

苏联十年制学校数学教材

代 数

六 年 级



人 民 教 育 出 版 社

苏联十年制学校数学课本

代 数

六 年 级

刘远图 何绍庚 译

人 民 教 育 出 版 社

1978 · 北京

内 容 提 要

本书根据苏联十年制学校数学课本《代数(六年级)》(A·И·马尔库雪维奇主编)1977年版译出。全书共分五章:基本概念,函数,方程组,自然数指数幂,多项式。

本书对于我们了解国外中学数学教学改革的情况,有一定参考价值,但对于内容中渗透的修正主义的思想意识,应当注意分析和批判。

苏联十年制学校数学课本

代 数

六 年 级

刘远图 何绍庚 译

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷二厂印装

*

1978年4月第1版 1978年11月第1次印刷

书号 13012·0190 定价 0.62 元

目 录

第一章 基本概念	1
§ 1. 式和式的数值	1
1. 数式	1
2. 含有变量的式	4
§ 2. 含有变量的语句	10
3. 含有变量的命题和语句	10
4. 一元方程	14
5. 一元不等式, 数区间	18
§ 3. 关系	22
6. 关系的概念	22
7. 数和数之间的关系的图象	29
第一章补充习题	32
第二章 函数	44
§ 4. 函数的概念, 函数的表示法	44
8. 什么是函数?	44
9. 用列数对的方法给出函数	48
10. 用式给出函数	50
11. 用图象给出函数	53
§ 5. 正比例函数	60
12. 正比例关系的概念	60
13. 正比例函数的性质	65
14. 把一个数分成和几个已知数成比例的几部分	68
15. 正比例函数的图象	69
§ 6. 反比例函数	75
16. 反比例函数的概念	75
17. 反比例函数的性质	78
18. 反比例函数的图象	81

§ 7. 线性函数	86
19. 线性函数的性质	86
20. 线性函数的图象	88
21. 直线的斜率	92
第二章补充习题	95
第三章 方程组	114
§ 8. 二元方程组的概念	114
22. 二元方程	114
23. 二元方程给出的关系的图象	117
24. 二元线性方程	120
25. 二元方程组的概念. 用作图法解二元方程组	123
§ 9. 线性方程组	126
26. 由两个二元线性方程组成的方程组解的个数	126
27. 线性方程组的特殊情形	130
28. 加减消元法	132
29. 列方程组解应用题	139
第三章补充习题	143
第四章 自然数指数幂	152
§ 10. 幂的定义和性质	152
30. 自然数指数幂	152
31. 幂的基本性质	156
32. 幂的乘方	158
33. 积的乘方	160
34. 同底数的幂的商	162
§ 11. 分式化简, 两个分式的积和商	165
35. 分式化简	165
36. 两个分式的积	167
37. 两个分式的商	169
38. 分式的乘方	170
§ 12. 式 $y = ax^2$ 和 $y = ax^3$ 给出的函数	172
39. 式 $y = ax^2$ 给出的函数及其图象	172

40. 式 $y = ax^3$ 给出的函数及其图象	180
第四章补充习题	183
第五章 多项式	193
§ 13. 单项式和多项式	193
41. 关系的一些性质	193
42. 恒等式的概念	197
43. 单项式的概念	200
44. 多项式的概念	201
§ 14. 把多项式的和与差变换成标准形式多项式	204
45. 去括号	204
46. 添括号	209
§ 15. 单项式和多项式的乘积	211
47. 单项式和多项式的乘积化成标准形式的多项式	211
48. 提出公因式	215
49. 用因式分解法解方程	221
§ 16. 多项式的积	224
50. 把两个多项式的积变换成标准形式的多项式	224
51. 用分组法分解多项式的因式	229
§ 17. 简化乘法的恒等式	233
52. 两个单项式的和与差的积	233
53. 两个式子的平方差	236
54. 二项式的平方变换成多项式	240
55. 把形式如 $a^2 + 2ab + b^2$ 的三项式变换成二项式的平方	245
第五章补充习题	249
难题	267
习题答案	272

第一章 基本概念

§ 1. 式和式的数值

1. 数 式

用数、运算符号和括号可以组成各种不同的数式。下面是数式的例：

$$43 \div 5, 9.5 + 0.05 \times 10, 3 \times 2^4, 7.5 \div (37.5 - 12.5).$$

其中第一个式子是 43 和 5 两个数的商，第二个是数 9.5 和 0.05×10 的积的和，第三个是数 3 和幂 2^4 的积，第四个是数 7.5 和 $37.5 - 12.5$ 的差的商。

如果按照规定的次序进行指出的运算，就会得到一个数。这个数叫做数式的数值或数式的值。

例如，数式 $9.5 + 0.05 \times 10$ 的值等于 10。因为 $0.05 \times 10 = 0.5$, $9.5 + 0.5 = 10$ 。

式 3×2^4 的值等于 48，因为

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16, 3 \times 16 = 48.$$

一个数也可以看作是数式。它的值就是这个数本身。

在数式 $\frac{35}{48 \div 6 - 8}$ 中，有的运算不能进行（零不能作除数！），所以它没有数值。对于这一类数式，通常说它们没有

意义.

因此, 数式或者有一个值, 或者根本就没有值.

1. 求下列各式的值:

а) 2.345×100 ; б) $3.71 \div 10$; в) 1000×0.07 ;

г) 0.031×10000 ; д) 5.1×0.3 ; е) $0.46 \div 0.2$;

ж) $4.16 \div 4$; з) 0×17.3 .

2. 计算:

а) $1\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$; б) $5 - 3\frac{2}{7}$; в) $\frac{4}{9} \times \frac{27}{32}$;

г) $\frac{3}{8} \div \left(-\frac{9}{16}\right)$; д) $\frac{11}{24} \times 72$; е) $\frac{37}{63} \times (-21)$;

ж) $1\frac{2}{7} \times 14$; з) $-3\frac{2}{9} \times 3$; и) $\frac{4}{7} \times (-4.9)$;

к) $(-0.15) \times \frac{2}{3}$; л) $(-16) \div \left(-\frac{4}{9}\right)$;

м) $\frac{3}{4} \div (-9)$.

3. 求幂的值:

а) 4.5^2 ; б) 0.2^3 ; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; г) $\left(1\frac{1}{6}\right)^2$.

4. 求下列各式的值:

а) $481.92 \div 12 - 20.16$; б) $3\frac{1}{7} \times \left(-\frac{7}{11}\right) + 1.8$;

в) $9.72 \div 2.4 - 1.08 \times 3.5$; г) $3\frac{5}{6} \times \frac{1}{3} + 6\frac{4}{9} \div 2$.

5. 自己编出至少含有两个运算符号的数式, 使它的值等于:

а) 8; б) -10; в) 0; г) 7.5.

6. 用三个数字 2 编一个数式,使它的值等于:

a) 6; б) 8; в) 3; г) 1.

7. 下面哪几个式子没有意义?

a) $\frac{7.845}{4.18-2.09 \times 2}$; б) $\frac{6\frac{1}{4}}{2\frac{1}{3} \times 9 - 20}$;

в) $\frac{5\frac{1}{3} - 8\frac{1}{6}}{0.8 - 1.2 \times \frac{2}{3}}$; г) $\frac{4 - 10.7}{1.68 \div 4.2 - 2.5 \times 0.16}$.

8. 不作计算,比较两个式的值的大小:

a) $640 \times \frac{7}{16}$ 和 $640 \div \frac{7}{16}$;

б) $243 \times \left(-\frac{10}{27}\right)$ 和 $243 \div \left(-\frac{10}{27}\right)$.

9. 找一个数,比下面给出的两个数中间的一个大,比另一个小:

a) 6.24 和 6.28; б) 5.2 和 5.3; в) 3.18 和 3.19;

г) -0.48 和 0.33 ; д) $\frac{4}{21}$ 和 $\frac{5}{7}$; е) $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$.

复 习 题

10. 在坐标平面上给出了 A, B, C, D 四点(图 1). 写出这四点的坐标以及

(1) A 点关于 y 轴的对称点 A_1 的坐标;

(2) B 点关于 x 轴的对称点 B_1 的坐标.

11. 在坐标平面上描点: $A(-3, 4)$, $B(6, 5)$, $C(5, 0)$, $D(-3, 0)$. 写出线段 AC 和 BD 交点的坐标.

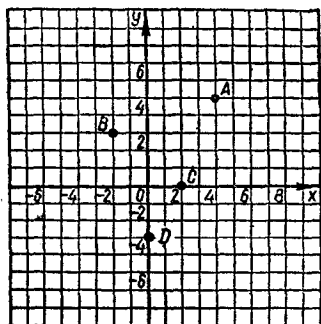


图 1

12. 一线段的端点是 $(-1, 4)$ 和 $(2, -2)$, 作这线段. 写出这线段同横轴和纵轴的交点的坐标.

2. 含有变量的式

式 $a(a+1)$ 含有变量 a , 它的值的大小决定于变量 a 所取的值. 例如, 当 $a=2$ 时, 因为 $2 \cdot (2+1)=6$, 所以式的值等于6; 当 $a=8$ 时, 式的值等于72; 当 $a=-1$ 时, 式的值等于零; 当 $a=0$ 时, 式的值也是零. 对应于变量 a 的每一个值, 式 $a(a+1)$ 有唯一的值.

当 $p=4$ 时, 式 $\frac{2p}{p-3}$ 的值等于8. 当 $p=1$ 时, 它的值等于-1. 当 $p=3$ 时, 这个式子没有意义. 除了 $p=3$ 这种情况以外, p 取其他任何值时, 式 $\frac{2p}{p-3}$ 的分母都不等于零, 所以式子都有意义. 这就是说, 除3以外所有数的集合是式 $\frac{2p}{p-3}$ 的定义域.

对于含有一个变量的式子来说,使式子有意义时变量所取的值的集合,就是这个式子的定义域.

当 a 取任何值时,式 $a(a+1)$ 总有意义.所以它的定义域是所有数的集合.

式 $\frac{2p}{p-3}$ 的定义域可以记作:

$$\{p|p \neq 3\},$$

读作:变量 p 取值的集合($p \neq 3$).

表示集合时常常要使用这种记号.例如,小于100的自然数的集合可以记作:

$$\{x|x \in N, x < 100\}.$$

式 $x-2y$ 的值的大小决定于两个变量 x 和 y 所取的值.例如,如果 $x=7, y=1$,那么式的值等于5.因为 $7-2 \times 1=5$.如果 $x=8, y=-3$,那么式 $x-2y$ 的值等于14.也就是说,如果用 x 的值和 y 的值依次构成数对 $(7, 1)$,那么对应于数对 $(7, 1)$,式的值是5.而对应于数对 $(8, -3)$,式的值是14.

式 $\frac{5}{x-y}$ 也含有两个变量 x 和 y .显然,当变量 x 和 y 的值不等时,分式 $\frac{5}{x-y}$ 的分母不等于零,所以 $\frac{5}{x-y}$ 有意义.

使式 $\frac{5}{x-y}$ 有意义时变量 x 和 y 的值所组成的数对的集合,可以记作:

$$\{(x, y)|x \neq y\},$$

读作:变量 x 和 y 的值所组成的数对集合($x \neq y$).

13. 求下列各式的值:

а) $9a(a-8)+135, a=3;$

б) $(p+0.6)(p-0.6), p=0.2;$

в) $k+\frac{2}{3}\left(k-\frac{2}{3}\right), k=\frac{1}{6};$

г) $(3m+6)n, m=-\frac{1}{3}, n=1.2;$

д) $\frac{a}{b}+3c, a=10, b=5, c=-\frac{1}{3};$

е) $(a+b)(b+c)(c+d)(d+e),$

$a=0, b=1, c=2, d=3, e=4.$

14. 变量 x 的值等于 -3 . 求下列各式的值:

(1) $(2x-5)x+5;$

(2) $(2x-5)(x+5).$

15. 填表:

а)

x	-3	-1	0	1	3	5
$x-2(x+1)$						

б)

y	-2	-1	0	1	2	5	12
$(12-y)y+10$							

16. 已知 $b=-3, -1, 0, 1, 3$, 求式 b^2-9 的值. 对于变量 b 所取的值, 式的值的集合是什么?

17. 已知 $x \in \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ 表示整数集), 求式 $(2x+4.3) \times 0$ 的值的集合.

18. 求式 a^2-2ab 的值:

а) $a=5, b=2;$

б) $a=2, b=5.$

19. 已知变量 m 和 n 的值所组成的数对 (m, n) 如下, 求式 $3m - 2n$ 的值:

a) $(5, 3)$; b) $(0, 1)$;

c) $(2, 4)$; d) $(4, 2)$.

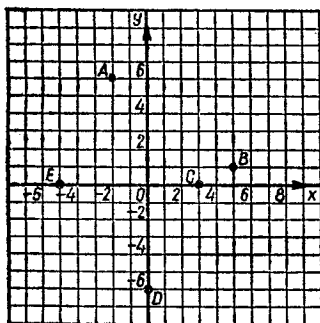


图 2

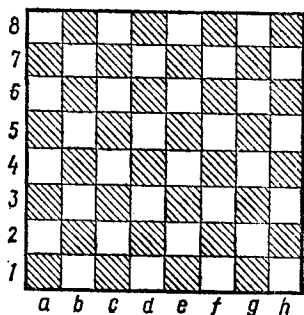


图 3

20. 写出图 2 中点 A, B, C, D, E 的坐标组成的数对.

21. 图 3 是国际象棋的棋盘, 它的每一格可以用一个字母和一个数组成的数对表示. 例如, 右上角的方格是 $(h, 8)$, 通常简单记作: $h8$. 左下角的方格记作 $a1$. 写出表示下列各方格的数对的集合:

(1) 从左下角到右上角的对角线上各方格;

(2) 从左上角到右下角的对角线上各方格.

22. 学校小吃部的早餐有两道饭菜.

第一道: 肉饼, 稀饭, 酸奶.

第二道: 茶, 甜煮水果, 果汁, 牛奶.

由这些饭菜可以配成几种早餐吃法? 用数对的集合的形式写出答案.

23. a) 下表中, 顶上一行列出了 x 的值, 右边一行列出了 y

的值。在空格处填入式 $x+y$ 的值:

$y \backslash x$	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

对应于变量 x 和 y 的所组成的数对, 式 $x+y$ 的值的集合是什么?

6) 如果式是 xy , 解答上面所提问题。

24. a) 填表:

(a, b)	$a-2b$	$2b-a$
$(5, 3)$		
$(4, -1)$		
$(-2, 5)$		
$(3, 0.5)$		

6) 已知当变量 a 和 b 取一对值时, 式 $a-2b$ 的值是 1.8. 当变量 a 和 b 仍取这一对值时, 式 $2b-a$ 取什么值呢?

25. 当 y 取什么值时, 下列各式没有意义?

a) $\frac{1}{y-7}$; б) $\frac{7y}{3+y}$; в) $\frac{18}{y}$; г) $\frac{2y+14}{2y-14}$.

26. 求下列各式的定义域:

a) $\frac{12}{x-4}$; б) $\frac{3a}{2-a}$; в) $\frac{b+7}{b}$;

$$\text{r)} 5(y+2); \quad \text{д)} \frac{12x+7}{10}.$$

27. а) 找出变量 a 和 b 的一对数值, 分别使下列各式没有意义:

$$1) \frac{17}{a-b}; \quad 2) \frac{34}{a+b}; \quad 3) \frac{4}{a-2b}; \quad 4) \frac{6a}{2b+a}.$$

б) 指出使下列式子有意义时变量 m 和 n 的值所组成的数对集合:

$$1) \frac{57}{m-n}; \quad 2) \frac{128}{m+n}.$$

28. 用列出元素的方法给出集合:

$$\text{а)} \{x|x \in N, x < 13\}; \quad \text{б)} \{a|a \in Z, -5 < a < 5\};$$

$$\text{в)} \{p|p \in N, p \text{ 是 } 12 \text{ 的因数}\}; \quad \text{г)} \{y|y \in Z, |y| = 8\}.$$

29. 下面变量 x 和 y 的值所组成的数对属于集合 $\{(x, y) | x < y\}$ 吗?

$$\text{а)} (7, 11); \quad \text{б)} (3, 8);$$

$$\text{в)} (-3, -4); \quad \text{г)} \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right).$$

复 习 题

30. 图 4 上画出了 A, B, C, D, E, F 六点.

а) 哪些点的横坐标是正的?

б) 哪些点的横坐标是负的?

в) 哪些点的纵坐标是正的?

г) 哪些点的纵坐标是负的?

31. 已知矩形 $ABCD$ 的三个顶点的坐标是

$$A(-2, 1), B(-2, 4), C(3, 4),$$

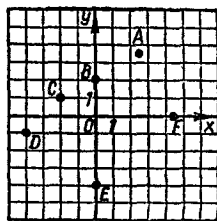


图 4

作矩形,并写出另一顶点的坐标. 求矩形的面积.

32. 计算:

a) $\frac{36 \times 77}{12}$; б) $\frac{35 \times 150}{125}$; в) $\frac{23 \times 0.18}{9}$.

33. а) 第九个五年计划期间,集体农庄和国营农场得到了44万9千台谷物联合收割机. 第十个五年计划期间,他们将得到的谷物联合收割机还要多20%. 第十个五年计划期间,集体农庄和国营农场将得到多少台谷物联合收割机?

б) 1975年苏联的钢产量是1.41亿吨. 1980年预计钢产量约1.70亿吨. 到1980年钢产量将增加百分之几?

§ 2. 含有变量的语句

3. 含有变量的命题和语句

我们知道,命题可以是真命题,也可以是假命题. 例如,“珠穆朗玛峰是地球上最高的山峰”是真命题,而“ $24 < 11$ ”是假命题.

在含有变量的语句中,如果用变量的值代替变量,那么语句就会变成真命题或假命题.

例如,在语句“ x 城在伏尔加河畔”中,用“乌里扬诺夫斯克”代替 x ,得到的是真命题. 但是用“基辅”代替 x ,得到的是假命题.

语句“数 x 能被数 y 整除”有两个变量 x 和 y . 当变量取某些值时,这个语句变成真命题,而取另外一些值时,就会变

成假命题。例如,用 63 代替 x , 用 7 代替 y , 就得到真命题:“63 能被 7 整除”。如果用 16 代替 x , 用 5 代替 y , 就得到假命题:“16 能被 5 整除”。

等式 $x+2y=8$ 和不等式 $x>4y$ 含有两个变量 x 和 y 。它们也是含有变量的语句。

数对 $(2, 3)$ 的第一个数表示 x 的值, 第二个数表示 y 的值, 这个数对把等式 $x+2y=8$ 变成真等式 $2+6=8$, 而数对 $(7, 1)$ 把等式变成假等式 $7+2=8$ 。同样, 数对 $(1, -3)$ 把不等式 $x>4y$ 变成真不等式 $1>-12$, 而数对 $(5, 2)$ 把不等式变成假不等式 $5>8$ 。

34. 下列命题是真命题吗?

a) 分数 $\frac{35}{91}$ 不能约简;

6) 21.5 是 27.2 和 15.8 的算术平均数;

b) 16 和 0.25 的积小于它们的和。

35. 下列命题中哪些是真命题?

a) $2^3=8$; 6) $\frac{1}{4}:3=12$;

b) $-7>-9$; r) $-\frac{1}{20}>-\frac{1}{24}$ 。

36. 下列命题是真命题吗?

a) $5\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\cdot\left(1\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)=4$;

6) $8\frac{2}{3}\div 4\frac{1}{3}-50<-47$;

b) $4+1248\div(11.8+0.2)=108$;