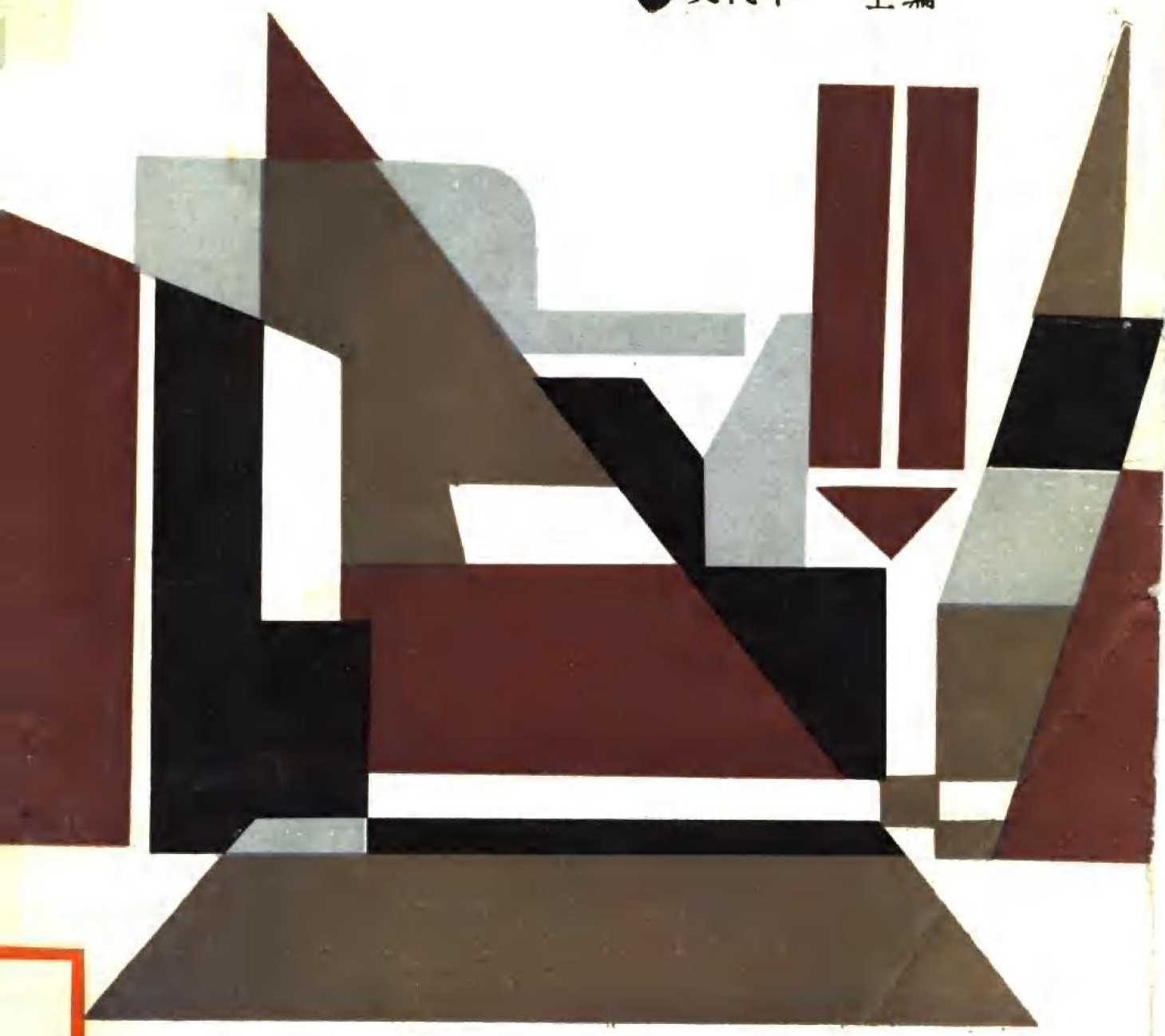


工业与民用建筑专科系列教材



材料力学

● 吴代华 主编



武汉工业大学出版社

材 料 力 学

吴代华 主 编

沈大荣 主 审

朱益清 责任编辑

*

武汉工业大学出版社出版发行

(武昌珞狮路14号)

新华书店湖北发行所经销

湖南省华容县国营印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16(胶印) 印张: 20.75 字数: 430000

1988年7月第一版 1988年7月第一次印刷

印数: 1—18000

ISBN 7-5629-0011-6/TU·0004

定价: 5.60元

“工业与民用建筑”专科系列教材

出版说明

本系列教材的出版,是为了适应四化建设多层次培养人才,以及当前“工业与民用建筑”专科教材建设上的迫切需要而组织的。考虑到该专业(大专)国家还无统一的教学计划和课程教学大纲,故本系列教材编写前曾征集部分院校意见并进行归纳整理,制定了系列教材“编写总纲”,其主要编写要求是:

贯彻“少而精”的原则,加强基本理论、基本技能和基本知识的训练。各本教材字数按教学时数控制在每学时4000字左右。编写时要做到内容精练、叙理清楚、体系完整、特色鲜明。文字力求通俗流畅,插图力求形神兼备。对涉及到国家标准和规范的内容,均以现行国标(部标)和规范为准。对即将颁行的新规范,则以新规范的报批稿(或送审稿)为准。对教材中符号、计量单位和术语,则尽量采用《建筑结构设计通用符号、计量单位和基本术语》GBJ83—85的规定。

本系列教材的编写人员主要是武汉工业大学、湖南大学、华中理工大学、武汉冶金建筑专科学校和湖南城市建设专科学校等有丰富教学经验的教师。主审人员为全国部分高等院校和科研院的教授和专家。

本系列教材的出版在我国还是初次,且由于组稿仓促,缺点和不当之处一定很多,希读者指正,不胜感谢。

“工业与民用建筑”专科系列教材编审委员会

编 审 委 员 会

顾 问 袁润章 成文山 王龙甫

主 任 沈大荣

副主任 沈蒲生

委 员 (以姓氏笔划序)

刘声扬	刘鉴屏	吴代华	沙钟瑞	胡 逾	施楚贤
高琼英	黄仕诚	彭少民	彭图让	蔡伯钧	魏 璋

“工业与民用建筑”专科系列教材书目

- | | | |
|----------|-----------------|----------------|
| 1、建筑材料 | 5、结构力学 | 9、土力学地基与基础 |
| 2、建筑工程测量 | 6、钢结构 | 10、建筑施工 |
| 3、理论力学 | 7、钢筋混凝土结构(上)(下) | 11、建筑工程经济与企业管理 |
| 4、材料力学 | 8、砌体结构 | |

前 言

本书是根据高等工业专科学校工业与民用建筑专业材料力学教学大纲(90学时)编写的,作为工业与民用建筑专业专科系列教材之一。同时也适用于电视大学、函授大学、职工大学以及一般高等院校中同类学时的材料力学课程的教材。

本书包括绪论、轴向拉伸与压缩、材料的力学性质、剪切、扭转、截面的几何性质、梁的内力、梁的应力、梁的变形、应力状态和强度理论、组合变形时的强度计算、压杆稳定、动载荷、疲劳强度与断裂韧性以及专题简介(能量法及超静定梁)等十六章。书中附有大量习题以供选用,全部习题均给出答案。

参加本书编写工作的有:武汉工业大学吴代华(主编,第一、二、三、四、五章,附录)、蒋沧如(第六、十三、十四、十五、十六章),薛根生(第七、八、九章)、武汉冶金建筑专科学校王树芳(第十、十一、十二章)、晏石林、关琦琳、赵扬霞同志参加了绘图、整理等工作。武汉工业大学工程力学系材料力学教研室给予了大力支持和帮助,谨此致谢。

本书承主审人武汉工业大学沈大荣教授仔细审阅,提出了许多宝贵意见,编者表示衷心的感谢。

限于编者水平,本书一定存在不少缺点和不妥之处,请广大教师和读者提出批评指正。

编 者

一九八七年八月

目 录

第一章 绪 论.....	(1)
§ 1-1 材料力学的任务.....	(1)
§ 1-2 变形固体及其基本假设.....	(2)
§ 1-3 杆件变形的基本形式.....	(3)
第二章 轴向拉伸和压缩.....	(6)
§ 2-1 轴向拉伸和压缩的概念及实例.....	(6)
§ 2-2 内力 截面法.....	(6)
§ 2-3 轴向拉伸和压缩时横截面上的内力—轴力 轴力图.....	(7)
§ 2-4 轴向拉伸和压缩时的应力	(10)
§ 2-5 容许应力 轴向拉伸和压缩时的强度条件	(15)
§ 2-6 轴向拉伸和压缩时的变形 虎克定律	(18)
§ 2-7 拉伸和压缩中的超静定问题	(22)
§ 2-8 应力集中的概念	(28)
• § 2-9 圆筒薄壁容器的应力	(29)
习题	(30)
习题答案	(36)
第三章 材料受拉伸或压缩时的力学性质.....	(38)
§ 3-1 材料受拉伸时的力学性质	(38)
§ 3-2 材料受压缩时的力学性质	(43)
§ 3-3 材料受拉伸或压缩时的应变能	(45)
§ 3-4 安全系数的选择 容许应力的确定	(47)
第四章 剪 切.....	(49)
§ 4-1 剪切的概念及实例	(49)
§ 4-2 剪切的实用计算及强度条件	(50)
§ 4-3 挤压的实用计算及强度条件	(51)
习题	(55)
习题答案	(56)
第五章 扭 转.....	(57)
§ 5-1 扭转的概念及实例	(57)
§ 5-2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图	(58)
§ 5-3 薄壁圆筒的扭转	(61)
§ 5-4 圆轴扭转时的应力和变形	(64)
§ 5-5 圆轴扭转时的强度条件和刚度条件	(68)
§ 5-6 圆轴扭转时的应变能	(71)
• § 5-7 矩形截面杆的扭转	(73)
习题	(75)

习题答案	(77)
第六章 截面的几何性质	(78)
§ 6-1 概述	(78)
§ 6-2 截面的静矩和形心位置	(78)
§ 6-3 轴惯性矩、极惯性矩和惯性积	(79)
§ 6-4 惯性矩和惯性积的平行移轴定理	(82)
§ 6-5 惯性矩和惯性积的转轴公式	(84)
§ 6-6 惯性矩的近似计算方法	(88)
习题	(89)
习题答案	(90)
第七章 梁的内力	(91)
§ 7-1 梁的平面弯曲概念和实例	(91)
§ 7-2 梁的简化及静定梁的基本形式	(92)
§ 7-3 梁的内力——剪力和弯矩	(93)
§ 7-4 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	(96)
§ 7-5 弯矩、剪力与分布载荷集度间的微分关系及其应用	(104)
§ 7-6 叠加法画弯矩图	(107)
习题	(108)
习题答案	(111)
第八章 弯曲应力和强度计算	(113)
§ 8-1 纯弯曲梁横截面上的正应力	(113)
§ 8-2 横力弯曲中的正应力计算	(118)
§ 8-3 梁横截面上的剪应力	(123)
§ 8-4 梁的合理截面	(132)
* § 8-5 开口薄壁截面的弯曲中心	(134)
习题	(136)
习题答案	(140)
第九章 弯曲变形	(142)
§ 9-1 概述	(142)
§ 9-2 梁的挠曲线近似微分方程及其积分	(143)
§ 9-3 用叠加法求梁的变形	(153)
§ 9-4 简单超静定梁的解法	(155)
§ 9-5 梁的刚度校核及提高梁的刚度措施	(158)
§ 9-6 梁内的弯曲应变能	(161)
习题	(163)
习题答案	(165)
第十章 应力状态和强度理论	(166)
§ 10-1 应力状态的概念及实例	(166)
§ 10-2 平面应力状态下的任意斜截面上的应力	(168)
§ 10-3 平面应力状态下的最大应力 主应力	(172)
§ 10-4 三向应力状态下的最大应力	(176)

§ 10-5 广义虎克定律·····	(177)
§ 10-6 强度理论·····	(179)
§ 10-7 平面应变分析及其在电测法中的应用·····	(184)
习题·····	(187)
习题答案·····	(192)
第十一章 组合变形下的强度计算·····	(193)
§ 11-1 概述·····	(193)
§ 11-2 斜弯曲·····	(194)
§ 11-3 偏心压缩(拉伸)·····	(199)
§ 11-4 弯扭组合强度计算·····	(206)
习题·····	(209)
习题答案·····	(212)
第十二章 压杆稳定·····	(214)
§ 12-1 压杆稳定性的概念·····	(214)
§ 12-2 细长直压杆的临界力 欧拉公式·····	(215)
§ 12-3 各种杆端约束下细长压杆临界力的欧拉公式·····	(217)
§ 12-4 临界应力 长细比·····	(220)
§ 12-5 中柔度杆的临界应力和临界应力总图·····	(224)
§ 12-6 压杆的稳定性计算·····	(225)
§ 12-7 提高压杆稳定性的措施·····	(231)
• § 12-8 梁、拱、板、壳稳定问题简介·····	(232)
习题·····	(233)
习题答案·····	(237)
第十三章 动载荷·····	(238)
§ 13-1 概述·····	(238)
§ 13-2 构件作等加速运动时的应力计算·····	(238)
§ 13-3 等速旋转圆环的动应力 临界转速·····	(241)
§ 13-4 连杆的动应力计算·····	(243)
§ 13-5 杆件受冲击时的动应力·····	(244)
§ 13-6 冲击韧度和改善结构抗冲击性能的措施·····	(248)
习题·····	(249)
习题答案·····	(250)
第十四章 疲劳强度和断裂韧度·····	(251)
§ 14-1 概述·····	(251)
§ 14-2 交变应力及其循环特征·····	(252)
§ 14-3 材料的持久极限·····	(254)
§ 14-4 影响构件疲劳强度的主要因素和克服方法·····	(255)
§ 14-5 简单的疲劳强度计算·····	(258)
§ 14-6 带裂纹构件的断裂概念及简单分析·····	(259)
习题·····	(262)
习题答案·····	(263)

第十五章 材料力学专题之一.....	(264)
§ 15-1 能量法概述.....	(264)
§ 15-2 外力功和弹性能的计算.....	(264)
§ 15-3 单位力法.....	(267)
§ 15-4 图形相乘法.....	(279)
§ 15-5 功的互等定理.....	(276)
§ 15-6 卡氏定理.....	(277)
习题	(279)
习题答案	(282)
第十六章 材料力学专题之二.....	(284)
§ 16-1 超静定问题概述.....	(284)
§ 16-2 简单超静定梁的解法.....	(285)
§ 16-3 多次超静定问题的正则方程.....	(288)
§ 16-4 用单位力法解超静定系统.....	(295)
习题	(298)
习题答案	(299)
附录 I 简单截面图形的几何性质.....	(300)
附录 II 常用梁在简单载荷作用下的变形.....	(302)
附录 III 型钢表.....	(305)

第一章 绪 论

§1-1 材料力学的任务

在人们的生产和生活实践中，广泛地运用各种机械设备和工程结构。机械设备的零件和结构物的部件，统称为构件。

结构物或机械在正常工作情况下，组成它们的各个构件都要受到相邻构件或其他物体对它的作用，也就是都要受到外力的作用。这些外力统称为作用在构件上的载荷（例如厂房外墙受到风压力、吊车梁承受吊车及起吊物重量等）。

当结构或机械承受载荷时，各个构件都必须能正常地工作，这样才能保证整个结构或机械的正常工作。为此，首先必须要求构件在受载荷作用时不发生破坏，构件破坏了，整个结构当然无法正常工作。如起重机吊索因起吊载荷过大而断裂时，起重机就无法工作。但是不发生破坏，并不一定就能保证构件或整个结构正常工作。例如，楼板梁在载荷作用下产生变形太大时，下面的抹灰层就会开裂、脱落；吊车梁因载荷过大而发生过大变形，吊车就不能正常行驶。此外，有些构件在载荷作用下，其原有形状的平衡可能丧失稳定性。例如受压的细长杆，当压力超过一定限度时，杆就不能保持原有的直线形状，而突然从原来的直线形状变成弯曲形状。这种现象称为丧失稳定或简称失稳。构件失稳的后果往往是十分严重的。例如，房屋中承重的柱子如果过于细长，就可能由于柱子失稳而导致整个房屋的倒塌。针对上述三种情况，组成结构或机械的每一构件要能正常地工作，必须同时满足以下三个方面的要求：

- （1）构件在载荷作用下不会发生破坏，这就是要求构件必须具有足够的强度；
- （2）构件在载荷作用下，所产生的变形应在工程上允许的范围以内，这就是要求构件必须具有足够的刚度；
- （3）构件在载荷作用下，应能保持其原有形状下的平衡，即稳定的平衡，这就是构件必须具有足够的稳定性。

对于工程技术人员来说，设计构件时，不但要满足上述强度、刚度和稳定性这三方面的要求，以达到安全目的。同时，还必须尽可能合理选用材料和降低材料消耗量，以符合经济原则。显然，过分地强调安全会造成浪费，而片面地追求经济也会使设计不安全。这两者之间是存在着矛盾的。材料力学的任务就在于力求合理地解决这种矛盾。也正是由于这种矛盾的出现和不断解决，才促进了材料力学不断地向前发展。

构件的强度、刚度和稳定性均与其所用材料的力学性能有关，这些力学性能都需要通过材料试验来测定。此外，对于现有理论还不足以解决的某些问题，也需借助试验来解决。

决。因此，试验研究和理论分析同样都是完成材料力学的任务所必须的重要手段。

综上所述，材料力学的主要任务是：研究构件（主要是杆）的强度、刚度和稳定性，为构件设计提供有关的基本理论、计算方法和试验技术，使能合理地确定构件的材料和形状尺寸，以达到安全与经济的要求。

§1-2 变形固体及其基本假设

一、变形固体

在理论力学中，曾把固体（物体）看作是绝对刚体，也就是假定固体在外力作用（或外部因素的影响）下，其形状和尺寸大小都是绝对不变的。实际上，所谓绝对刚体，在自然界中是不存在的。任何固体在外力作用下，都要或大或小的产生变形，也就是它的形状和尺寸大小总会有些改变。固体产生的变形，有些可以直接观察到，有些变形则可通过仪器测出。由于固体具有可变形性质，所以又称为变形固体。

在理论力学中，研究的是物体在外力作用下的运动与平衡的问题。对于这种问题，固体的微小变形，影响很小，是一个可以忽略的次要因素。因此，可以认为，在外力作用下，固体的几何形状和尺寸大小都绝对不变，这就是用绝对刚体这个抽象的力学模型代替真实的固体，作为研究对象，来进行理论分析。

在材料力学中，主要研究的是构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性问题。对于这类问题，固体的变形虽然很小，但却是主要因素之一，必须予以考虑而不能忽略。因此，在材料力学中我们必须把组成构件的各种固体看作是变形固体。

变形固体在外力作用下，组成固体的各微粒的相对位置会有所改变。在材料力学中，我们主要研究这种外力和变形之间的关系。

工程上所用的材料，在载荷作用下发生变形，当载荷在一定范围内，除去载荷后能立即恢复其原有形状和尺寸大小的，我们把变形固体的这种基本性质，称为弹性。把具有这种弹性性质的变形固体称为完全弹性体。但是，当载荷过大时，则在载荷除去后只能恢复其一部分，这种固体称为部分弹性体。部分弹性体的变形可以分为两部分，一部分是在载荷除去后立即恢复的变形，称为弹性变形，另一部分是在载荷除去后不能恢复而残留下来的变形，称为塑性变形（残余变形或永久变形）。

严格地说，自然界中没有完全弹性体，一般变形固体在载荷作用下，总是既有弹性变形也有塑性变形。但对每一种材料来说，当载荷在一定范围内，其变形可以认为是完全弹性的。多数构件在正常工作条件下均要求其材料只发生弹性变形。所以，材料力学的研究对象是变形固体的弹性变形范围。

二、变形固体的基本假设

为了简化性质复杂的变形固体，便于对构件进行强度、刚度和稳定性计算，在材料力

学中, 根据固体材料的实际性质, 将其抽象为一种理想材料。为此, 对变形固体提出如下几个基本假设。

1. 连续均匀假设

假设变形固体在其整个体积内完全充满了物质, 毫无空隙存在且各处物理性质相同。

实际上, 组成固体是由很多微粒或晶体组成的, 各微粒或晶体之间是有空隙的, 且各微粒或晶体, 彼此的性质并不完全相同。但是由于这种空隙和材料力学中所研究的构件的尺寸相比是极微小的, 同时构件包含的极小的微粒或晶体数目极多, 而且排列很不规则, 物体的力学性能是反映所有组成部分性能的统计平均量。因而可以认为固体的结构是密实的, 力学性能是均匀的。

2. 各向同性假设

假设变形固体沿不同方向物理性质完全相同。

实际上, 组成物体的各个晶体在不同方向有不同的性质。但是一般物体远大于单个晶体, 且这些无数的晶体在物体内部又是杂乱排列着, 因而物体的宏观性质是接近于各向同性的。钢材、铜和浇灌得很好的混凝土, 可以认为是各向同性材料。钢丝、各种轧制的钢和纤维整齐的木材等都是单向同性材料。胶合板、复合材料等则是各向异性材料。

根据上述的假设, 可以认为, 在物体内部各处、沿各方向的变形和位移等物理量是连续的, 可以用坐标的连续函数来表示。同时可以从物体中任何部分取出微小立方体来研究物体的性质, 并可将那些大尺寸试件的试验结果, 应用到微小的立方体上去。

3. 小变形假设

在实际工程中, 大多数构件在载荷作用下发生的变形和构件本身的尺寸相比是很微小的, 同时构件各点处与变形相应的位移也是很微小的。

由于构件的变形很小, 这样在为构件建立静力平衡方程时可以不考虑变形和变形相对应的位移, 而采用构件原始尺寸和外力作用点的原始位置, 这样做引起的误差很微小, 而实际计算却大为简化。

除了上述几个基本假设外, 材料力学中, 还采用一些简化变形或内力的假设, 本书将在以后的某些章节中给予指出。

§1-3 杆件变形的基本形式

工程上构件的几何形状是多种多样的, 如杆件、板、薄壳等。材料力学是以杆状构件为主要研究对象。

杆状构件通常称为杆件或杆, 沿杆长方向称为纵向, 与纵向垂直的方向称为横向。所谓杆件, 是指其纵向尺寸远远大于两个横向尺寸的构件。

沿杆的横向所取的截面称为横截面。各横截面形心的连线称为杆的形心轴或称为轴线。横截面和轴线是表微杆的重要几何特征。

沿轴线各处横截面的形状和大小完全相同的杆称为等截面杆（如图1-1(a)和(b)所示）；否则就是变截面杆（如图1-1(c)所示）。轴线为曲线的杆称为曲杆（如图1-1, (b)和(c)）；轴线为直线的杆称为直杆（如图1-1(a)和(d)）。等截面直杆有时称为等直杆（如图1-1(a)）；几段截面彼此不等而各段内为等截面的直杆称为阶梯杆（如图1-1(d)所示）。

实际构件形状相当复杂，不过常常有很多构件可以近似地简化为杆件来分析，例如建筑结构中的梁、柱，机械设备中的传动轴、螺栓等等。本书主要研究等直杆。

由于作用在杆件上的外力形式的不同，使构件所产生的变形也各不相同，但总不外乎下列四种基本变形形式之一，或者是几种基本变形形式的组合。

1. 轴向拉伸或压缩

在一对方向相反、作用线与杆轴线重合的外力作用下，杆件的主要变形是长度改变（伸长或缩短）。这种变形形式称为轴向拉伸（图1-2(a)）或轴向压缩（图1-2(b)）。

2. 剪切

在一对相距很近的大小相同方向相反的横向外力作用下，杆件的主要变形是横截面沿

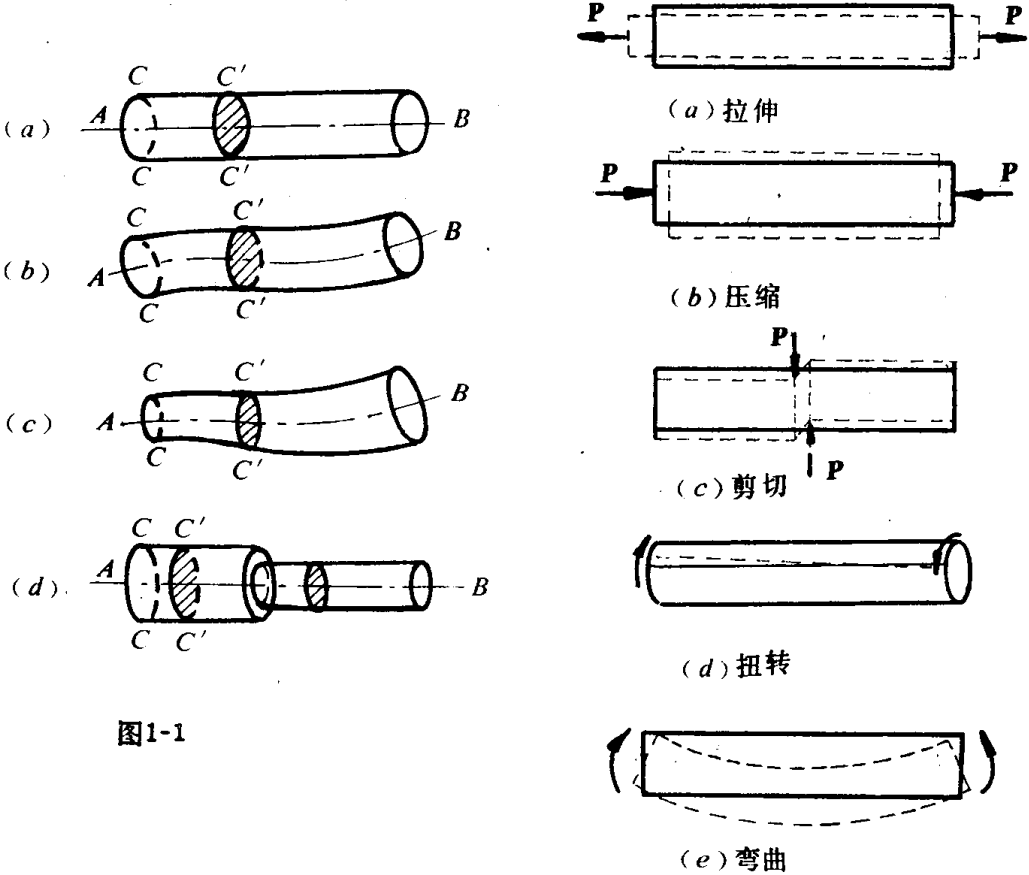


图1-1

图1-2

外力作用方向发生错动。这种变形形式称为剪切（图1-2(c)）。

3. 扭转

在一对方向相反、位于垂直杆轴线的两平行平面内的外力偶作用下，杆的任意两截面将绕轴线发生相对转动，而轴线仍维持直线。这种变形形式称为扭转（图1-2(d)）。

4. 弯曲

在一对方向相反、位于杆的纵向平面内的外力偶作用下，杆将在纵向平面内发生弯曲，这种变形形式称为纯弯曲（图1-2(e)）

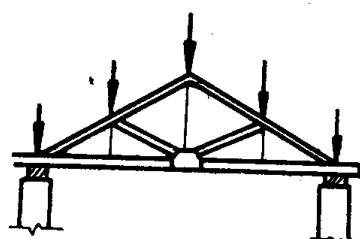
工程实际中的构件可能承受不同形式的载荷，它们的变形较为复杂，不过杆件的复杂变形，可以看作是以上几种基本形式变形的组合。杆件的这种变形称为组合变形。

本书以下几章中，将先分别讨论上述各种基本变形形式，然后再讨论两种以上基本变形的组合情况。

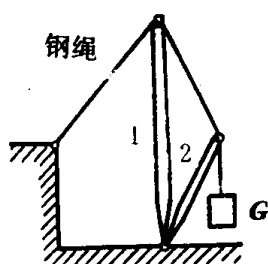
第二章 轴向拉伸和压缩

§2-1 轴向拉伸和压缩的概念及实例

在工程结构及机械设备中，经常会用到一些等直杆的构件。例如图2-1(a)所示的桁架的竖杆、斜杆和上、下弦杆，图2-1(b)所示的起重架中的杆件。作用于这些杆上外力的合



(a)



(b)

图2-1

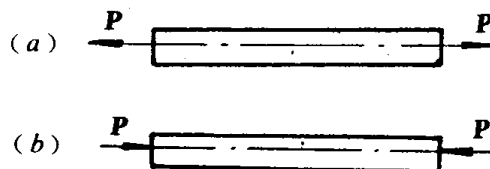


图2-2

力的作用线与杆的轴线重合，构件在这种情况下所产生的变形是纵向伸长或缩短。这种变形形式，为§1-4中所述的轴向拉伸或压缩。这类构件称为轴向受拉（压）杆或简称为拉（压）杆。

实际拉（压）杆的端部有多种连接方式，如不考虑端部连接情况仅将两端附近受到外力作用的构件单独取出，并将其本身形状和受力情况加以简化，就可得到计算简图如图2-2所示，这就是拉（压）杆件中最简单的例子，在它们的两端都只作用有大小相等、方向相反、作用线与杆轴线重合的二力。如果此二力 P 是一对离开杆端截面的力（图2-2(a)），则将使杆发生纵向伸长，这样的力称为轴向拉力；如果是一对指向杆端截面的力（图2-2(b)），则将使杆发生纵向缩短，这样的力称为轴向压力。

§2-2 内力 截面法

一、内力的概念

两端受有外力的拉杆，当外力的大小达到某一极值 P_b 时，杆就会发生断裂，沿断口分为两部分。在外力尚未达到 P_b 时，杆将被拉长而不断开。可见杆在受到外力作用而变形时，其内部各质点间相对位置将发生变化。与此同时，各质点间相互作用的力也发生了改

变。即在杆未断时，上述断口的两侧部分，分布有力相互作用着。固体的某一部分和其他部分之间相互作用的力，一般称为内力。固体未受外力作用时，各质点间本来就有相互作用着。当杆受到外力作用时，固体内部各质点间的相对位置发生变化，致使杆产生变形；与此同时，内力也有所改变，这种由外力的作用所引起的内力改变量，称为“附加内力”，通常简称为内力，它就是材料力学中所研究的内力。

二、截面法

当我们将构件的强度、刚度和稳定性进行理论分析和实际计算时，首先必须求出由于已知的外力作用，在构件某些截面上所引起的内力总和。为此，常须采用截面法。

由于内力是物体内部相互作用的力，为了显示其大小和方向只有将物体假想地截开后才能确定。

设有一物体在外力作用下处于平衡状态。假想在某处用一截面（通常是横截面）将物体截开为两部分A和B（图2-3(a)），弃去一部分，例如B，并将弃去部分B对留下部分A

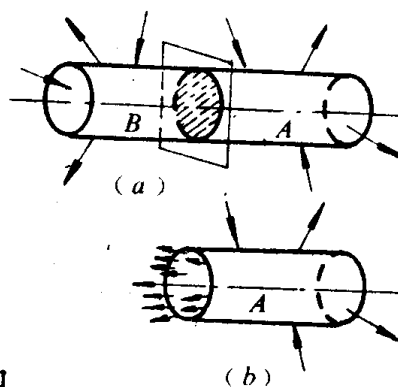


图2-3

的作用以截面上的内力来代替（图2-3(b)）。因为假设物体是连续均匀的，所以内力在截面上是连续分布的，称其为分布内力，这些分布内力就是弃去部分对留下部分的作用力。而内力则是这些分布内力的合力（力或力偶）。

由于整个物体处于平衡状态，那么其每一部分也必须处于平衡状态。取A部分为脱离体，那么作用于A部分上的外力，一般并不是平衡力系，可见在截面上必有内力存在。考虑脱离体A的平衡，列出静力平衡方程，即可由已知的外力求得在截面上的内力。由作用力与反作用力定律可知，在截面两侧部分相互作用的内力，必然是大小相等、方向相反，就整个物体而言，这些内力对物体平衡的影响相互抵消。但对每一部分而言，这种内力却转化为外力且与该部分原来所受的外力组成平衡力系。

这种假想地用一截面将物体截开为两部分，并取其一部分为脱离体，建立平衡方程，从而求得截面上内力的方法称为截面法。

综上所述，截面法包括以下三个步骤：

- （1）假想用一截面将物体在需求内力的截面处截开；
- （2）取被截开物体的任一部分为脱离体，并在截开面上用内力代替弃去部分对该部分的作用；
- （3）列出脱离体的静力平衡方程，即可解出所要求的内力。

截面法是材料力学中应用得很广泛的方法之一。

§2-3 轴向拉伸和压缩时横截面上的内力—轴力 轴力图

一、轴力

现在我们来研究轴向拉伸或压缩时直杆横截面上的内力。如图2-4(a)所示的等直杆，

在轴向外力 P 作用下，为研究其横截面的内力情况，假想用一截面 $m-m$ 将杆分割为I和II两部分，如图2-4(a)所示。取其中的任一部分（例如I）为脱离体，并将另一部分（例如II）对脱离体I部分的作用，在截面上用内力 N 来代替（图2-4(b)），则由静力平衡条件：

$$\sum X = 0 \quad N - P = 0$$

得

$$N = P \quad (2-1)$$

图2-4

同样，若以II部分为脱离体（图2-4(c)），也可求得代表I部分对II部分作用的内力为 $N = P$ ，它与I部分对I部分作用的内力，大小相等、方向相反。因此种内力的作用线通过杆横截面的形心，与杆轴线相重合，故称为轴力。

为便于区别拉伸和压缩，我们对轴力 N 的正负号作这样的规定：拉伸时的轴力值，为正，称为拉力，由图2-4(b)、(c)可见，拉力的指向是离开截面的，压缩时的轴力值为负，称为压力，其指向是朝向截面的。轴力的量纲为〔力〕，在国

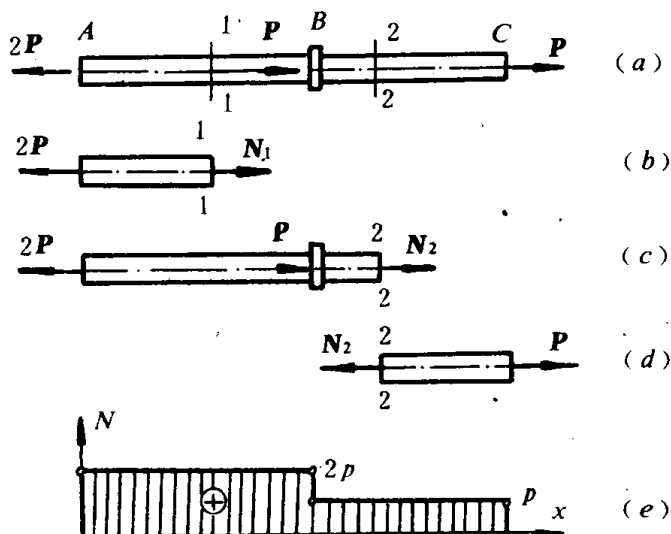


图2-5

际单位制（亦称SI单位制）中，轴力的单位是牛顿或千牛顿（N或kN）；在工程单位制中常用的单位是公斤重或吨重（kgf或tf）

工程结构和机械设备中常有一些杆件，在好几处受到多个轴向外力的作用，研究这种杆件的强度和刚度时，欲求任意横截面上的轴力，仍需采用截面法。例如，计算图2-5(a)所示的承受三个轴向外力的杆，欲求其任意截面1-1，2-2上的轴力，仍用截面法在该截面处切开，任取截面一侧部分来研究，在AB段任一横截面1-1，取左段为脱离体，其受力情况如图2-5(b)所示。由静力平衡方程

$$\sum X = 0 \quad N_1 - 2P = 0$$

得AB段的轴力为

$$N_1 = 2P$$

对于BC段，仍用截面法，用任一横截面2-2将其截开，仍取左段为脱离体，如图2-5(c)所示，得BC段的轴力为

$$N_2 = 2P - P = P$$

同样，也可取截面右侧部分为脱离体（图2-5(d)），所得结果一样。

综上所述，杆任一横截面上的轴力值，等于该截面任一侧杆所有轴向外力的代数和。

这是计算轴力的一般法则。

二、轴力图

由上面讨论可见，当杆受到多个轴向外力作用时，在杆的不同横截面上轴力将不相同。在这种情况下，对杆件进行强度计算时，都要以杆的最大轴力 N_{max} 为依据。为此就必须知道杆的各个横截面上的轴力，以确定最大轴力。为了形象地表示出轴力沿横截面位置的变化情况，常按选定的比例尺，用平行于杆轴线的坐标表示横截面的位置，并用垂直于杆轴线的坐标表示横截面上轴力的数值，从而绘出表示轴力与截面位置关系的图线，即为轴力图。

下面用例题说明轴力的求法与轴力图的作法。

例2-1 一杆所受外力经简化后其计算简图如图(a)所示，试求杆内轴力并作出轴力图。

解：在第Ⅰ段范围内的任一横截面处把杆截开，应用截面法研究截开后左段杆的平衡。假定轴力 N_I 为拉力（图(b)），由平衡方程求得Ⅰ段内任一横截面上的轴力为

$$\sum X = 0 \quad 2 + N_I = 0$$

得

$$N_I = -2 \text{ kN}$$

结果为负值，说明原假定的 N_I 的方向不对，即应为压力。

同样，在第Ⅱ段范围内的任一横截面处把杆截开，仍假定轴力 N_{II} 为拉力（图(c)）（一般均假设它为拉力），由左段的平衡条件，

$$\text{有} \quad \sum X = 0 \quad 2 - 3 + N_{II} = 0$$

得

$$N_{II} = 1 \text{ kN}$$

结果为正，说明 N_{II} 是拉力。

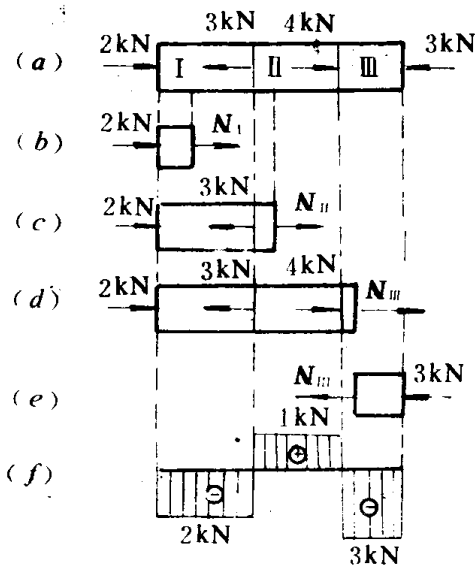
同理，可得第Ⅲ段内任一横截面上的轴力（图(d)）为

$$\sum X = 0 \quad 2 - 3 + 4 + N_{III} = 0$$

得

$$N_{III} = -3 \text{ kN}$$

结果为负值，说明原假定的 N_{III} 的方向不对，即为压力。



例2-1图

在求第Ⅲ段的轴力时，将杆截开后左段杆上包含的外力较多而右段较少，此时宜取右段为脱离体进行研究较为方便。如取右段为脱离体，则由静力平衡条件可得

$$\sum X = 0 \quad -N_{III} - 3 = 0$$

$$N_{III} = -3 \text{ kN}$$