

高中数理化 典型错误解析

词典

C I D I A N

GAOZHONG SHULIHUA DIANXING CUOWU
JIEXI CIDIAN

主编·李道洲

上海三联书店

张主方 李道洲 程景理等 / 编著

高中数理化典型错误解析词典

上海三联书店

图书在版编目 (CIP) 数据

高中数理化典型错误解析词典 / 张主方等编著.

- 上海: 上海三联书店, 2002. 8

ISBN 7-5426-1715-X

I. 高... II. 张... III. ①数学课 - 高中 - 教学参考资料
②物理课 - 高中 - 教学参考资料 ③化学课 - 高中 - 教学
参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 057271 号

高中数理化典型错误解析词典

编 著 / 张主方 李道洲 程景理等

特约编辑 / 吴耀根 张克权 余方喜

责任编辑 / 张 英

装帧设计 / 范岍青

监 制 / 林信忠

责任校对 / 宫 施

出版发行 / 上海三联书店

[200235] 中国上海市钦州南路 81 号

<http://www.sanlianc.com>

E-mail: sanlianc@online.sh.cn

印 刷 / 苏州吴中区文化印刷厂

版 次 / 2002 年 8 月第 1 版

印 次 / 2002 年 8 月第 1 次印刷

开 本 / 787 × 1092 1/32


字 数 / 420 千字

印 张 / 21.375

印 数 / 1 - 6000

ISBN 7-5426-1715-X

G · 583 定价 32.00 元



数学主编	李道洲			
物理主编	张主方			
化学主编	程景理			
本书编委	刘汉标	李季崇	李重光	何勇良
	赵 静			
编写人员	恽敏霞	张鹤峰	黄俊岭	陈可杰
	朱绪鹏	钱悠文	阮慎芳	付世乾
	黄 飞	杨鸣华	诸庭飞	史悠仁
	周久康	朱培辛	红 晶	胡 宏
	马言标	徐 华	张善祥	董伟菁
	芮文光			

目 录

第一篇 数 学

一、代 数

1. 集合和简易逻辑	(3)
1.1 集合的概念	(3)
1.2 集合的运算	(4)
1.3 简易逻辑	(5)
1.4 集合和简易逻辑的错解辨析训练	(7)
2. 函数	
2.1 映射与函数的概念	(8)
2.2 函数的运算	(11)
2.3 函数的基本性质	(12)
2.4 幂函数、指数函数、对数函数	(21)
2.5 反函数	(24)
2.6 函数的错解辨析训练	(27)
3. 方程与不等式	(29)
3.1 指数方程	(29)
3.2 对数方程	(30)
3.3 不等式	(34)
3.4 不等式的性质	(35)
3.5 不等式的解法	(38)
3.6 不等式的证明	(46)
3.7 含绝对值的不等式	(52)
3.8 不等式与方程的错解辨析训练	(53)
4. 数列	(56)
4.1 数列的概念	(56)
4.2 等差数列	(57)
4.3 等比数列	(60)
4.4 等差与等比的内在联系	(65)
4.5 特殊数列的通项	(66)

4.6 特殊数列的求和	(67)
4.7 数列的错解辨析训练	(70)
5. 数学归纳法	(71)
5.1 数学归纳法的定义	(71)
5.2 数学归纳法的错解辨析训练	(73)
6. 数列极限	(74)
6.1 数列极限的定义	(74)
6.2 数列极限的运算	(75)
6.3 数列极限的错解辨析训练	(77)
7. 复数	(78)
7.1 复数的概念	(78)
7.2 复数的运算	(81)
7.3 复数的模与辐角	(84)
7.4 复数的轨迹	(86)
7.5 复数的错解辨析训练	(88)
8. 排列组合、二项式定理	(90)
8.1 加法原理与乘法原理	(90)
8.2 排列与组合	(92)
8.3 二项式定理	(97)
8.4 排列组合、二项式定理的错解辨析训练	(98)
9. 概率、统计初步	(99)
9.1 概率、统计初步	(99)
9.2 概率、统计初步的错解辨析训练	(100)
10. 代数部分错解辨析训练	(101)

二、平面三角

1. 任意角的三角函数	(104)
1.1 弧度制	(104)
1.2 任意角	(104)
1.3 任意角的三角函数	(106)
1.4 同角三角函数的关系	(108)
1.5 诱导公式	(110)
1.6 任意角的三角函数的错解辨析训练	(111)
2. 三角函数的图象和性质	(112)
2.1 正弦函数、余弦函数的图象和性质	(112)

2.2 正切函数、余切函数的图象和性质	(118)
2.3 三角函数的图象和性质的错解辨析训练	(120)
3. 两角和与差的三角函数	(121)
3.1 两角和与差的三角函数	(121)
3.2 倍角公式、半角公式	(125)
3.3 两角和与差的三角函数的错解辨析训练	(129)
4. 解斜三角形	(131)
4.1 斜三角形的解法	(131)
4.2 解斜三角形的错解辨析训练	(134)
5. 反三角函数和简单三角方程	(136)
5.1 反三角函数	(136)
5.2 简单的三角方程	(140)
5.3 反三角函数和简单三角方程的错解辨析训练	(144)
6. 平面三角形的错解辨析训练	(145)
三、立体几何与向量	
1. 空间直线与平面	(148)
1.1 平面的性质	(148)
1.2 空间的两条直线	(149)
1.3 直线与平面、平面与平面的平行	(153)
1.4 直线与平面、平面与平面的相交	(155)
1.5 空间直线与平面的错解辨析训练	(161)
2. 多面体与旋转体	(164)
2.1 棱柱	(164)
2.2 棱锥	(169)
2.3 棱台	(173)
2.4 圆柱、圆锥、圆台	(175)
2.5 球	(179)
2.6 多面体与旋转体的错解辨析训练	(181)
3. 向量初步	(183)
3.1 平面向量	(183)
3.2 向量的运算	(184)
3.3 向量的坐标	(186)
3.4 空间向量	(188)
3.5 向量初步的错解辨析训练	(191)

4. 立体几何与向量的错解辨析训练	(194)
四、平面解析几何	
1. 直线	(197)
1.1 坐标法	(197)
1.2 直线的方程	(198)
1.3 两条直线的位置关系	(205)
1.4 直线方程的应用	(210)
1.5 直线的错解辨析训练	(212)
2. 圆锥曲线	(214)
2.1 曲线和方程	(214)
2.2 圆	(218)
2.3 椭圆	(222)
2.4 双曲线	(228)
2.5 抛物线	(232)
2.6 圆锥曲线的错解辨析训练	(239)
3. 参数方程和极坐标	(241)
3.1 参数方程	(241)
3.2 极坐标	(248)
3.3 参数方程和极坐标的错解辨析训练	(253)
4. 平面解析几何的错解辨析训练	(254)
五、微积分初步	
1. 导数及其应用	(259)
1.1 导数及其应用	(259)
1.2 导数及其应用的错解辨析训练	(260)
2. 定积分及其应用	(261)
2.1 定积分及其应用	(261)
2.2 定积分及其应用的错解辨析训练	(262)
六、答案与提示	(263)

第二篇 物 理

一、力 学

1. 运动的基本概念	(285)
2. 直线运动的规律和运动的合成	(286)

3. 力	(291)
4. 力的合成与分解	(296)
5. 物体的平衡	(299)
6. 牛顿运动定律	(304)
7. 平抛运动	(314)
8. 匀速圆周运动	(318)
9. 动量定理	(323)
10. 动量守恒定律	(324)
11. 功和功率	(329)
12. 功和能	(333)
13. 机械振动	(342)
14. 机械波	(345)
15. 力学的错因解析练习	(349)
二、热 学	
1. 分子运动论	(363)
2. 固体和液体的性质	(364)
3. 气体实验定律	(366)
4. 理想气体状态方程	(396)
5. 热学的错因解析练习与答案	(412)
三、电 磁 学	
1. 库仑定律	(417)
2. 电场强度	(423)
3. 电势 电势能	(430)
4. 带电粒子在电场中的运动	(435)
5. 电容器	(443)
6. 欧姆定律 电路	(448)
7. 电动势 闭合电路欧姆定律	(453)
8. 电功和电功率	(460)
9. 磁场	(465)
10. 电磁感应	(468)
11. 交流电	(475)
12. 电阻、电容、电感对交变电流的作用	(478)
13. 理想变压器及三相交流电	(480)
14. 电磁振荡和电磁波	(483)

15. 电磁学的错因解析练习与答案·····	(499)
------------------------	-------

四、光 学

1. 光的反射和折射·····	(512)
2. 棱镜 透镜·····	(514)
3. 光的本性·····	(516)

五、原子和原子核

1. 原子的结构·····	(519)
2. 放射性和原子核·····	(521)
3. 原子和原子核的错因解析练习与答案·····	(523)

第三篇 化 学

一、化学基本概念

1. 纯净物和混合物·····	(527)
2. 物理变化和化学变化·····	(528)
3. 物质的量、阿佛加德罗常数、气体·····	(532)
4. 溶解度·····	(537)
5. 溶液浓度·····	(541)
6. 胶体·····	(546)
7. 氧化还原反应·····	(547)

二、化学基本理论

1. 原子结构和元素周期律·····	(552)
2. 分子结构和四类晶体·····	(558)
3. 化学反应速率·····	(564)
4. 化学平衡·····	(567)
5. 电解质和溶液导电性·····	(573)
6. 电离平衡和水解平衡·····	(579)
7. 中和反应和水的离子积·····	(585)
8. 离子反应·····	(590)
9. 电化学·····	(597)

三、元素化学

1. 氯、卤素·····	(600)
2. 硫·····	(605)
3. 氮·····	(609)

4. 钠、碱金属	(616)
5. 铝	(622)
6. 铁、铜等金属	(624)
四、有机化学	
1. 有机物的结构	(629)
2. 有机物的组成和燃烧规律	(635)
3. 有机物的性质和有机反应	(642)
五、化学实验	
1. 仪器、药品和基本操作	(651)
2. 气体的制备、净化和收集	(657)
3. 物质的检验	(661)
4. 物质的分离和提纯	(665)
5. 定量及综合实验	(669)

第一篇 数 学





一、代 数

1. 集合和简易逻辑

1.1 集合的概念

【典型错例 1】下列对象看成是一个整体,可以表示集合的有_____.

- (1) 高个子年轻人
- (2) 不大于 10 的非负整数
- (3) 高档消费品
- (4) 方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实根

错解 选(2).

辨析 集合是一些能确切指定的对象的全体.对于(4)来说,方程 $x^2 + 1 = 0$ 无实数根,故可以构成集合 \emptyset (空集).

正解 选(2)、(4)

【典型错例 2】试指出集合 \emptyset 、 $\{\emptyset\}$ 、 $\{0\}$ 之间的关系.

错解 $\emptyset = \{0\}$ $\emptyset \subset \{\emptyset\}$.

辨析 空集 \emptyset 中一个元素也没有,而集合 $\{0\}$ 为含有一个元素的集合,故两个集合不能相等.事实上,空集 \emptyset 是集合的概念中一个特殊的集合,它是任何一个集合的子集, \emptyset 与 $\{\emptyset\}$ 的区别是: \emptyset 是空集, $\{\emptyset\}$ 表示用空集作元素构成的单元元素集.

正解 $\emptyset \subset \{0\}$, $\emptyset \subset \{\emptyset\}$, $\emptyset \in \{\emptyset\}$

【典型错例 3】若 $A \subseteq B$, $A \subseteq C$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, $C = \{0, 2, 4, 8\}$ 求满足上述条件的集合 A .

错解 $A = \{0\}$, $A = \{2\}$, $A = \{0, 2\}$

辨析 空集常常是求子集时容易忘掉的一个子集.

正解 $A = \emptyset$, $A = \{0\}$, $A = \{2\}$, $A = \{0, 2\}$

【典型错例 4】集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + 9 = 0, x \in R\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

错解 由 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 得 $A = \{1, 3\}$

将 $x = 1$ 代入方程 $x^2 - ax + 9 = 0$, 得 $a = 10$, 此时 $B = \{1, 9\}$, 不符合 $B \subseteq A$, 故 $a = 10$ 舍去.

将 $x = 3$ 代入方程 $x^2 - ax + 9 = 0$, 得 $a = 6$, 此时 $B = \{3\} \subset A$.

综上可知 $a = 6$.

辨析 由于 \emptyset 是任何集合的子集,因此必须对 $B = \emptyset$ 的情况进行讨论

论.

正解 当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = a^2 - 36 < 0$, 得 $-6 < a < 6$, 综上所述: a 的取值范围为 $(-6, 6]$.

1.2 集合的运算

【典型错例 1】 设集合 $P = \{y | y = x^2 - 1, x \in R\}$, $Q = \{y | y = -2x^2 + 2, x \in R\}$, 求 $P \cap Q$.

错解 解方程组 $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = -2x^2 + 2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 0 \end{cases}$,
 $\therefore P \cap Q = \{(-1, 0), (1, 0)\}$.

辨析 致错原因是没有弄清集合中元素的意义. 要明确集合 $\{y | y = x^2 - 1, x \in R\}$ 与集合 $\{(x, y) | y = x^2 - 1, x \in R\}$ 是两个不同对象的集合, 前一个是数集, 后一个为点集, 代表元素的意义不同.

正解 $P = \{y | y \geq -1\}$, $Q = \{y | y \leq 2\}$, 故 $P \cap Q = \{y | -1 \leq y \leq 2\}$

【典型错例 2】 已知 $x, y \in R$, $P = \{x | y^2 = -x + \sqrt{2}\}$ $Q = \{y | y = x^2 - 1\}$, 求 $P \cap Q$.

错解 由 $y^2 = \sqrt{2} - x$, 得 $x \leq \sqrt{2}$, 故 $P = \{x | x \leq \sqrt{2}\}$
又知 $Q = \{y | y \geq -1\}$
故 $P \cap Q = \{x | -1 \leq x \leq \sqrt{2}\}$

辨析 集合 P 与 Q 代表元素形式不同, 不能进行运算.

【典型错例 3】 已知集合 $A = \{2, 3, a^2 + 4a + 2\}$, $B = \{0, 7, a^2 + 4a - 2, 2 - a\}$, 且 $A \cap B = \{3, 7\}$, 求实数 a 的值.

错解 因为 $A = \{2, 3, a^2 + 4a + 2\}$, $A \cap B = \{3, 7\}$, 所以 $a^2 + 4a + 2 = 7$, 解得 $a = 1$, 或 $a = -5$

辨析 致错原因是忽略了集合元素的互异性. 在一个集合中元素不能重复出现, 故求出的 a 值必须代回检验.

正解 ……检验: 当 $a = 1$ 时, $a^2 + 4a - 2 = 3$

$$2 - a = 1, B = \{0, 7, 3, 1\}$$

$$\text{当 } a = -5 \text{ 时, } a^2 + 4a - 2 = 3, 2 - a = 7,$$

这时 $B = \{0, 7, 3, 7\}$ 不符合元素条件. 故所求 a 的值为 1.

【典型错例 4】 已知集合 $A = \{x | x = n, n \in N\}$, $B = \{x | x = \frac{n}{2} + 1, n \in N\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

错解 $\begin{cases} x = n \\ x = \frac{n}{2} + 1 \end{cases}$, 解之得: $n = 2$, 故 $A \cap B = \{2\}$.

辨析 两集合的交集是由两个集合的公共元素组成的集合, 与集合中元素的顺序无关.

正解 $A \cap B = \{x \mid x = n + 1, n \in N\}$

【典型错例 5】 设集合 $A = \{x \mid x^2 + (p + 2)x + 1 = 0, x \in R\}$ 已知 $A \cup R^- = R^-$, 求实数 p 的取值范围.

错解 由 $A \cup R^- = R^-$ 可知 $A \subset R^-$, 即方程 $x^2 + (p + 2)x + 1 = 0$ 有两个负数根.

所以 $\Delta = (p + 2)^2 - 4 \geq 0$ 且 $-(p + 2) < 0$, 得: $p \geq 0$, 故实数 p 的取值范围是 $[0, +\infty)$

辨析 错误的原因在于忽略了 $A = \emptyset$ 的情形.

正解 由 $A \cup R^- = R^-$ 可知 $A \subset R^-$,

则: $A = \emptyset$ 或 $\emptyset \subset A \subset R^-$.

当 $A = \emptyset$ 时, $\Delta = (p + 2)^2 - 4 < 0$ 得 $-4 < p < 0 \cdots \cdots$

综上所述, p 的取值范围为 $(-4, +\infty)$.

1.3 简易逻辑

【典型错例 1】 写出命题“若 $x^2 - 5x + 6 = 0$, 那么 $x = 2$ 或 $x = 3$ ”的否命题与逆否命题.

错解 否命题是: “若 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$, 那么 $x \neq 2$ 或 $x \neq 3$ ”.

逆否命题是: “若 $x \neq 2$ 或 $x \neq 3$, 那么 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ ”.

辨析 错误原因在于“或”在否命题中要变成“且”, 同样“且”在否命题中应该为“或”.

正解 原命题的否命题是“若 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$, 那么 $x \neq 2$ 且 $x \neq 3$ ”.

逆否命题是: “若 $x \neq 2$ 且 $x \neq 3$, 那么 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ ”.

【典型错例 2】 指出下列复合命题的形式及其构成: 有两个角为 45° 的三角形是等腰直角三角形.

错解 已知复合命题是 p 且 q 的形式, 其中:

p : $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

q : $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle B = 45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

辨析 若按错解写成“ p 且 q ”的形式得到的命题是: $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 且若 $\angle B = 45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰

直角三角形. 这已经不是题目中给出的复合命题了.

正解 已知复合命题是 p 且 q 的形式, 其中:

p : 有两个角为 45° 的三角形是等腰三角形.

q : 有两个角为 45° 的三角形是直角三角形.

【典型错例 3】 设命题 $p: m \neq 0$ 且 $n \neq 3$, 命题 $q: m + n \neq 3$, 则 p 是 q 的 ()

- (A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

错解 选(B)

辨析 错解误认为“若 $m + n \neq 3$, 则 $m \neq 0$ 且 $n \neq 3$ ”是命题“若 $m = 0$ 且 $n = 3$, 则 $m + n = 3$ ”的逆否命题. 其实上述命题的逆否命题应为: “若 $m + n \neq 3$, 则 $m \neq 0$ 或 $n \neq 3$ ”.

若取 $m = 1, n = 2$, 知 $m \neq 0$ 且 $n \neq 3$ 不能推出 $m + n \neq 3$, 取 $m = 0, n = 4$ 知 $m + n \neq 3$ 不能推出 $m \neq 0$ 且 $n \neq 3$.

正解 选(D).

【典型错例 4】 用反证法证明: 已知 $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$, 求证: $(1-a)b, (1-b)c, (1-c)a$ 不能都大于 $\frac{1}{4}$.

错解 假设 $(1-a)b \leq \frac{1}{4}, (1-b)c \leq \frac{1}{4}, (1-c)a \leq \frac{1}{4} \dots\dots$

辨析 错解把命题结论的反面弄错了, “不能都大于”的反面不是“都不能大于”, 而应该是“能都大于”.

正解 假设 $(1-a)b > \frac{1}{4}, (1-b)c > \frac{1}{4}, (1-c)a > \frac{1}{4}$ 都成立;

$$\text{由基本不等式} \begin{cases} \frac{(1-a)+b}{2} \geq \sqrt{(1-a)b} > \frac{1}{2} \\ \frac{(1-b)+c}{2} \geq \sqrt{(1-b)c} > \frac{1}{2} \\ \frac{(1-c)+a}{2} \geq \sqrt{(1-c)a} > \frac{1}{2} \end{cases}$$

三式相加得到 $\frac{3}{2} > \frac{3}{2}$, 矛盾, 故假设不成立, 原命题成立.

点评 反证法证题的关键是要正确写出原命题结论的相反结论. 如“至少有一个方程有实数解”的相反结论是: “没有一个方程有实数解”而不是“至少有一个方程没有实数解”, 再如: 命题“已知实数 a, b, c 同时满足 $a + b + c = 0$ 和 $abc = 2$, 求证: a, b, c 必有一个不小于 2”中, 结论的相