編譯委員會，主持「科學圖書大庫」編譯事宜。以主任委員徐銘信氏爲監修人，編譯委員王洪鎧氏爲編輯人，各編譯委員擔任分組審查及校閱工作。「科學圖書大庫」首期擬定二千種，凡四億言。門分類別，細大不捐；分爲叢書，合則大庫。爲欲達成此一目標，除編譯委員外，本會另聘從事

翻譯之學者五百餘位，於英、德、法、日文出版物中精選最近出版之基本或實用科技名著，譯成中文，供給各級學校在校學生及社會大眾閱讀，內容嚴求深入淺出，圖文並茂。幸賴各學科之專家學者，於公私兩忙中，慨然撥冗贊助，譯著圖書，感人至深。其旅居國外者，亦有感於為國人譯著，助益青年求知，遠勝於短期返國講學，遂不計稿酬多寡，費時又多，迢迢乎千萬里，書稿郵航交遞，其報國熱忱，思源固本，至足欽仰！

今科學圖書大庫已出版一千餘種，都二億八千餘萬言；尚在排印中者，約數百種，本會自當依照原訂目標，廣續進行，以達成科學報國之宏願。

本會出版之書籍，除質量並重外，並致力於時效之爭取，舉凡國外科學名著，初版發行半年之內，本會即擬參酌國內需要，選擇一部份譯成中文本發行，惟欲實現此目標，端賴各方面之大力贊助，始克有濟。

茲特掬誠呼籲：

自由中國大專院校之教授，研究機構之專家、學者，與從事工業建設之工程師；

旅居海外從事教育與研究之學人、留學生；

大專院校及研究機構退休之教授、專家、學者

主動地精選最新、最佳外文科學名著，或個別參與譯校，或就多年研究成果，分科撰著成書，公之於世。本基金會自當運用基金，並藉優良發行系統，善任傳播科學種子之媒介。尚祈各界專家學人，共襄盛舉是禱！

徐氏基金會 敬啓

中華民國六十四年九月

## 校閱小言

在現代科學領域中，愈是進步的科學，其應用數學的範疇亦愈廣。其實，數學的基本，原是基於人類思維，創造出來的一貫推理，本與現實環境無關。不過就宇宙的種種現象觀察，其與數學似乎有不可分的情勢，因為惟有數學，才能解釋宇宙間一切奇幻現象，從而根據其演繹，乃發明創造，關於人類一切生活上的福祉。

五十年前，數學似乎祇有自然科學可以運用，雖然在希臘時代，政治學家如Pythagoras及Plato等均重視數學；不過自文藝復興以後，有伽利略牛頓等，對物理的發展，因而形成工業革命；似乎自然科學與社會科學，分道揚鑣，社會科學幾乎與數學絕緣。自百年前統計上的推算，與事實的發展，有了密切關係，才漸漸感到社會科學，有數學的立足點；但真實的大批數學原理運用，實自第二次世界大戰後，有電腦逐步的進步才開始。

數學本身亦起了甚大的變化，以前不過是量的變化研究，而現代的數學，質與量同時具有數學意義，即現代數學的真義所在。所謂有限數學，拓撲學，（Topology）與模控學（Cybernetics）等等，都是涵義廣泛，不管是物理、化學、工程、病理，或是哲學、政治、社會、經濟、心理種種，全部莫不以數理為依歸。

今日全世界的動亂擾攘，原因固然甚多，而其主因推原，則社會科學之不能配合自然科學的突飛猛晉，則是事實。所以有心理測量，計量經濟學，測量人類學，社會測量學等等，正可以說明，某種科學之進步的尺度，可以數學運用之多寡，為其衡量。實際說來，數理是一個公正裁判者，不含有個人的私見存在。同時也是一種世界通用的語言，因為各國各民族，依其習慣風俗生活方式，而有衆多不同的語言，不能溝通，而數學的方式，則全世界的人類，如孜孜追溯，均可明白的了解其唯一的涵義，不會混淆。正如各民族的音乐，其所表達的喜怒哀樂，任何其他民族，聽到後，可以領會到同一的情緒。

本書是針對一般對數學素養較淺的社會科學的學生而寫的；本人在國立

#### IV

政大教授此書有年，對於現代數學觀念，與近二十年來的新的數學方法，如馬可連瑣（Markov Chain）線性調配（Linear Programming），對局論（Game Theory）行為科學的運用（Behavioral Science）等，均以淺顯的例證，來解釋清楚。可以說是對社會科學的學生，一種瞭解數學運用於社會科學的橋樑。

林教授元興，年青有為，課餘從事逐譯，本人細讀一遍，感到非常滿意，索序於余，遂樂為之敘述本人的觀感如上、舛誤之處，幸垂教焉。

國立政治大學教授 杜清宇序

## 第二版序言

本書第一版發行於一九五七年一月。自從其後本書著者以及其他同仁曾在各大學採作教材。經過多年教學，深感須作一次修正。

本書的主體（不附有星形符號的各節）變動甚少，僅有少數幾節改寫，而每節習題均增加補充題。增加的新資料大約有百分之十至十五，大部份均集中在附有星形符號的各節。茲將其中較為重要的變動列舉如下：問題的各種變化情形重寫；增加一節點計的技巧；以貝氏定理取代幾何機率；大數定律與中央極限定理分為兩節；線型方程式改寫並附增流程圖；矩陣的反陣改寫；馬可夫連鎖的資料予以擴展；線型程式的資料完全改寫；博奕理論一小部份改寫；通訊網路的等階係新增資料；電腦模擬亦係新增。

本書第二版的編著宗旨與第一版完全相同；亦即儘早對學生介紹基本的新數學。本書的應用問題着重於生物科學與社會科學，藉此表示並非物理學——偏重微積分的應用——才須利用數學。

研究本書僅須具有高中程度的數學即敷應用。

採用本書作為教材，得依其原來講授目的分為以下兩種：

1. **基本數學課程** 包括一至五章不附星形符號的各節以及其中若干附有星形符號者，再由第六章選出若干節。
2. **行為科學的數學課程** 包括一至五章不附星形符號的各節，再由第六章與第七章選出若干節。

此外尚可由一至四章以及第七章進行機率及其應用的介紹；亦可根據二、五、六、與七各章，研討矩陣理論及其應用的問題。各章最後均列出各種參考書籍俾供讀者深入研究。

每節之末均有若干習題。且由淺入深循序漸進，其中有一部份附有答案，另有一部份則無。有若干節尚附有補充題。其中有的簡單，有的困難。如此益使習題具有變化性。

非常感謝各大學同道的建議，使本書獲得許多修正的意見。尤其感謝 A.W. Tucker 隨時隨地對本書的關切。此外 F. Mosteller 與 H. Roberts 對



## VI

電腦模擬部份的批評與改進亦功莫大焉。達特茅斯學院 ( Dartmouth College ) 以及卡尼其理工學院 ( Cornege Institute of Technology ) 對修正本書所提供的設備不容遺忘。最後尚感謝 Prentice-ttall 書局有關人員對本書編排之協助。

J.G.K. , J.L.S. , G.L.T

# 第一版序言

一般的大學數學課程，前二年均與微積分有關。若干年前，達特茅斯學院（Dartmouth College）數學系決定在大一新增一門課程，使學生得自由加選。該課程旨在大學中提早介紹若干新數學的觀念。原來雖係一種數學課目，但亦討論對生物科學與社會科學的應用，藉此證明並非物理學才須利用數學。

不過在計劃開設該項課程時，却發覺並無適當的書籍可供參考，本系同仁乃決定着手編著該教材。主要係選擇一些與學生有切身經驗的問題，此對現代數學而言至為重要，並且包括若干值得研究的應用。此外尚請教若干行為科學家（behavioral scientist）有關未來對數學的需要情形。本書的討論主題即由以上各項觀點構成。

本系同仁在編著本書時有一種中心思想。即僅擬研究有限（finite）的問題，譬如無限集合、極限方法、連續等均不在討論之列，如此方能簡化本書，俾充作基本教材。此外尚可對主題深入研究，且有限數學基本觀點的說明，以及各項定理的求證，均較無限數學容易。

前面五章自行構成一個單元。由任何問題各種發生情形的討論（第一章），導出語句真集的觀念，藉語句的真假尚可定出機率（第四章）。理則運算（第一章）、集合運算（第二章）、與機率運算（第四章）間的對應關係在有限數學中尤為特出。本書多次穿插樹形圖（一種特別的圖形），俾澄清各種觀念問題。尤其對機遇過程理論的解說裨益尤大。此外，又由馬可夫連鎖引起向量與矩陣理論的介紹，本書將其列為第五章。

第六章係介紹兩種用途甚廣的新數學，此即線型程式與博弈理論。爰因以前數章已稍作準備，故在討論該等基本問題時得儘快完成。

第七章係數學對行為科學的各種應用。其內容原由若干數學家與行為科學家共同擬定。社會學、遺傳學、心理學、人類學、與經濟學均各提出一種題目作為研究。其中有一部份比較艱深，惟此係實際問題應用時必然產生的現象，且可深入瞭解數學的功用。如以本書作為教材，毋須將本章全部授畢

。最好是作為讀者的參考與自修資料。

美國數學學會 ( Mathematical Association of America ) 大學課程修訂委員會在本書進行編著時亦擬制定一種大一數學新課程。目前業已完成大學數學 ( Universal Mathematics ) 的第一編，其中係介紹解析幾何與微積分，且同時擬編訂第二編。該委員會的主席事後獲悉本書的內容與大學數學的第二編完全相同，立即邀請本書的一位著者加入編纂。本系同仁們咸信本書確可符合該委員會的構想。且感謝該委員會准許本書引用其若干資料，例如投票問題等均甚寶貴。

美國社會科學研究會議 ( Social Science Research Council ) 的社會科學數學訓練委員會 ( Committee on Mathematical Training of Sociologists ) 曾在本書完成後提出一項報告。該項報告的若干內容均與本書不謀而合。彼等認為社會科學的所有學系均應開設兩年數學課程，一半為微積分，另一半相當於本書的內容。一半以本書為主，另一半研討微積分，即可符合該委員所訂的課程標準。

本書一至五章凡不附星形符號的各節係本書的主體。每節均須詳細研討。至於一至五章附有星形符號的各節，以及第六章與第七章均為增添的資料，得酌量選授。前面五章的內容係一種數學基本教材。再加上第七章的若干應用問題，即可作為訓練行為科學家的數學課程。至於第六章得充作補充教材。各章最後尚列出各種參考書籍俾供深入研究之用。

研究本書僅須具有高中程度的數學即敷應用。本書曾在達特茅斯學院大一使用多年，並作為其他課程的補充課程。此外尚採用作為行為科學教員們的補授教材。

本書著者們十分感謝達特茅斯學院減少吾等之教學鐘點，如此方能全心進行編著。此外尚感謝 A.W. Tucker 與本系其他同仁的寶貴意見。K. Schiller 先行閱讀本書的草稿並提供學生的反應意見，其功實不可滅。最後再感謝 Joan Snell, Margaret P. Andrews, and Stephen Pussell 協助抄寫本書。

J.G.K., J.L.S., G.L.T.

# 目 錄

校閱小言	III
第二版序言	V
第一版序言	VI
第一章 複 句	
1. 立論宗旨	1
2. 常用的各種連接詞	4
3. 其他各種連接詞	9
* 4. 已知真值表的各種語句	13
5. 問題的各種變化情形	17
6. 樹 形 圖	22
7. 理則的各種關係	27
* 8. 各種理則關係的系統分析	30
* 9. 條件語句的各種變式	34
* 10. 有效論證	37
* 11. 間接證明法	42
* 12. 對配電路的應用	44
第二章 集合與子集	
1. 緒 論	49
2. 子集的運算	53
3. 集合與複句的關係	57
* 4. 集合運算的各項定律	62
* 5. 二進位數系	64
* 6. 投票集團	67

### 第三章 分割與點計

1. 分 割	72
2. 集合所含的元素個數	76
3. 排 列	80
4. 點計分割	84
5. $(\quad; \quad)$ 的若干特性	88
6. 二項定理與多項定理	92
7. 投票權力	96
8. 點計的技巧	99

### 第四章 機率論

1. 緒 論	108
2. 機率測度的各種性質	111
3. 等機測度	115
* 4. 二個實例	120
5. 條件機率	124
6. 有限機遇過程	129
7. 貝氏機率	137
8. 具有兩種結果的獨立試驗	144
* 9. 決策問題	149
10. 大數定律	154
* 11. 具有多種結果的獨立試驗	162
12. 期 待 值	166
13. 馬可夫連鎖	171
* 14. 中央極限定理	178
* 15. 全輸的賭徒	185

### 第五章 向量與矩陣

1. 行向量與列向量	193
2. 向量的乘積	199
3. 矩陣及其與向量的混合	206
4. 矩陣的加法與乘法	217
5. 線型方程式的解法	226

6. 正方矩陣的反陣	238
7. 矩陣理論對馬可夫連鎖的應用	246
8. 吸收性馬可夫連鎖	257
* 9. 線型函數與變換	267
* 10. 排列矩陣	271
* 11. 排列群的子群	277

## 第六章 \*線型程式與博弈理論

1. 凸集	282
2. 線型函數的極大與極小	290
3. 線型程式的各種問題	298
4. 嚴定限定博弈	306
5. 非嚴格限定博弈	312
6. 矩陣博弈	321
7. 續論矩陣博弈	328
8. 一方具有二種策略的博弈	335
9. 簡易撲克	345

## 第七章 \*對各種行為科學問題的應用

1. 通訊矩陣與社會計量矩陣	350
2. 通訊網路的等階	358
3. 遺傳學的機遇過程	370
4. 埃斯提斯的學習模型	379
5. 埃斯提斯模型的各項極限機率	383
6. 原始社會的婚姻規則	387
7. 婚姻規則的選擇	391
8. 經濟擴展的模型	395
9. 經濟均衡的成立	401
10. 電腦模擬	407

索引	419
----	-----

# 第一章 複句

## 1. 立論宗旨

語句 ( statement ) 係以口頭或文字傳達的主張 ( assertions ) 。一般的語言中，該等主張皆利用敘述句 ( declarative sentences ) 表示。舉例而言，天正下雪與我選課發生錯誤均為語句。

上面所舉的兩句語句係單句 ( Simple statement ) 。結合兩句以上的單句却可構成複句 ( compound statement ) 。舉例而言，天正下雪，我希望能在戶外活動，但是選課却發生錯誤即複句。

若由表面觀察，似乎首應研究單句，接着再探討複句。其實，研究的順序若予顛倒收效反而更大。爰因單句的種類繁多，故該等語句的理論極為複雜。惟在數學中通常均假定業已解出困難的問題，然後再繼續研討下一問題。故本書暫時假設讀者業已瞭解全部單句，僅由複句着手研究。蓋後者較為簡單。

早在亞里斯多德 ( Aristotle ) 的著作中，即對該等問題作有系統的分析，但是利用數學方法處理，却係一百年前布氏 ( George Boole ) 首創。經過二十世紀諸數理邏輯學家 ( mathematical logician ) 的苦心研究，益使其發揚光大。

任何語句均具有非真即假的基本性質 ( 且不能同時兼具真假兩種性質 ) 。吾人自應求出各語句的真假。蓋對任何複句而言，須先瞭解各構成份子 ( component ) 是否真實，因為各部份的真值 ( true vale, 即其真假 ) 對複句的真值有所影響。

目前所欲研究的問題共有兩種：(1)各種語句複合的方法共有若干？(2)如何利用各構成份子的真值以決定複句的真值？

先且準備所須應用的數學工具。在任何數學公式中當可發現含有三種符號：常數 ( constant ) 、變數 ( variable ) 、與輔助符號 ( auxiliary symbol ) 。舉例而言，在  $(x + y)^2$  的公式中，加號與指數均係常數，字母  $x$  與  $y$  係變數，而括弧係補助符號。常數符號在既定的情況中皆固定不變。故在上面的公式中，加號代表  $x$  與  $y$  兩個數字的和，而指數 2 係表  $(x + y)$

## 2 管理數學

的自乘。變數恒表某種意義，惟可隨意填入任何數字。故在上面的實例中，字母  $x$  與  $y$  係表未定的數字。輔助符號的功能與標點符號有點類似。若將上式的括弧取消，即變成  $x + y^2$ ，此與公式  $(x + y)^2$  的意義完全不同。

本章僅擬使用一種變數。該等變數以  $p$ ， $q$ ， $r$  等字母代表，均表示未定的語句。該等語句通常均為單句，惟有時亦係複句。爰因各變數皆表一語句，故亦應具有（未知的）真值。

本章所使用的常數均代表各種語句複合的連接詞（connective）。其中包括一個語句否定的符號，以及若干連接兩句語句的符號。三句以上語句複合的連接詞茲不贅述，蓋可藉兩句語句連接的方法加以引伸。事實上基本的常數僅有少數，而其他的常數皆由此衍生而出。甚至有時僅利用一個連接詞即已足矣！（參照第四節，習題 10 與 11）。

本章的輔助符號大部份均與基本代數所使用者相同。若用法不同皆特別予以說明。

**實例** 氣候很好與天氣太熱皆係單句。今以  $p$  代表前句，並以  $q$  代表後句。

若擬構成兩句均係真實的複句，譬如氣候很好且極熱。則以  $p \wedge q$  的符號表示。 $\wedge$  符號唸成且（and），係本章的第一個連接詞。

有時須構成不確定（謹慎）的主張，表示其中有一語句係真實，俾代替上面所述確定的主張。譬如氣候很好或很熱。須利用  $p \vee q$  的符號表示。 $\vee$  符號唸成或（or），係本章所使用的第二種連接詞。

若上面所述的語句中，有些係虛假，舉例而言，天氣不太熱。則以  $\sim q$  的符號表示。故本章的第三個連接詞係  $\sim$ ，可唸成不（not）（或唸成非）。

今可利用上述連接詞構成更複雜的複句。舉例而言， $p \wedge \sim q$  代表天氣很好且不太熱。

## 習 題

1. 試將下列複句分成若干份子。

- (甲) 天氣炎熱且正下雨。
- (乙) 天氣炎熱惟不大潮濕。

{ 答案：天氣炎熱與天氣太潮 }

- (丙) 天正下雨或甚潮濕。



- (丁) 某甲與某乙上山。
- (戊) 兇手係某丙或某丁。
- (己) 此非必需亦非所欲。
- (庚) 若非某丙創作本書就是某丁不曉得誰是作者。

2. 試利用英文字母代表習題 1 各複句的構成份子，並以符號方式表示各複句。

3. 設  $p$  表某戊甚伶俐而  $q$  表某己甚愚笨，試利用符號表示下列語句。

- (甲) 某戊甚伶俐且某己甚愚笨。
- (乙) 某己甚伶俐且某戊甚愚笨。
- (丙) 某戊與某己均甚愚笨。
- (丁) 若非某戊伶俐就是某己愚笨。
- (戊) 某戊和某己均不伶俐。
- (己) 某戊不伶俐，惟某己却甚愚笨。
- (庚) 某戊與某己均甚愚笨之說並非真實。

4. 設某戊與某己均甚伶俐。試求第 3 題中是否有真實的複句？

5. 試利用符號方法以表示下列語句。

- (甲) 某戊喜歡某己。(語句  $p$ )
- (乙) 某己喜歡某戊。(語句  $q$ )
- (丙) 某戊與某己彼此喜歡。
- (丁) 某戊與某己彼此不喜歡。
- (戊) 某戊喜歡某己，惟某己並不同樣表示。
- (己) 某己受某戊喜歡，惟某戊不受某己喜歡。
- (庚) 某戊與某己均不喜歡對方。
- (辛) 某戊與某己互不喜歡之說並非真實。

6. 設某戊喜歡某己而某己不喜歡某戊。試求第 5 題中是否有真實的複句？

7. 試對第五題各語句擬定一條件，俾使該等語句均變成虛假。

[ 答案：(c) 某戊不喜歡某己 ]

8. 設  $p$  表 股票價格盤高 而  $q$  表 股票正上漲。試將下列符號譯成文字。

- (甲)  $p \wedge q$
- (乙)  $p \wedge \sim q$
- (丙)  $\sim p \wedge \sim q$
- (丁)  $p \vee \sim q$