黄冈中学网校
www.huanggao.com

● 黄冈中学与出版社正式合作出版的第一套中学生学习丛书

黄冈中学

高中分科导学

丛书总主编　汪立丰（黄冈中学校长）
丛书执行主编　董德松（黄冈中学副校长）
分册主编　王宪生（黄冈中学数学特级教师）

高一 数学

湖南人民出版社

黄冈中学 高二数学

高中分科导学

分册主编　王宪生（黄冈中学数学特级教师）
编　　者　霍祝华　肖平安　王秋霞
　　　　　潘际栋　王宪生

湖南人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈中学高中分科导学·高一数学/王宪生主编;霍祝华等编.—长沙:湖南人民出版社,2002.7

ISBN 7-5438-2947-9

Ⅰ.黄… Ⅱ.①王…②霍… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第041099号

责任编辑:文　舒

装帧设计:谢　路

黄冈中学·高中分科导学·高一数学

王宪生　主编

*

湖南人民出版社出版、发行

(长沙市展览馆路66号　邮编:410005)

湖南省新华书店经销　湖南省新华印刷二厂印刷

2002年7月第1版第1次印刷

开本:890×1240　1/32　印张:12.75

字数:433,000　印数:1-48,000

ISBN7-5438-2947-9

G·654　定价:13.00元

写在前面的话

湖北省黄冈中学校长 汪立丰

黄冈中学创建于1904年，是湖北省省级重点中学。初创时期，前国家代主席董必武在此执教国文、英文并任校董事。黄冈中学地处鄂东名城——黄冈市。黄冈，钟灵毓秀，人杰地灵，"将军县"、"教授县"、"报人县"相映生辉；名人名家如璀璨群星，光焰夺目，如苏东坡、毕昇、李时珍、熊十力、闻一多、李四光、陈潭秋、董必武、包惠僧、李先念、詹大悲、董毓华、胡风、冯健男、柴挺生、严工健、舒德干等。

黄冈中学现有特级教师27人(含离退休)，高级教师90余人，国家级有突出贡献的中青年专家1人，国务院政府津贴享受者5人，第九届全国人大代表、第九届全国政协委员各1人，苏步青数学奖获得者1人，多名教师曾作为访问学者出国考察。学校坚持"以人为本，科研兴校，与时俱进，创新发展"的办学思路，教育教学取得了较为突出的成绩。改革开放以来，高考升学率年均在90%以上，多名学生摘取过全省文、理科高考"状元"的桂冠，400余名学生被保送北大、清华、科大等名牌院校深造；数、理、化学科竞赛成绩一直位居湖北省首位，学生荣获省级以上学科竞赛奖累计2700余人次，荣获国家级奖项900余人次；林强、库超、王崧、倪忆、王新元、傅丹、袁新意在国际数学、物理、化学奥林匹克竞赛中共夺取5金3银1铜共9枚奖牌，袁鹏(时为高二学生)夺得保加利亚国际数学奥林匹克邀请赛一等奖。2002年5月，高俊同学作为中国代表队成员之一参加在新加坡举行的第三届亚洲中学生物理竞赛并获得金牌，7月还将参加在印度尼西亚举行的第33届国际中学生物理奥林匹克竞赛。

黄冈中学被誉为孕育英才的基地、培养国手的摇篮、普通中学的一面旗帜，被评为全国教育系统先进集体、德育先进学校、湖北省普通中学示范学校、湖北省教育教学科研实验学校。党和国家领导人董必武、李鹏、刘华清、李岚清、宋平、方毅、王任重、王恩茂等曾欣然为学校题词。在新的世纪里，黄冈中学正在深化改革，不断发展，致力于把学校办成深化教改与科研的实验学校、辐射教育教学成果的示范学校、在国际国内具有重要影响的有特色的名牌学校。

百年校史，记录着黄冈中学一代又一代名师的丰富教学经验，这就是：**求实、求新、求精、求活，循序渐进，启迪思维，培养能力。**

为了答谢兄弟学校的厚爱和广大师生的祈盼，交流教学研究成果，共同探讨教学改革和教学创新途径，应湖南人民出版社盛情邀请，我们组织在岗的数十位特、高级教师，结合多年的教学实践和学科特点，由浅入深，由低到高，透视重点难点，解析典型题例，强化过关达标，梳理专题知识，联系现实生活，渗透学科综合，激发创新思维，培养应变能力，精心编写了这两套比较全面、系统、实用、有效的《黄冈中学·高中分科导学》和《黄冈中学·高考名师点击》。**这是我校第一次与出版社合作公开出版教学用书。**可以说，这两套丛书基本上体现了我们学校的教学实际和转差培优经验，堪称高中各年级师生的良师益友。

这两套丛书的编写，虽然历经一个寒暑，也经反复校审，但仍然难免有错讹之处，敬请读者朋友批评指正。

2002年5月1日于黄冈中学

■ 丛书编委会

目 录

第一章 集合与简易逻辑

第二章 函数

第一章　集合与简易逻辑

本章内容概述

1.集合与元素的概念、集合的子集、全集、补集、交集和并集的概念及运算；

2.含绝对值不等式的解法、一元二次不等式的解法及应用；

3.逻辑联结词、四种命题以及四种命题间的相互关系；

4.充分条件、必要条件和充要条件的概念及判断.

课程内容导学

课时1　集合

重点难点透视

重点

1.集合与元素的概念；

2.集合的按集合中元素的个数情况的一种分类；

3.集合的表示方法:列举法、描述法和图示法；

4.常用数集的表示符号:自然数集 **N**,正整数集 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$,整数集 **Z**,有理数集 **Q**,实数集 **R**.

难点

1.对集合的三种特性的正确理解与认识；

2.对空集概念的理解；

3.对集合的不同表示方法的正确选用及对所学新的数学符号的正确使用.

典型例题解析

例1　设 $x\in\mathbf{R}$,将对象 $x,-x,|x|,\sqrt{x^2},-\sqrt[3]{x^3},-\sqrt[4]{x^4},\sqrt[3]{x^4}$ 集在一起,得到集合 M,则这一集合中的元素最多时有　(　　)

A.3个　　B.4个　　C.6个　　D.7个

精析　既要考虑集合中元素的确定性,又要注意元素的互异性.由于所给的

数都是实数，其元素具有确定性，所以重在思考互异性给元素个数带来的限制，这必须结合实数的运算性质，尤其是算术根和绝对值的概念来考虑.

解答 由算术根的概念，$|x|=\sqrt{x^2}$对任意的实数 x 都成立，所以在集合 M 中$|x|$与$\sqrt{x^2}$只能出现一个，又$-\sqrt[3]{x^3}=-x$也是恒成立的，同样，集合 M 中$-x$与$-\sqrt[3]{x^3}$也只能出现一个，而$-\sqrt[4]{x^4}=-|x|$，且当 $x\neq0$ 时，$x\neq-x$，一般地$\sqrt[3]{x^4}=x^2\neq x$，$x^2\neq-x$，所以集合 M 中的元素最多时有 3 个.故选 A.

例 2 给出下列 5 种说法：

(1)任意一个集合的正确表示方法都是惟一的；

(2)集合$\{0,-1,2,-2\}$与集合$\{-2,-1,0,2\}$是同一个集合；

(3)若集合 P 是满足不等式 $0\leqslant2x\leqslant1$ 的 x 的集合，则这一个集合是一个无限集；

(4)已知 $a\in\mathbf{R}$，则 $a\notin Q$；

(5)集合$\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$与集合$\{y|y=2s+1,s\in\mathbf{Z}\}$表示的是同一个集合；

则其中正确的说法的序号是________(填上所有正确说法的序号).

精析 本题涉及到集合的概念、集合的分类、集合的表示方法和元素与集合的关系等一系列问题，应注意对照所学的相应概念对各种说法进行逐一判定.

解答 由于集合$\{1\}$可以表示为$\{x|x-1=0\}$，立刻可知(1)是错误的；而由 a 为实数，依然有可能是有理数，可以断定(4)是错误的；再从无限集、集合的无序性来分析，可知(2)、(3)是正确的；而(5)中的两个集合，它们都表示由全体奇数组成的集合，所以正确的说法是(2)、(3)、(5).

例 3 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0\}$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)1 是 A 中的一个元素，用列举法表示 A；

(2)若 A 中有且仅有一个元素，求 a 的值组成的集合 B；

(3)若 A 中至多有一个元素，试求 a 的取值范围.

精析 具体求解中要注意区分本例中三个小题的不同点，同时不能忽略对一元方程的二次项系数 a 进行相应的讨论；另外当用集合给出一元二次方程的解时，若有相等根，其解集中的元素只能算为一个.

解答 (1)$\because$1 是 A 的元素，$\therefore$1 是方程 $ax^2+2x+1=0$ 的一个根，

$\therefore a\cdot1^2+2\cdot1+1=0$，即 $a=-3$，$\therefore$方程即为$-3x^2+2x+1=0$，

$\therefore x_1=1,x_2=-\dfrac{1}{3}$，$\therefore$此时集合 $A=\{-\dfrac{1}{3},1\}$；

(2)若 $a=0$,方程化为 $2x+1=0$,此时有且仅有一个根 $x=-\frac{1}{2}$,

若 $a\neq0$,则当且仅当方程的判别式 $\Delta=4-4a=0$,即 $a=1$ 时,方程有两个相等的实根 $x_1=x_2=-1$,此时即集合 A 中有且仅有一个元素,∴所求集合 $B=\{0,1\}$;

(3)集合 A 中至多有一个元素包括两种情况:

1° A 中有且只有一个元素,由(2)知此时 $a=0$ 或 $a=1$;

2° A 中一个元素也没有,即 $A=\varnothing$,此时 $a\neq0$,且 $\Delta=4-4a<0$,∴ $a>1$;

综合1°、2°知所求 a 的取值范围是 $\{a|a\geqslant1$,或 $a=0\}$.

知识过关训练

A组(课堂巩固基础训练)

一、选择题

1.下列指定的对象,能构成一个有限集合的一组是　(　　)

A.全世界的在读高中生　B.平面上的三角形

C.北京动物园里的小动物　D.全国著名的数学家

2.下列集合中的元素也是集合 $\{x|x^2-2x-3=0\}$ 中的元素的是　(　　)

A.$\{-3\}$　B.$\{-1\}$　C.$\{1\}$　D.$\{-2\}$

3.将集合 $\{x|-3\leqslant x\leqslant3,x\in\mathbf{N}\}$ 用列举法表示出来是　(　　)

A.$\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$　B.$\{-2,-1,0,1,2\}$

C.$\{0,1,2,3$　D.$\{1,2,3\}$

4.下面对集合 $\{1,5,9,13,17\}$ 用描述法来表示,其中正确的一个是　(　　)

A.$\{x|x$ 是小于18的正奇数$\}$　B.$\{x|x=4k+1,k\in\mathbf{Z}$,且 $k<5\}$

C.$\{x|x=4t-3,t\in\mathbf{N}$,且 $t\leqslant5\}$　D.$\{x|x=4s-3,s\in\mathbf{N}_+$,且 $s<6\}$

5.已知如下(1)、(2)、(3)、(4)四种说法:

(1)$0\notin\varnothing$;

(2)空集 $\varnothing$ 可以表示为 $\{\varnothing\}$;

(3)$0\in\{0\}$;

(4)$\{1,3,4,|-3|\}$ 是由四个元素组成的一个集合;

其中正确的说法有　(　　)

A.1种　B.2种　C.3种　D.4种

二、填空题

6.已知集合 M 是由自然数中不大于9的偶数所组成,设 m 是 M 中所有元素的乘积,n 是 M 中所有元素的和,则 $m-n=$ ________.

7.设集合 $M=\{m \mid m=a+b\sqrt{3}, a、b\in Q\}$,已知 $x=\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{3}$, $y=2+\sqrt{3}\pi$, $z=\frac{1}{3-2\sqrt{3}}$,则 $x、y、z$ 与 M 的关系依次是 x ______ M、y ______ M、z ______ M(在横线上填上恰当的连结符号).

三、解答题

8.已知 $A=\{a-3, 2a-1, a^2+1\}$,其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $-3\in A$,求实数 a 的值;

(2)当 a 为何值时,集合 A 的表示不正确?

9.已知集合 $A=\{x \mid ax+b=1\}$, $B=\{x \mid ax-b>4\}$,其中 $a\neq 0$;若 A 中的元素必为 B 中的元素,求实数 b 的取值范围.

10.设 A 表示集合 $\{2,3,a^2+2a-3\}$, B 表示集合 $\{|a+3|,2\}$,若已知 $5\in A$,且 $5\notin B$,求实数 a 的值.

B组(课外提高能力训练)

1.已知集合 $A=\{x \mid x=c-2\sqrt{2}, c\in Q\}$,若 $a\in Q$ 时, $m=-2+\sqrt{2}a\in A$,且 $n=(1-a^2)\sqrt{2}$,则 $m、n$ 的大小关系是 ( )

A. $m<n$　　B. $m=n$　　C. $m>n$　　D.无法确定的

2.已知集合 $P=\{x \mid ax+b-x+2=0\}$ 是无限集,则实数 $a、b$ 的取值是 ( )

A. $a=1, b=-2$　　B. $a=-1, b=2$

C. $a=1, b=2$　　D. $a=-1, b=-2$

3.设集合 $A=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{N}\}$，$B=\{y\mid y=4s,s\in\mathbf{N}\}$，且 $\mathbf{N}$ 为自然数集，给出下列说法：

(1)若 $x_0\in\mathbf{N}$，$y_0\in\mathbf{N}$，则 $x_0y_0\in B$；

(2)若 $x_0\in\mathbf{N}$，$y_0\in B$，则 $x_0+y_0\in A$；

(3)若 $x_0\in A$，$y_0\in B$，则 $x_0+x_0y_0\in A$；

(4)若 $x_0\in\mathbf{N}$，且 $x_0\notin A$，则 $x_0\in B$；

(5)若 $y_0\in\mathbf{N}$，且 $y_0\notin B$，则 $y_0\in A$；

其中正确说法的序号是____________(填上所有正确说法的序号).

4.已知由实数组成的集合 A 满足条件：若 $x\in A$，则必有 $\frac{1}{1-x}\in A$.

(1)设 A 中恰有三个元素，且 2 是其中的一个，求这时的集合 A；

(2)有人断定集合 A 中的元素可以有且仅有一个，请你作出判断，看他的断言是否正确，为什么？

(3)若集合 $A\neq\varnothing$，试证集合 A 中的元素有且只有 3 个，并给出除(1)中以外的一个集合 A 来.

课时 2 子集

重点难点透视

重点

1.集合与集合的包含、真包含的定义；

2.子集的概念，相等集合的概念；

3.包含、真包含、包含于、真包含于、不包含、不包含于等符号的认识与应用；

4.空集与一般集合间的包含或真包含关系；

5.集合包含关系的传递性.

难点

1.对子集与真子集两个概念的理解与区别；

2.对结论"空集是任何集合的子集"、"是任何非空集合的真子集"的理解与应用；

3.如何利用子集和集合相等的概念来解决相关的问题.

典型例题解析

例1 已知集合 $M=\{x|x\leqslant3\sqrt{2}\}$,集合 $P=\{x|x<2\sqrt{3}\}$,设 $a=\frac{3}{2}\pi$,则下列各关系式中正确的一个是 ( )

A. $P\in M$　　B. $a\in M$　　C. $P\subsetneqq M$　　D. $\{a-3\}\not\subseteq P$

精析 集合 M、P 都是部分实数构成的集合,而 a 是一个具体的实数,对 M、P 间的关系应用"包含或真包含"与否来确定,而对 a 与集合 M、P 的关系只能用"属于"与否来确定.欲作正确选择,必须考虑实数 $3\sqrt{2}$、$2\sqrt{3}$、$\frac{3}{2}\pi$ 和 $\frac{3\pi}{2}-3$ 的大小.

解答 由以上分析,A 是错误的,

又 $\because 3\sqrt{2}=\sqrt{18},2\sqrt{3}=\sqrt{12},\frac{3\pi}{2}>\sqrt{18}>\sqrt{12}$,且 $\frac{3\pi}{2}-3<\sqrt{12}$,

$\therefore a$ 既不是 M 中的元素也不是 P 中的元素,而 $a-3$ 既是集合 M 中的元素,也是集合 P 中的元素,$\therefore B$、D 不正确,故选 C.

例2 若集合 $A=\{x|-3<x<6\}$ 与 $B=\{x|x\leqslant a,a\in\mathbf{R}\}$,若 $A\subseteq B$,且 $m\in B$,则 m 的最小值可以是________.

精析 本题涉及到子集的概念,欲 A 是 B 的子集,当且仅当集合 A 中的所有元素都是集合 B 中的元素,借助数轴来分析结论一目了然.

解答 $\because m\in\mathbf{B}$,且 $A\subseteq B$,$\therefore m$ 在数轴上的对应点应位于6所对应的点的右侧或即为6所对应的点,即 m 的最小值是6.

例3 已知集合 $A=\{x||x-a|=4\}$,集合 $B=\{1,2,b\}$.

(1)是否存在实数 a 的值,使得对于任意实数 b 都有 $A\subseteq B$?若存在,求出对应的 a;若不存在,试说明理由;

(2)若 $A\subseteq B$ 成立,求出对应的实数对 (a,b).

精析 集合 A、B 均为有限集合,可以直接根据元素间的相等关系来判断或求出对应的实数 a、b,同时要注意展开必要的讨论.

解答 (1)对任意的实数 b 都有 $A\subseteq B$,则当且仅当1、2也是 A 中的元素,

$\because A=\{a-4,a+4\}$,

$\therefore\begin{cases}a-4=1,\\a+4=2;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a-4=2,\\a+4=1;\end{cases}$ 这都不可能,$\therefore$ 这样的实数 a 不存在;

(2)由(1)易知欲 $A\subseteq B$,当且仅当

$\begin{cases}a-4=1,\\a+4=b;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a-4=2,\\a+4=b;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a-4=b,\\a+4=1;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a-4=b,\\a+4=2;\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=5,\\b=9;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=6,\\b=10;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-3,\\b=-7;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-2,\\b=-6.\end{cases}$

知识过关训练

A组(课堂巩固基础训练)

一、选择题

1.下列各式中正确的是　　(　　)

A. $\{0\}\in\mathbf{R}$　　B. $\varnothing\in\{0\}$　　C. $\varnothing=\{0\}$　　D. $\varnothing\subsetneqq\{1\}$

2.已知集合 $M=\{0,a\}$,集合 $P=\{x\mid x\in M\}$,则集合 M 与集合 P 之间的关系是　　(　　)

A. $M\subsetneqq P$　　B. $P\subsetneqq M$　　C. $M=P$　　D. $M\in P$

3.集合 $M=\{-1,0,1\}$,则集合 M 的所有的非空真子集的个数是　　(　　)

A.7　　B.6　　C.5　　D.4

4.已知方程组 $\begin{cases}2x+y+6=0\\x-y+3=0\end{cases}$ 的解集是 $\{(a,b)\}$,若 $\{a+b\}$ 是方程 $x^2+(a+b)x+c=0$ 的解集的一个真子集,则这一方程的解集的又一个真子集是　　(　　)

A. $\{3\}$　　B. $\{6\}$　　C. $\{-6\}$　　D. $\{0\}$

5.下列各组的两个集合相等的一组是　　(　　)

A. $P=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\}$, $Q=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2=0\}$

B. $P=\{y\in\mathbf{R}\mid y=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$, $Q=\{t\in\mathbf{R}\mid t=y^2-2y+2,y\in\mathbf{R}\}$

C. $P=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$, $Q=\{x\mid x=4k+2,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $P=\{y\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$, $Q=\{(x,y)\mid y=x^2-1,x、y\in\mathbf{R}\}$

二、填空题

6.若集合 $A=\{x\mid 2x-a=0,x\in\mathbf{Z}\}\subsetneqq\{x\mid -1<x<3\}$,则由实数 a 的值组成的集合是________.

7.设集合 $A=\{$正方形$\}$, $B=\{$平行四边形$\}$, $C=\{$矩形$\}$, $D=\{$菱形$\}$, $E=\{$四边形$\}$,给出下列关系:

(1) $E\supseteq B\supseteq C\supseteq A\supseteq D$;　(2) $A\subsetneqq D\subsetneqq B\subsetneqq E$;　(3) $A\subsetneqq D\subseteq C\subseteq B\subsetneqq E$;

(4) $A\subsetneqq C\subsetneqq B\subsetneqq E$;　(5) $D\subsetneqq A\subsetneqq B\subsetneqq E$.