

反应堆燃料棒束传热

原子能出版社

内 容 简 介

本译文集选自美国机械工程师协会(ASME)1968年年会的五篇报告，题目是：(1) 反应堆燃料棒束内支孔道之间单相冷却剂的交混；(2) 棒束的压降特性；(3) 棒束传热性能的理论研究综述；(4) 棒束传热的实验研究；(5) 液态金属纵向流过无隔板棒束时的传热。本书可供核反应堆热工设计及实验人员、大专院校有关专业师生参考。

反应堆燃料棒束传热 (译 文 集)

HEAT TRANSFER IN ROD BUNDLES

[美] J. T. Rogers 等著

陈叔平 石双凯 译



原子能出版社出版
张家口地区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售
(限国内发行)



开本 850×1168^{1/32} · 印张 6^{1/8} · 字数 160 千字

1978年11月北京第一版 · 1978年11月北京第一次印刷

统一书号：15175 · 093

定 价：0.78 元

目 录

反应堆燃料棒束内支孔道之间单相冷却剂的交混.....	(1)
棒束的压降特性.....	(69)
棒束传热性能的理论研究综述.....	(83)
棒束传热的实验研究.....	(123)
液态金属纵向流过无隔板棒束时的传热.....	(157)
× × × ×	
译者的话.....	(190)
出版说明.....	(192)

反应堆燃料棒束内支孔道之间 单相冷却剂的交混

罗杰斯(J. T. Rogers)*

托德雷斯(N. E. Todreas)**

一、引言和术语的定义

大多数动力堆的燃料棒束都由许多平行棒阵组成，它们形成一些互相连通的支孔道。一般来说，在作反应堆热工分析时，已经认识到在棒束支孔道之间有冷却剂的交换，也即交混，但只是在某些情况下才对它作出定量计算。虽然在过去十到十五年内，已经对裸棒束和有机械支承的棒束内冷却剂的交换问题作了研究，但只是在最近五年内才把估算这些效应的有效解析模型列成公式，并用于设计中。科茨 (Coates)^[1]于 1960 年、莫耶 (Moyer)^[2]于 1964 年、以及托德雷斯和威尔逊 (Wilson)^[3]于 1968 年，都对可用的实验数据和解析模型作了鉴定性的评述。前两篇主要着重评述了水堆应用方面。第三篇评述了继莫耶的文章之后所发表的文献，重点放在把现有的方法与液态金属快中子增殖堆系统的设计联系起来，并加以应用。在这篇文章中，我们将对计算冷却剂交混的各种解析方法的现状与这些方法所依据的有关实验数据，一起作一评述。虽然我们将主要集中于单相冷却剂的性状，但在两相性状与单相性状有很大不同的那些方面，也将提到两相性状。

在分析交混对棒束的温度和压力梯度的影响时，一般都假定：交混过程是若干可分离的分量的作用，这些分量可以单独处

* 加拿大通用电气有限公司。

** 美国原子能委员会反应堆发展和工艺部。

理；如果在特定情况下表明某些分量的效应被另一些效应所掩盖时，则为了计算简单起见，可以将这些分量忽略不计。按照文献[3]中提出的术语，交混过程有四种，摘要列于下面的表中。分

	自然交混效应	强迫交混效应
无定向流动效应	湍流交换	流动散射
定向流动效应	转向叉流	流动后掠

子传导也可能影响到支孔道的热工工况，在钠系统中尤其如此，这将在后面予以讨论。以前有些作者用“自然交混”这个术语描述的只是湍流交换，而转向叉流有时被认为是“强迫交混”；但是，为了把“强迫交混”这个术语限于由流道内机械突起引起的那些效应，上述那样定义自然交混，包括湍流交混和转向交混，看来是合理的。

1. 自然交混效应

系指在棒束内没有突起（光滑裸棒）的棒束内的那些过程。

(1) 湍流交换 这是由支孔道之间的自然涡团扩散引起的，它可以用动量涡团扩散率 ϵ_M 来表征。湍流交换对能量传递的影响用热量涡团扩散率 ϵ_H 来度量，它的值一般来说与 ϵ_M 不相等。标志湍流交换的特征是：在任何支孔道边界上它的时间平均值总是零。即在支孔道 i 和 j 之间， $W'_{ij} = W'_{ji}$ 。

应该指出：湍流交换平常用注入示踪剂的办法进行测定，示踪剂是染料、盐或放射性同位素。因此，这样测定的是质量涡团扩散率 ϵ_D ，它一般说来与 ϵ_H 或 ϵ_M 都不相同。但是，欣泽(Hinze)^[4]断言 ϵ_H 与 ϵ_D 之间没有多大差别。这个结论被某些实验工作的结果所证实，这些工作在现有的数据和关系式一节中将会谈到。

(2) 转向叉流 这是相邻两支孔道之间径向压力梯度造成的定向流动。这些压力梯度可能由于各支孔道热通量分布情况显著

不同、各支孔道当量直径的差别、棒的偏心或弯曲、流管当量直径的变化、或者流管内的棒束偏心等因素所引起。图 1 表示两种典型的 19 根棒的试验棒束的支孔道排列，它们排满在圆形和六角形的流管里。转向叉流的效应在下列位置最为重要，这些位置是：(a) 孔道的进口段（由于上述效应会使流量重新分配）；(b) 流通面积突然变化的地方；(c) 在上述不对称性可能使一个支孔道比相邻支孔道更早发生沸腾，从而导致支孔道之间的汽泡份额和

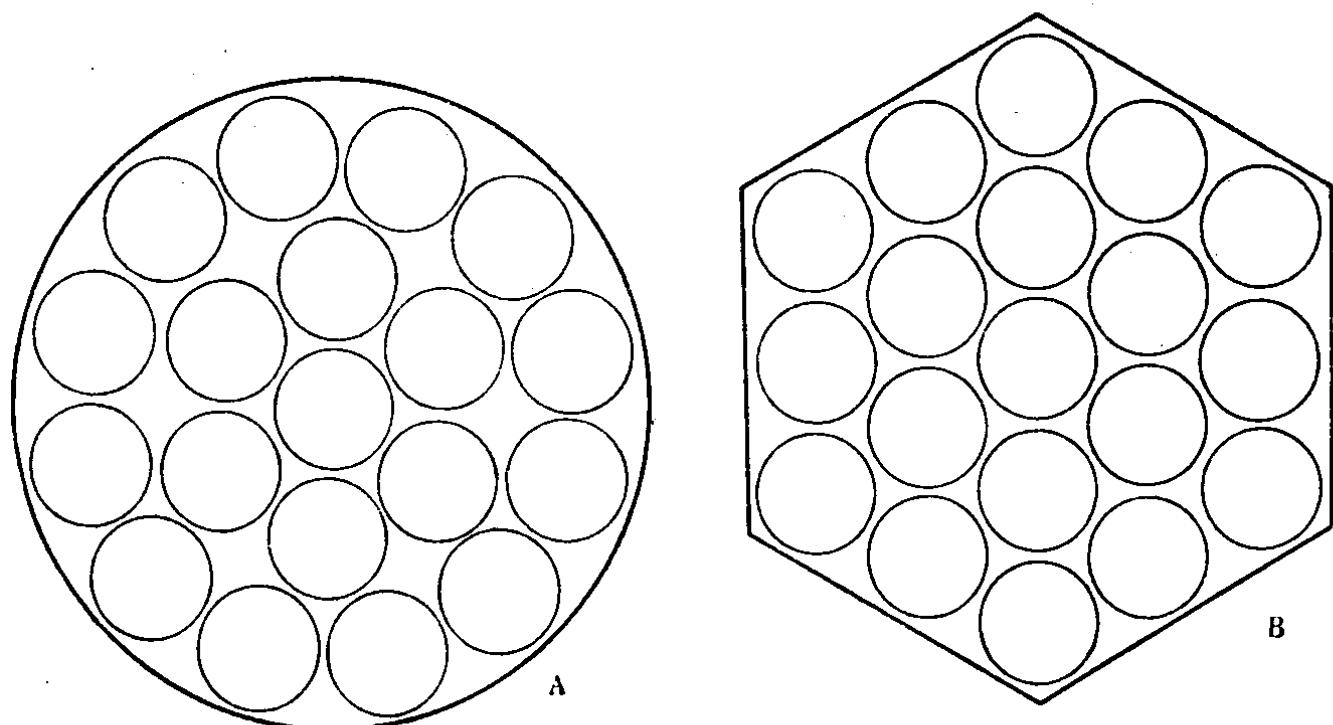


图 1 在圆形和六角形流管内典型的 19 根元件棒束的剖面图

冷却剂物性发生变化的地方。

转向叉流的理论解析承认从第 i 支孔道到第 j 支孔道在其共同边界上可以有一个净流量。这显然比穿过每个支孔道边界的净流量都等于零的湍流交换工况更有普遍性。事实上，这个不等于零的流量是转向交混与湍流交混之间在物理上的基本差别。转向叉流率 W_{ij} 是一个实际的物理流量，而 W'_{ij} 是一个半虚构的量，它表示湍流交换的有效数值，而不是某个具体的可测定的流率。在实践中 W'_{ij} 是这样推断出来的：先测定支孔道的焓或示踪剂的分布，然后按照某种模型，设想所观测到的情况是由某个侧向流

体流的量造成的，该量就是 W'_{ij} 。

2. 强迫交混

强迫交混是流道内存在针状定位件或格架而引起的支孔道之间的交换。这些突起可以简单地以随机方式打乱流体流，此种情况就用“流动散射”这个名称，不然就把一部分流体流分往优先的方向，此种情况就用“流动后掠”这个名称。

(1) 流动散射 这是指与定位格架、疣型定位件、轴向或周向肋片、以及端板等有关的无定向交混效应，它们打乱了流线并引起湍动，但无明显取向。流动散射效应的理论解析与湍流交换效应的理论解析相类似，而事实上现有的几种方法都是把湍流交混参量的值简单地加上某个经验量或直观量，来考虑流动散射的效果。

(2) 流动后掠 这是指与绕丝定位件、螺旋形肋片、轮廓格架、以及交混翼等有关的定向叉流效应。这些部件在优先方向造成一个净的叉流率。因此流动后掠效应与转向叉流效应都是定向驱动力作用的结果，而不是随机的流体流扰动的结果，在这个意义上它们是类似的。在旺盛工况下，流入任一支孔道的叉流质量流率等于流出它的质量流率，即对于第 i 支孔道有：

$$\sum_j W_{ij} = - \sum_i W_{ji}$$

二、交混在设计考虑中的重要性

采用燃料棒束的主要反应堆类型以及它们的棒束几何特性都摘要列在表 1 中。对于重水和轻水慢化的水堆来说，改善支孔道特性限额的关键在于临界热通量的预计。在综合棒束的实验临界热通量数据时，如果不是考虑棒束的平均工况，而是考虑在观测到临界的那个位置的局部的冷却剂工况和热通量工况，将能够使关系式有很大的改善。对于在相当大过冷度下运行的有机冷却堆或钠冷堆来说，更明显地对气冷堆来说，临界热通量的限制是第二位

表 1 使用棒束的一些反应堆类型的典型组件几何形状

反 应 堆 类 型	棒 直 径 (吋)	定 位 方 法	定位件 轴向节距 (吋)	棒与棒之 间的间隙 (吋)	节 径 比	棒 的 排 列	每 个 组 件 内 棒 的 数 目	活 性 料 长 度 (吋)
A 单相冷却剂								
加压重水堆 a) 道格拉斯角 (Douglas point) ——第一次装料	0.6	双头绕丝 (只有内圈和 外圈的6根元件上绕 丝)	9.125	0.048	1.08	三角形和正方形	19	19.5
——换料	0.6	斜开口定位件——疣型 (宽0.100吋, 长0.340 吋, 最少沿圆周每隔60° 有一个)	在棒束中 在线平面	0.048	1.08	三角形和正方形	19	19.5
b) 皮克灵(Pickering)	0.6	斜开口定位件——疣型 (宽0.100吋, 长0.340 吋, 最少沿圆周每隔60° 有一个)	在棒束中 在线平面	0.049 (最小)	1.082	三角形和正方形	28	19.5
c) 卡罗来纳-弗吉尼亞 压 力 管 式 反 应 堆 (CVTR)	0.487	绕丝	15	0.113	1.23	三角形 (使用了六 角形的挡流板)	19	9.6
d) 针再循环试验堆 (PRTTR)-I型	0.504	绕丝 (19根棒中只有12 根顺时针方向, 6根逆时针 方向)	10	0.072	1.15	三角形	19	8.8
加压轻水堆	0.4—0.5	格架	14.4	0.130— 0.150	1.31	正方形	15×15 (从这个排 列中去掉21根棒作 为控制棒管道和供 给检测仪器用)	144
液态金属快中子增殖堆	0.23—0.30	绕丝或格架	6—12	0.030— 0.100	1.13— 1.3	三角形	169—271	18—40

续表

反 应 堆 类 型	棒 直 径 (吋)	定 位 方 法	定 位 件 轴 向 节 距 (吋)	棒 与 棒 之 间 的 间 隙 (吋)	节 径 比	棒 的 排 列	每 个 组 件 内 每 根 棒 的 数 目	活 性 燃 料 长 度 (吋)
气冷堆								
a) 改进型气冷堆—丹季尼克斯B (Dungeness B)	0.60	格架(为了改善传热, 还装有周向肋片, 肋片高0.011吋, 节距0.079吋)	20.4	0.40	1.67	三角形和正方形	36 (加上中心的支撑棒)	40.8
b) 实验气冷堆 (EGCR)	外径0.707 (内径0.323)	格架	13.3	0.293	1.41	三角形	7	26.6
c) 移动式低功率装置1 (ML-1)	0.241	绕丝 (中心棒不绕)	6.75	0.040	1.165	三角形	19	32.6
有机冷却堆								
a) (ORGEL)	1.09	定位肋片——每根棒3条, 高0.075吋。还有传热肋片, 每根棒36片, 高0.043吋	47.2	0.150	1.138	三角形	7	32.6
b) 重水慢化有机冷却堆(HWOCR)	0.517 和0.312	端板。还有传热肋片, 每根棒12片, 高0.076吋	48	0.162	1.31	三角形	37 (6根小直径的)	43
c) “白壳”有机重水堆铝包壳 (WR-1) —— 铀包壳 —— 钍-铌包壳	0.608	三头, 肋片(整体的)(中心棒上没有)	20	0.040	1.066	三角形和正方形	18 (加上中心的挤压水棒)	32.7
	0.600	双头, 绕丝(只有内圈和外圈的6根棒上绕丝)	9.125	0.048	1.080	三角形	18 (加上中心的挤压水棒)	19.5
B 两相冷却剂								
轻水冷却和慢化的堆								
a) 沸水堆(BWR)	0.5—0.6	格架	18	0.160—0.180	1.33	正方形	7 × 7	144
轻水冷却重水慢化的堆								
a) 加拿大ELW	0.775	斜开口定位件——疣型 (宽0.125吋, 长0.31吋, 沿圆周每120°一个)	9	0.040	1.05	三角形和正方形	18 (加上中心的挤压水棒)	19.7

的或不存在的。在这些情况下，考虑了交混就可以更准确地确定包壳热点的温度，这对改进反应堆的性能是重要的。很明显，由于考虑交混而改善支孔道里面各参量的限额，就可以促使在燃料棒束的其它许多工况的计算方面也有所改进。在这些设计工况中，重要的有诸如流动不稳定性的始点、可容许的燃料肿胀和棒弯曲的限度以及支孔道流动阻塞的检别和阻塞的后果等等。

以前，虽然有些设计者已经采用经验的交混数据来确定燃料棒束的几何特性，可是在大多数情况下，设计出来的棒束都没有事先考虑交混现象。然而，最近随着解析法预计这些现象的能力的增强，总的的趋势是事先考虑到交混现象。例如，正在编制一个方案设计用的程序，其中考虑了交混效应和现有的有关的临界热通量数据，以便在重水反应堆棒束的设计中加以应用。在钠冷快堆中选用定位格架组件还是绕丝定位组件时，对这两个竞争方案的交混特性也进一步作了考虑。对于水堆和钠堆中用的格架组件，正在进行大量的实验，以研究用流动后掠器件来加强交混的各种有效方法。这些实验还研究端板、疣以及其它流动散射器件对交混的影响，以确定这些器件对交混的贡献，并在与它们原来的针状定位或支承的主要目的不矛盾的情况下，尽可能使它们对交混的贡献达到最大。

在棒束的性能中，这四种交混效应究竟哪一种更重要，取决于棒束的几何特性。在所有情况下，湍流交换都存在，它造成了一个在轴向比较均匀的单位横截面上的交叉流率 W'_{ij}/C ，该流率与几何因子 $d e_i / Z_{ij}$ 部分地成正比。另一方面，转向叉流在棒束中只在与前述引起转向叉流的那些特性相一致的情况下才存在。此外，这个叉流分量沿轴向是变化的，因而只有在特定的轴向区域内，它才叠加到本底湍流交换分量上去。

对于格架型或疣型定位组件，在每个突起的下游，由这些突起引起的流动散射效应将迭加到交混的本底湍流交换分量上去。由于这些流动散射效应只存在于定位件下游一段有限距离内，所以这些定位件的轴向节距决定着定位件之间的净交叉流率是否被

降低到本底水平。在这种情况下，虽然紧接格架下游处的交叉流率可以达到湍流本底值的好几倍，但对棒束热工性能的净效应却取决于对棒束的详细分析，这样才能确定在突起处或突起与突起之间的裸棒区内是否会发生所限制的工况。

反之，对于绕丝或带肋组件来说，这些定位件会产生一个流动后掠即定向叉流效应。这个效应虽然并不一定是轴向均匀的，但却提高了沿整个棒束的轴向长度上的湍流交换分量。由于这些缠绕式定位件引起的交叉流率可以达到湍流交换引起值的三、四倍，所以在这类组件中，更准确地确定由湍流交换引起的交叉流率的必要性就不大了。

在钠冷系统中，钠的高热导率带来了两个进一步考虑的问题：第一，分子传导机理使径向温度分布均匀化，从而使我们集中注意的对流交混效应有所增强；第二，由于热量涡团扩散率与动量涡团扩散率之比等于 1 这样一个平常的假设遭到否定，因此计算出的对流效应要有所修正。对于钠来说，用 $\bar{\psi}$ 表示的比率 ϵ_H/ϵ_M 与雷诺数有关。德怀尔 (Dwyer)^[5] 在其评述性文章中，摘要叙述了预计有效平均值 $\bar{\psi}$ 的现有各种方法，并推荐采用下列表达式：

$$\frac{\epsilon_H}{\epsilon_M} = \bar{\psi} = 1 - \frac{1.82}{P_r \left(\frac{\epsilon_M}{\nu} \right)_{\max}^{1.4}} \quad (1)$$

式中 $\left(\frac{\epsilon_M}{\nu} \right)_{\max}$ 是流道内 ϵ_M/ν 的最大值，它是雷诺数的单值函数。

在低雷诺数下， $\bar{\psi}$ 接近于零，因为较热的涡团在移动中把热量传给了周围的液态金属。在高雷诺数下， $\bar{\psi}$ 接近于 1，因为涡团运动很快，它们在移动中失去的热量很少很少。

因此在典型的设计情况下，当把水的交混数据加以修正而用到钠上面去时，由于钠的热导率高，必须考虑分子传导和 $\bar{\psi}$ 减到 1 以下这两个因素，而这两者的作用是相反的。虽然在大多数情况下，净效应是使交混效应增加，但是对于变形的或部分堵塞

的支孔道这类情况，由于适用的是低雷诺数，所以值得更精密地加以研究。

虽然已经说过几个交混效应是分离的和可迭加的，但是必然存在一定程度的相互作用。例如，可以预料，由转向叉流和流动后掠引起的定向流率，将对由湍流交换和流动散射引起的无定向流率起修正的作用。虽然这些相互作用的考慮现在还没有明确地用公式表示出，但是可以预料，在描绘各种燃料棒束的热工性能时，这些相互作用有很大影响。例如，在重水慢化堆中为了能在线换料*，冷却剂孔道中装有多达 12 节短的燃料棒束。由端板和上下两棒束之间的角度没有对准而引起的几何上的扰动，将在所定义的几个交混效应之间造成相当大的相互作用。

虽然本评述集中注意的是棒束内的交混，但应该认识到，在平行平板组件中形成的矩形冷却剂孔道里面，交混效应也可能是重要的。在这些流道的角落里是一些实际的旁路流动区，它们造成一些焓值较低的区，这些区与较热的中心区相交混。对于使用狭孔道和高冷却剂速度的设计来说，如象克罗夫特 (Croft)^[6] 发表的有关改进试验性反应堆 (ATR) 组件的这类实验表明：由于交混特性而提高了的设计限额，对预计组件的热工性能方面具有决定性的意义。

三、现有的数据和关系式

在这一节中，我们将列举以前在文献 [1]，[2] 和 [3] 的评述中没有包括的现有的交混数据，我们还将讨论为计算交混率而提出的各种关系式和方法。

在几乎所有的燃料棒束支孔道解析中都采用“集总参数”近似。在这个近似中，把燃料棒束流通截面积分成一些界限清楚的平行支孔道。这些支孔道的边界被适当的燃料元件表面和流管表面、以及穿过元件之间间隙区喉部的假想直线所限定。在支孔道

* 一种用计算机控制的换料方法。比不停堆换料方法更为先进。——译者注

内部，冷却剂速度、温度、压力、含汽量（对于两相工况）或其它物性值的径向变化或周向变化都忽略不计。但是，作为支孔道界限的各根燃料元件表面或流管表面可以赋予不同的热通量。在考虑任何两个支孔道 i 和 j 之间的交混时，集总参量近似的假设：支孔道 i 的流体特性传输到支孔道 j 所经过的距离为有效交混距离 Z_{ij} 。一般来说， Z_{ij} 与两个支孔道质心之间的距离 Y_{ij} （图 2）是不同的。对这个有效交混距离作的具体规定是各种交混模型的一个重要内容。

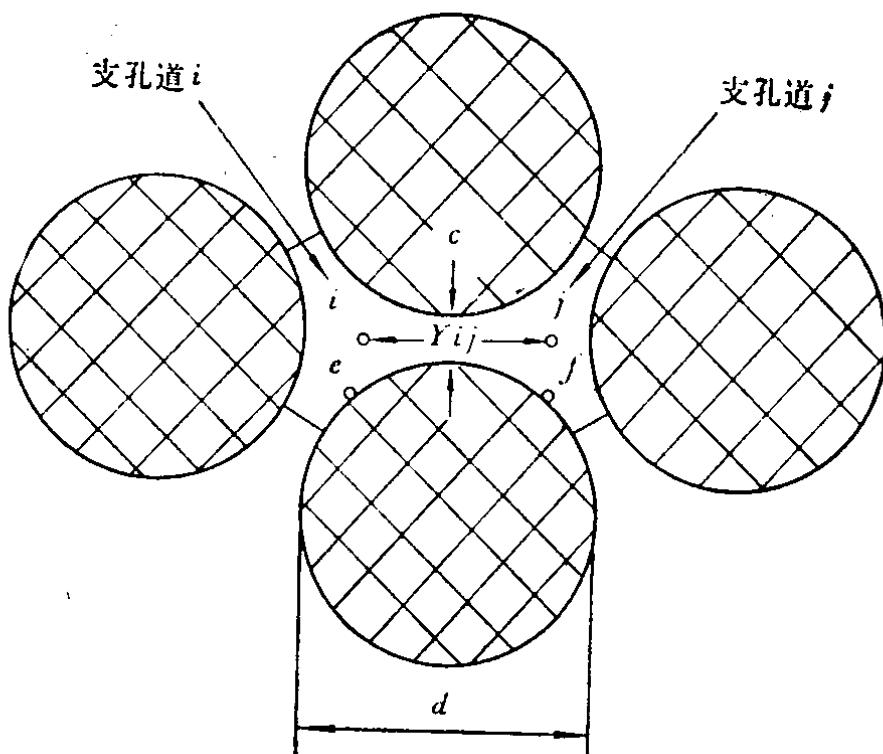


图 2 三角形排列的棒束内两个连通的支孔道的剖面图

当然，支孔道之间实际的交混过程比集总参量近似所假设的要复杂得多。例如，对湍流交换来说，交混是湍动的强度和规模的结果，也是局部温度梯度和速度梯度的结果，而温度梯度和速度梯度穿过两个支孔道时都是连续变化的。最后，考虑这些连续变化的近似，如尼辛(Nijsing)及其同事们^[7,8]所作的近似，应能更好地解析交混过程。

1. 自然交混的数据和关系式

(1) 湍流交换 表 2 列举了以前在科茨^[1]、莫耶^[2]以及威尔

逊和托德雷斯^[3]的评述中没有完全包括的实验计划。在这些计划中，只有罗(Rowe)和安格尔(Angle)^[9]的工作是针对自然交混、湍流交换工况的。但是，这个工作的最后结果现在还没有实用价值。

正如威尔逊和托德雷斯所指出，已经提出的湍流交换的各个关系式虽然形式不同，但基本结构类似。我们将对威尔逊和托德雷斯的近似加以修改，用稍微不同的方法来表示这个类似的基本结构。

支孔道之间的湍流交换交混是用 W'_{ij} 表征的，它是假想的支孔道单位长度的等效横向流率。这一点前面已经说过。如果忽略物性随温度的变化，则由这个假想的交混流率所传输的热量与 i 和 j 两个支孔道间由横向涡团扩散率所传输的热量之间的能量平衡为

$$W'_{ij}(h_i - h_j) = \rho C \bar{\epsilon}_{H_{ij}} \left(\frac{dh}{dz} \right)_{ij} \quad (2)$$

我们把平均的焓梯度用下式来近似：

$$\left(\frac{dh}{dz} \right)_{ij} \approx \frac{h_i - h_j}{Z_{ij}} \quad (3)$$

把这个方程代入方程 (2)，就得到湍流交换交混率的基本方程：

$$W'_{ij} \approx \frac{\rho C \bar{\epsilon}_{H_{ij}}}{Z_{ij}} \quad (4)$$

把方程(4)除以 $G_i C$ ，我们得到基本湍流交换交混方程的无因次形式：

$$M_{ij} = \frac{W'_{ij}}{G_i C} \approx \frac{\rho \bar{\epsilon}_{H_{ij}}}{G_i Z_{ij}} \quad (5)$$

无因次参量 M_{ij} 是假想的单位面积的横向流率（即横向质量速度）与其中一个支孔道内的轴向质量速度之比。按照湍流对流传热来推论，把 M_{ij} 称为交混斯坦顿(Stanton)数。

表 2 在科茨、莫耶以及威尔逊和托德雷斯

来源和文献号	棒的数目和 几何形状描述	试验段几何形状			定位	
		棒 直 径- 横 向 节 距 (吋)	s/d	长 度 (吋)	型 式	有 效 的 定 向 结 构
罗和安格尔 ^[9]	2, S↔S*	0.564— 0.584	1.0355	60	无和疣型	无
尼辛等 ^[10]	4, T↔T*	0.564— 0.650	1.150	47.3	三头螺旋形肋片	反向
SNECMA ^[11]	2, S↔S	0.394— 0.591	1.50	54	在每个支孔道内 有缠绕的带	在相邻两 支孔道内 系反向
克拉克 ^[12]	19—加拿大压重 水堆棒束型： a) C19C15A; b) C19C15B	0.598— 0.640	1.0825	19½	螺旋形 外圈中的 6 根元 件上(1根有、1根 没有)。内圈的 6 根元件上。双 头。	同向
塔拉苏克和 罗杰斯 ^[13]	19—a) 加拿大压 重水堆 C19C15 A; b) 加拿大压重 水堆 C19C15B; c) “白壳”有机 重水堆(WR-1) O ¹⁹ C ⁵⁶ A	1.868— 2.024	1.0835	60½	a) 和 b) 螺旋形 —外圈中的 6 根元件上(1根有 1根没有)和内 圈的 6 根元件 上。双头。c) 螺 旋形—除中心 元件外的所有元 件上。三头。	同向 同向 同向

* S——正方形节距的支孔道。

T——三角形节距的支孔道。

莫耶^[2]、拉皮尔 (Rapier)^[14]、罗和安格尔^[15, 16] 以及 罗杰斯和塔拉苏克(Tarasuk)^[17]都提出了各自的湍流交换关系式，在推导这些关系式时，他们都利用了方程(4)或(5)，或者与它们等价的另外一些方程。由于对热量的平均横向涡团扩散率 $\bar{\epsilon}_{H,\parallel}$ 和有效

的评述中没有包括的一些实验计划的说明

件 轴向节距 (吋)	流 体 和 流 动 工 况					径 向 热分布	实 验 方 法
	流 体	温 度, °F	压 力, 绝对磅/ 吋 ²	G, 磅/小 时·呎 ² × 10 ⁻⁶	Re × 10 ⁻³		
—	水	95—496	350—770	0.95— 2.90	~65和 ~320	均匀	LiOH 示踪剂 D ₂ O 示踪剂 T ₂ O 示踪剂
47.3	水	室温	大气压	1.6—3.2 (平均)	~9和 ~18	无	NaCl 示踪剂
1.77	水-空气 混合物	室温	大气压	水: 0.5 到 2.0 (表面 的) 空气: 0.017 最 大 (表面 的)	水: 6.8 到 17.8 (表 面的)	无	在不同的轴向位置 把空气注入一个孔 道。在孔道末端把 空气和水的两相流 分离和测定
C19 C15A- 9 ³ / ₁₆	水	80—100	大气压	2.87— 7.44	25.7— 80.9	无	热水(200°F)注入
C19 C15B- 18 ¹ / ₄							
28.7	水	149	大气压	5.75	141	无	LiNO ₃ 示踪剂
57.0		149和174	大气压	4.80— 5.75	130—176	无	
62.5		40—173	大气压	3.66— 6.24	26—130	无	

交混距离 Z_{ij} 的假设不同，最后的综合方程也不一样*。另外一个差别出现在两个相邻支孔道不相同时所用的平均方法上。表 3

* 拉皮尔的近似与其他人的不同之处在于：他用了虚构的有效间隙，而不是实际间隙。

列举了各个研究者所采用的假设。

现在我们来逐个考虑这些近似。

利用表 3 列出的假设，莫耶推导出方程

$$\frac{W'_{ij}}{W_i} = \frac{2\sqrt{2}}{20} \sqrt{f} \frac{C}{Z_{ij} P_{W_i}} \quad (6)$$

威尔逊和托德雷斯指出：利用常用的摩擦系数方程 $f = aRe^{-n}$ ，这个方程变为

$$M_{ij} = \frac{\sqrt{2a}}{40} \left(\frac{de_i}{Z_{ij}} \right) Re^{-n/2} \quad (7)$$

表 3 湍流交换交混关系式中所作的假设

研究者和文献号	$\bar{\epsilon}_{Hij}$ 的假设	Z_{ij} 的假设	平均的方法
莫耶 ^[2] (依据卡特切 和雷诺 ^[18] 的 近似)	根据尼库腊齐(Nikuradse) ^[19] 的圆管中心区旺盛通用速度分布图 $\frac{\epsilon}{\nu} = \frac{Re}{20} \sqrt{\frac{f}{2}}$	两个支孔道轴线之间的质心距离, Y_{ij}	忽略
拉皮尔 ^[14]	同上 $\frac{\epsilon}{\nu} = \frac{dU^*}{20} = \frac{Re}{20} \sqrt{\frac{f}{2}}$	质心距离 Y_{ij} (近似的)。使用了比实际间隙大的有效间隙	使用了速度和剪应力速度的算术平均
罗和 安格尔 ^[15,16]	正比于赖卡特 (Reichardt) ^[20] 的圆管中心区的关系式 $\frac{\epsilon}{\nu} \propto Re \sqrt{\frac{f}{2}}$	等于间隙	使用了算术平均的雷诺数。在方程(5)中使用了算术平均的 G 。使用了权重平均的当量直径。
罗杰斯和塔拉 苏克 ^[17]	类似于埃尔德 (Elder) ^[21] 的侧向 ϵ_D 的形式 $\frac{\epsilon}{\nu} = K' Re^m$	$\frac{Z_{ij}}{d} = K_g \left(\frac{c}{d} \right)^r$	使用了算术平均的涡团扩散率

式中 $Z_{ij} = Y_{ij}$ ，即在这种情况下等于质心距离。应当注意 a 和 n 是由摩擦系数关系式所规定，因此无论在方程(6)还是(7)中都没有可调整的经验常数。对于光滑表面，因为在很宽的雷诺数范围内 $n=0.2$ ，所以方程(7)中雷诺数的指数为 -0.1 。