

易懂易解 电路计算法汇编

(日) 永田博义著 纪铜城译



湖南科学技术出版社

内 容 简 介

电路,是电气产品的神经中枢。只有掌握电路计算法,才有可能对电路进行定量分析。本书集电路计算法之大成,是初学电路知识读者不可多得的读物。

本书涉及到直流电路和交流电路全部的经典内容,并搜集了大量实用性强的有代表性的计算题目,介绍了各类型电路题目的计算方法。而且,在每一计算题解中,辟有解说栏,对关键性的知识作了画龙点睛的说明。另外,每章附有练习题,在书末附有习题解答。

书中汇集题目典型实用,解题步骤清晰,内容通俗易懂,便于自学。本书可供电气专业大、中专学生以及工程技术人员和厂矿企业电工阅读。

易懂易解电路计算法汇编

〔日〕永田博义 著

纪 铜 城 译

责任编辑:陈清山

*

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行 湖南省新华印刷二厂印刷

*

1984年10月第1版第1次印刷

开本:850×1168毫米 1/32 印张:12.25 字数:321,000

印数:1—16,700

统一书号:15204·123 定价:2.35元

序 言

众所周知，对于以掌握电气工程技术为目标的青年人来说，“关于电路计算的知识”是必须掌握的最基本的知识之一。

为了掌握有关电路计算方面的过硬本领，不管怎么说，哪怕是一道题目，也可以提出很多问题加以探讨。读者通过计算大量题目，对有关电路问题的求解技巧，就如同画一幅图案一样，可由自己自然而然地创作出来。

为了使初学电路知识的读者易于学习，本书采取循序渐进的方法，将全部题目从易到难，从简单到复杂，阶梯式地编排起来。对于每道题目开辟有“解说”栏，简明扼要地就关联的知识作了说明，这就避免了单纯地去追求答案。本书的最大特点也正在于此。在每章之后，精选出许多重要题目供读者作为“练习题”。

请读者准备好纸和笔，独立将给出的题目一道一道地求解出来。通过这些练习，你的实际解题能力必定会一步一步、扎扎实实地获得提高。

值此本书出版之际，特别应对参加审校原稿的长冈美穗先生、宫本修先生表示衷心的感谢。笔者才疏学浅，深受许多长辈的著述所鼓舞。承蒙参阅赐教，谨表衷心的感谢！

另外，对启学出版社的户井田丰先生、东二三子先生热心承担各项麻烦的编辑工作，谨表深切的感谢！

永田博义

目 录

第一章 欧姆定律	(1)
欧姆定律	(1)
串联与并联的等效电阻	(2)
串并联电路	(5)
电流的分流	(6)
分流器	(6)
倍率器	(7)
用两只电压表测量电压	(8)
用两只电压表所能测量的最大电压	(9)
电压表内电阻的测量	(10)
用两只电流表测量电流	(11)
使电流的分配比例为1:2的方法	(12)
使电流增加一倍的方法	(14)
求每个电池的内电阻	(16)
电位差计的原理	(17)
习题一(欧姆定律)	(18)
第二章 克希荷夫定律	(23)
克希荷夫定律	(23)
求电路中各支路的电流	(27)
流过电阻 R_s 的电流等于零的条件	(32)
求各负载的端电压及各支路电流	(34)
流过电阻 G 的电流等于零的条件	(36)
求各负载的端电压	(40)
电桥电路的等效电阻	(42)
直流二线式配电线路	(46)
习题二(克希荷夫定律)	(48)
第三章 几个网络定理	(51)

迭加定理	(51)
戴维南定理	(53)
补偿定理	(55)
互易定理	(58)
弥尔曼定理	(59)
习题三(几个网络定理)	(66)
第四章 Δ-Y相互变换	(69)
$\Delta \rightarrow Y$ 变换	(69)
$Y \rightarrow \Delta$ 变换	(71)
电桥电路的等效电阻	(74)
习题四 (Δ -Y相互变换)	(75)
第五章 功率及依元件形状决定的电阻值	(77)
电功量与功率的定义	(77)
最大消耗功率	(79)
求 r 为多大时它消耗最大功率?	(82)
根据元件的材料性质和形状求电阻值	(83)
求导线粗细的比例	(86)
习题五(功率及依元件形状决定的电阻值)	(87)
第六章 单相交流电路	(89)
正弦交流电压	(89)
平均值和有效值	(91)
求两正弦交流的和	(93)
复数的四则运算	(94)
用复数求两正弦波之和	(102)
流过 R 、 L 、 C 的电流	(104)
流过 R - L 串联电路的电流	(108)
流过 R - C 串联电路的电流	(110)
流过 R - L - C 串联电路的电流	(113)
根据频率的变化求电流和电压的变化	(117)
R - L - C 并联联接	(121)
未知阻抗的测量	(122)
交流电路的功率	(125)
功率因数	(128)

使负载的端电压为最小的条件	(133)
应用复数表示的功率计算	(136)
习题六(单相交流电路)	(139)
第七章 交流电路计算的进一步研究	(147)
交流电路计算的进一步研究	(147)
迭加定理	(152)
戴维南定理	(155)
补偿定理	(156)
互易定理	(158)
求电路的等效阻抗、电流和功率因数	(159)
使电流 $\dot{I}$ 与电压 $\dot{U}$ 同相的条件 (1)	(162)
使 $\dot{I}$ 滞后 $\dot{U}90^\circ$ 的条件 (1)	(163)
使电流 $\dot{I}$ 与电压 $\dot{U}$ 同相的条件 (2)	(164)
使 $\dot{U}$ 与 $\dot{U}_0$ 的绝对值相等而相位相差 45° 的条件	(167)
使功率因数为 0.8 的条件	(168)
使 $\dot{I}$ 滞后 $\dot{U}90^\circ$ 的条件 (2)	(170)
使功率表的偏转为零的条件	(171)
使功率因数达到 100% 的条件	(173)
使阻抗变成无感电阻的条件	(175)
求等效阻抗的最大值	(176)
求负载电流与负载阻抗无关的条件	(178)
调节 R 使负载消耗功率为最大的条件	(181)
使总电流为最大的条件	(183)
$\cos\varphi$ 恒定时使负载消耗功率为最大的条件	(185)
使输入功率为最大的条件	(186)
求供电点功率最大时负载的功率因数	(188)
求最大消耗功率的条件	(189)
求电桥电路的平衡条件	(191)
用电桥测量电感 L	(193)
习题七(交流电路计算的进一步研究)	(195)
第八章 互感	(199)
互感 M	(199)

电磁耦合电路的平衡方程式	(201)
等效变换电路	(203)
使两个电流的大小相等而相位相差 90°	(208)
习题八(互感M)	(214)
第九章 非正弦波交流	(217)
非正弦波的有效值	(217)
非正弦波电路的消耗功率	(218)
将矩形波用福里哀级数表示	(227)
将全波整流波形展开成福里哀级数	(233)
习题九(非正弦波交流)	(235)
第十章 矢量轨迹	(237)
电阻R从0变化至 ∞ 的情况	(237)
电阻变化时的电流轨迹	(240)
频率变化时电流的轨迹	(245)
习题十(矢量轨迹)	(247)
第十一章 对称三相电路	(249)
三相交流电压的极坐标形式及复数表示法	(249)
线电压与相电压的关系	(251)
线电流与相电流的关系	(253)
Y形电源与Y形负载	(254)
Y形电源与 Δ 形负载	(256)
Δ 形电源与Y形负载	(258)
Δ 形电源与 Δ 形负载	(260)
三相电路的功率	(262)
负载的端电压, 线电流, 相电流及消耗功率	(264)
两功率表法	(269)
用一只功率表测量功率和无功功率	(270)
习题十一(对称三相电路)	(272)
第十二章 不平衡三相电路	(276)
平衡Y形电源与不平衡Y形负载	(276)
平衡 Δ 形电源与不平衡 Δ 形负载	(281)
Y形负载变为 Δ 形负载	(284)
Δ 形负载变成Y形负载	(286)

习题十二(不平衡三相电路)	(293)
第十三章 四端网络	(293)
T 形电路的四端常数	(293)
π 形电路的四端常数	(295)
四端网络的链形联接	(297)
重复阻抗	(300)
传播常数	(302)
镜像阻抗	(304)
传输常数, 衰减常数, 相位常数	(306)
习题十三(四端网络)	(308)
第十四章 过渡过程	(310)
R-L 串联电路	(310)
R-C 串联电路	(317)
R-L-C 串联电路	(322)
习题十四(过渡过程)	(326)
习题解答	(328)
附 录	(378)

第一章 欧姆定律

欧 姆 定 律

问1-1 试说明欧姆定律。

解说：欧姆定律是一个表示电路中电压、电流和电阻三者之间的定量关系的定律，它表明：“**电流与电压成正比，与电阻成反比。**”

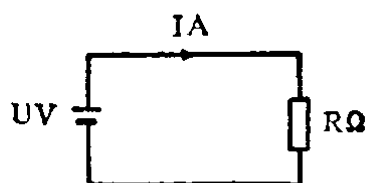


图1—1

亦即，在图1-1所示的电路中，设施加于电阻 $R\Omega$ 上的电压为 $U\text{ V}$ ，而这时流过 R 的电流为 $I\text{ A}$ ，则下列关系成立：

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{A} \quad (1)$$

欧姆是德国人，他在1827年发表了这个定律。可是，当时并未受到大家的重视。

问1-2 在图1-1所示电路中，(i)给出了电阻 R 及流过它的电流 I 的值时，试导出求电阻两端电压值 U 的表示式；(ii) 给出了施加于电阻 R 上的电压 U 及流过它的电流 I 时，试导出求电阻值的式子。

解说：将等式的性质（等号两边加、减、乘、除同一数值，该等式仍然成立）应用到问1-1的式(1)所示的欧姆定律中，可把它分别改写如下：

$$(i) \quad U = RI \quad \text{V} \quad (1)$$

$$(ii) \quad R = \frac{U}{I} \quad \Omega \quad (2)$$

大家记住了问1-1的式(1)所示的欧姆定律，就应会导出上面式

(1)、(2)这两个经过改写的欧姆定律表示式。

问1-3 试求出图1-2(a)、(b)、(c)各图所标的电流 I 、电压 U 和电阻 R 的数值。

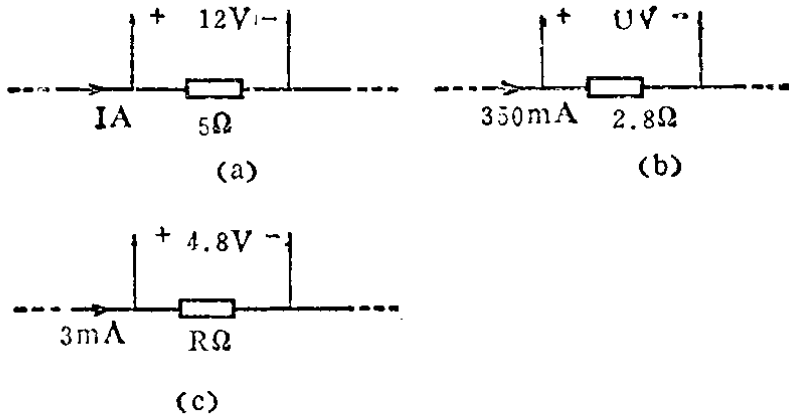


图1—2

解说：分别对各图应用欧姆定律，得到

$$(a) \quad I = \frac{U}{R} = \frac{12}{5} = 2.4 \quad A$$

$$(b) \quad U = RI = 2.8 \times 350 \times 10^{-3} \\ = 0.98 \quad V \text{ 或 } 980 \quad mV$$

$$(c) \quad R = \frac{U}{I} = \frac{4.8}{3 \times 10^{-3}} = 1.6 \times 10^3 \Omega$$

请大家在这里复习一下电路中所采用的单位。电压的单位除用 V (伏)外，还用 kV (千伏)、 mV (毫伏)、 μV (微伏)，电流的单位除用 A (安)外，还用 kA (千安)、 mA (毫安)、 μA (微安)。再是电阻的单位除用 Ω (欧)外，还经常应用 $k\Omega$ (千欧) 以及 $M\Omega$ (兆欧) 等等。

串联与并联的等效电阻

问1-4 试求图1-3(a)所示把电阻 R_1 和 R_2 串联起来时的等效电阻；并求图(b)所示把它们并联起来时的等效电阻。

解说：这里，所谓等效电阻是表示将多个电阻进行组合而由 ab 两端看进时的电阻。

我们来考虑图1-3(a)。现在，设流过图1-4(a) 电路的电流

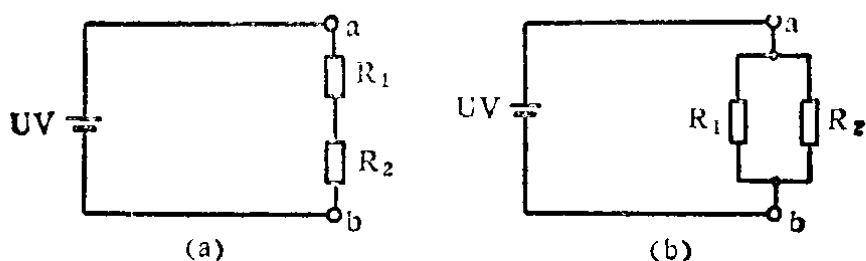


图1—3

为 IA 。这时，若令电阻 R_1 和 R_2 的两端电压分别为 U_1V 和 U_2V ，则它们与施加于这个电路的电源电压 UV 之间有如下关系：

$$U = U_1 + U_2 \quad (1)$$

根据欧姆定律有

$$U_1 = R_1 I \quad (2)$$

$$U_2 = R_2 I \quad (3)$$

把式(2)、(3)代入式(1)，就得到

$$U = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$$

因此，

$$\frac{U}{I} = R_1 + R_2 \quad \Omega$$

亦即，如果用 R 表示两个电阻串联的等效电阻，则 $R = (R_1 + R_2) \Omega$ ，简单地说，就是把各个电阻相加起来。顺便，请大家求出把 R_1 、 R_2 、 R_3 三个电阻相串联时的等效电阻。

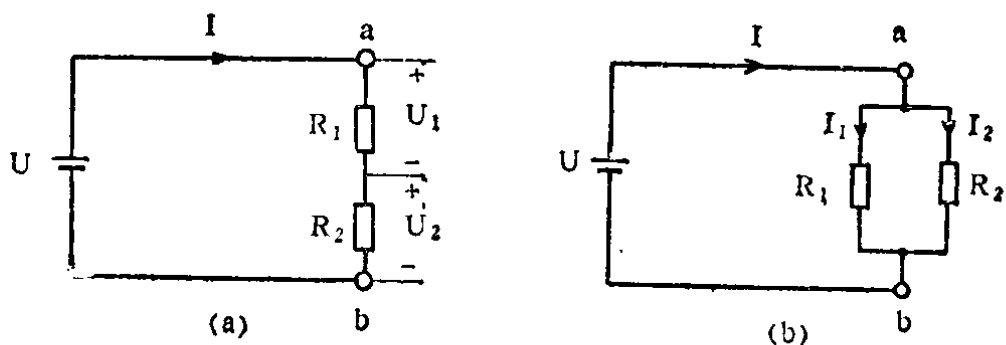


图1—4

接着，我们来考虑图 1-3(b)。现在，假定流过图 1-4(b) 电路各支路的电流分别为 I 、 I_1 和 I_2 。这时，对于各支路的电流来

说，下式的关系成立。

$$I = I_1 + I_2 \tag{4}$$

可是，施加于每个电阻的电源电压都等于 UV ，所以根据欧姆定律有

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2} \tag{5}$$

把它们代入式（4），得到

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U$$

由此得到

$$\frac{U}{I} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad \Omega$$

亦即，若用 R 表示把两个电阻并联起来的等效电阻，则得到

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad \Omega \tag{6}$$

就是说：电阻并联时的等效电阻等于各个电阻倒数之和的倒数。

实际上在应用式(6)时，我们对它进行改写就可得到如下的简单形式。

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{7}$$

由此可知：等效电阻 R 的值比 R_1 或 R_2 都小，这对于验算很方便。

请大家再求出 R_1 、 R_2 、 R_3 三个电阻相并联时的等效电阻。如果根据式（7）就随便凭印象判断：“大概等效电阻就为

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \text{ 吧！”这就大错特错了！}$$

R_1 和 R_2 并联时的等效电阻 R 亦可以用图解法求出。如图1—5所示，在坐标纸上取高度与 R_1 和 R_2 成正比的两线段，对两线段的末端交叉引线求得其交点 P ，这时 P 点的

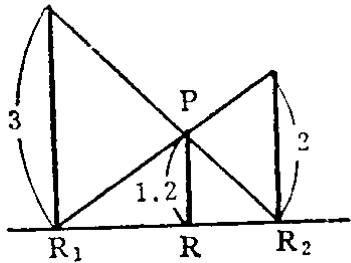


图1—5

高度就代表等效电阻 $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 的大小。这是一种很简便的方法。这个图表示的是 $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ 的情况。从坐标纸上可以读出其等效电阻 $R = 1.2\Omega$ 。

这种简便方法的巧妙道理留给大家作为思考题目。它还可以推广到求三个以上的电阻并联时的等效电阻。

串并联电路

问1—5 试求图1—6所示电路中的电流 I_1 、 I_2 和 I_3 。

解说：首先，必须求出从ac端看进的等效电阻R。即

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R = 52 + \frac{120 \times 80}{120 + 80} = 100 \Omega$$

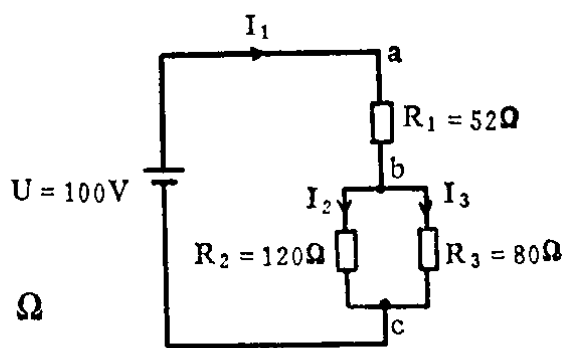


图1—6

因此，根据欧姆定律，电流 I_1 为

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{100}{100} = 1 \text{ A}$$

其次，为了求 I_2 和 I_3 ，必须知道bc间的电压 U_{bc} 。设ab间的电压为 U_{ab} ，则得

$$U = U_{ab} + U_{bc}$$

$$\text{即 } U_{bc} = U - U_{ab} \quad (1)$$

$$\text{因为 } U_{ab} = R_1 I_1 = 52 \times 1 = 52 \text{ V}$$

把 U_{ab} 的值代入式(1)，就得到

$$U_{bc} = 100 - 52 = 48 \text{ V}$$

由此，

$$I_2 = \frac{U_{bc}}{R_2} = \frac{48}{120} = 0.4 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{bc}}{R_3} = \frac{48}{80} = 0.6 \text{ A}$$

亦即，大小为1A的电流流到了图中的点b就分成两路，向电阻 R_2

方面流过0.4A，向电阻 R_3 方面流过0.6 A。这称为电流的分流。

电流的分流

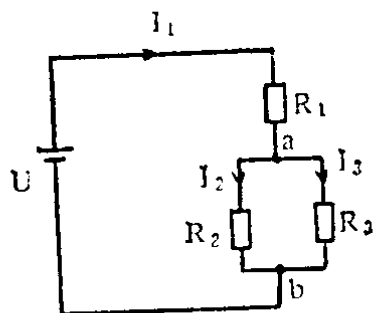
问1—6 已知图1—7所示电路中的电流 I_1 ，试求出 I_2 和 I_3 。

解说： 这是一道特别值得注意的关于电流分流的题目。

现在，用 R_{ab} 表示ab之间的等效电阻，用 U_{ab} 表示ab两端的电压，就得到

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} \text{ A} \quad (1)$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} \text{ A} \quad (2)$$



式中， $U_{ab} = R_{ab}I_1$ ，且 R_{ab} 是 R_2 与 R_3 并联的等效电阻，故得到

图1—7

$$U_{ab} = \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) I_1$$

将上式代入式(1)和(2)中，就得到

$$I_2 = \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot \frac{I_1}{R_2} = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} \text{ A} \quad (3)$$

$$I_3 = \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot \frac{I_1}{R_3} = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} \text{ A} \quad (4)$$

式(3)和(4)的结论非常重要，请设法加以记住，务必不要忘记。为了便于记忆，可以这样叙述：“电流 I_1 在电阻 R_2 和 R_3 上分流时，流过 R_2 的电流 I_2 等于 I_1 乘以对方电阻 R_3 ，再除以两电阻之和($R_2 + R_3$)。”

分 流 器

问1—7 有一只能够测量至5mA的电流表Ⓐ(内电阻 $r_a = 4.68 \Omega$)，如图1—8所示，用分流器 R 欲使它能够测量从0~50mA 的电流。问分流器的电阻值 R 应为多少？

解说： 如图1—8所示的用来扩大电流表的测量范围(亦即，

使电流分流) 而与电流表相并联的电阻称为分流器。

将分流器联接上去时, 流过电流表Ⓐ的电流 I_a 与总电流 I 的关系, 由上题所得的结论, 显然应为

$$I_a = \frac{R}{R + r_a} I$$

上式可以改写如下:

$$I = \frac{R + r_a}{R} I_a = \left(1 + \frac{r_a}{R}\right) I_a$$

$$= m I_a \tag{1}$$

式中 $m = 1 + \frac{r_a}{R} \tag{2}$

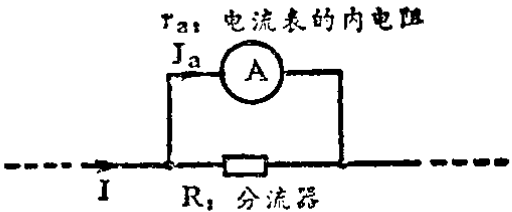


图1—8

式(1)表示: 总电流 I 等于流过电流表的电流 I_a 的 m 倍。我们把 $m = 1 + \frac{r_a}{R}$ 这个值称为分流器的倍率。

那末, 本题是已知 $r_a = 4.68\Omega$ 时, 欲求出使倍率 $m = 10$ 的 R 值。将式(2)改写就得到

$$R = \frac{r_a}{m - 1} = \frac{4.68}{10 - 1} = \frac{4.68}{9} = 0.52 \Omega$$

这样一来, 通过应用一个 0.52Ω 的电阻作为分流器, 就可达到使电流表Ⓐ的量程扩大10倍的目的。

倍 率 器

问1—8 有一只能够测量从0到150V的电压表Ⓥ(内电阻 $r_v = 12000\Omega$), 用倍率器 R 欲使它能够测量从0到600V的电压。问倍率器的电阻值 R 应为多少?

解说: 我们把如图1—9所示的用来扩大电压表的测量范围而与电压表相串联的电阻 R 称为倍率器。

如图1—10所示, 将一个倍率器 R 与电压表Ⓥ相串联, 设施加于ab间的电压为 U 时, 流过它们的电流为 I 。那末, 用 U_v 表示这时电压表两端的电压, 应有

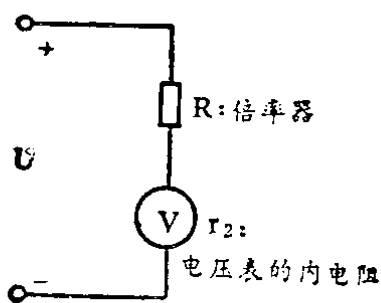


图1—9

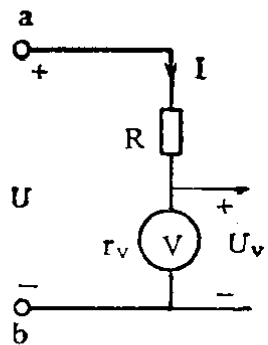


图1—10

$$U_v = r_v I$$

$$= r_v \frac{U}{r_v + R}$$

对上式进行改写，就得到

$$U = \left(\frac{r_v + R}{r_v} \right) U_v = \left(1 + \frac{R}{r_v} \right) U_v = n U_v \quad (1)$$

$$\text{式中} \quad n = 1 + \frac{R}{r_v} \quad (2)$$

式(1)表示：总电压 U 等于电压表电压 U_v 的 n 倍。我们把 $n = 1 + \frac{R}{r_v}$ 这个值称为**倍率器的倍率**。

那末，本题是已知 $r_v = 12000\Omega$ ，欲求出使 $n = 4$ 的 R 值。将式(2)改写一下就得到

$$R = (n - 1)r_v$$

$$= (4 - 1) \times 12000$$

$$= 36000 \Omega$$

这样一来，就能知道，通过应用一个 $R = 36000\Omega$ 的倍率器与该电压表串联，就可达到扩大4倍量程的目的。

用两只电压表测量电压

问1—9 用一只最大刻度为150V、内电阻为 $r_1 = 15000\Omega$ 的电压表 V_1 ，与另一只最大刻度为150V、内电阻为 $r_2 = 10000\Omega$ 的电压表 V_2 串联起来测量大小为250V的直流电压，问这时每只电压表

的指示为多少?

解说: 根据题意, 我们可对图1—11来进行研究。用 I 表示流过两电压表的电流, U_1 和 U_2 分别表示电压表 V_1 和 V_2 的电压, 根据欧姆定律得到

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{r_1 + r_2} \\ U_1 &= r_1 I = \frac{r_1}{r_1 + r_2} U \\ &= \frac{15000}{15000 + 10000} \times 250 = 150 \text{ V} \\ U_2 &= r_2 I = \frac{r_2}{r_1 + r_2} U \\ &= \frac{10000}{15000 + 10000} \times 250 = 100 \text{ V} \end{aligned}$$

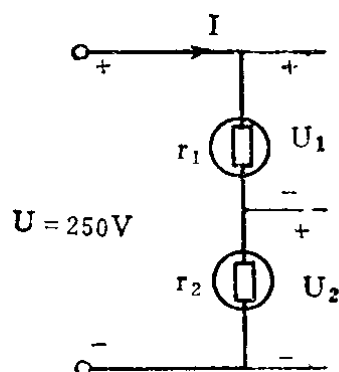


图1—11

由上所述可知: 通过应用几只电压表相串联, 就能够扩大测量电压的范围。而且, 被测电压值就是各个电压表的指示值简单相加起来的数值。

用两只电压表所能测量的最大电压

问1—10 用两只最大刻度为 150V 的电压表 V_1 (内电阻为 18000Ω) 和 V_2 (内电阻为 15000Ω) 串联起来测量一个未知电压, 问这时它们可能测量的最大电压 $U_{\max}$ 为多少伏?

解说: 切不可贸然断定: 每只电压表的最大刻度为 150V , 所以, 把它们两者串联起来就可能测量到 300V 的电压! 如果你是一位这样只凭印象行动的人, 那你一定为损坏价钱很贵的电压表而心有余悸哩! 请格外加以注意。努力把正确的答案寻找出来吧。

设电压表 V_1 和 V_2 各自指示着最大电压时, 其动作电流分别为 I_1 和 I_2 , 它们的值等于

$$I_1 = \frac{150}{18000} \text{ A}, \quad I_2 = \frac{150}{15000} \text{ A}$$