

實 驗 設 計

—互變異分析及Z點設計法之探討及研究—

吳宗正 編著

華泰書局印行

實 驗 設 計

—互變異分析及Z點設計法之探討及研究—

吳宗正 編著

江苏工业学院图书馆
藏 书 章

華 泰 書 局 印 行

版權所有 * 不准翻印

實驗設計

編 著：吳 宗 正

發行者：吳 茂 根

發行所：華 泰 書 局

台北市金華街 181 ~ 1 號

電話：3936633 • 3416633

總經銷：華泰圖書文物公司

台北市金華街 181 ~ 1 號

電話：3936633 • 3416633

印刷者：瑞明彩色印刷有限公司

登記證：局版台業字第 1201 號

中華民國七十年十月十日

定 價：平裝 170 元

精裝 200 元

自序

$CRAC$ (互變異分析設計) 與 Z 點設計法皆屬於實驗設計中分析資料的方法，它們的主要優點是用於降低實驗誤差，提高實驗效率。近年來，實驗設計在工商業及學術界鼎力地推廣下發展迅速，它與品質管制方法不同之處是實驗設計方法可以突破目前技術配合的瓶頸提高生產效率、降低生產成本，而品質管制方法主要是在維持穩定狀況的生產，因此要使產品生產日新愈新，則須仰賴實驗設計的全力發展及應用。多年來，政府大力發展經濟，推廣外銷，爭取外匯，因此產品品質的提升是刻不容緩之事。

實驗設計是屬於現場資料之分析，首先經由工程人員提供各種變因的水準，然後給成特性圖，統計分析人員則依據因子之組成及水準之分類進行實驗設計的解析法。一般實驗設計方法包含有(1)完全隨機設計法(2)完全隨機之互變異分析法(3)隨機集區設計法及(4)拉丁方格設計法，這四種方法是在分析現場資料時最常被使用者，本文將針對完全隨機之互變異分析法及與互變異分析法有密切關聯之乙點設計法從事一系列之分析研究。其中包含處理效果之檢定，調整處理平均數之計算及涵義，多重區間之推定以及配合模式時所必須服從之(1)常態性(2)隨機性(3)一致變異性(4)共同斜率以及(5)共軛變數是否受處理影響之過程進行詳細之探討，由於互變異分析法之應用有若干之限制，所以在文后另外介紹乙點設計法及調整法，最後將就此兩種設計方法做一分析式的比較，以探討分析資料時最佳的應用場合。

本書共分七章，第一章為互變異分析法之導源及敘說，第二章為 $CRAC-r$ 模式之分析過程及應用，第三章為 $CRAC-ab$ 模式之

70-7-31

分析過程及應用，第四章爲多重互變異模式之分析過程及應用，第五章及第六章爲專題探討，在這兩章中將分別詳述互變異分析法及迴歸分析法之對應性以及在應用互變異分析法時須注意的幾個重要問題，第七章爲乙點設計法之導源及應用，在文后並將對C R A C模式及乙點設計法做一合理性之比較，本書之特色是在每一模式之引介及分析過程後，提出一綜合性之實例解析，以使讀者能對C R A C及乙點設計法有較深一層的瞭解，並增強應用時概念之融通。

本書之編著承蒙系上諸位老師之多方鼓勵及指導，始能如期完書在此表示衷心之謝意，又本書承華泰書局吳茂根先生之熱心協助，在此亦一併致謝，著者學識短淺，難免有錯誤之處，尙祈斯學先進不吝賜教！

中華民國七十年九月

吳宗正 謹識于成大

目 錄

第一章	互變異分析設計之導源及敘說	1
第一節	基本概念	1
第二節	採用互變異分析法分析資料之沿革	3
第三節	共軛變數之建立及抉擇	4
第四節	互變異分析模式之特性及分析資料時應具備之條件	5
第五節	互變異分析法應用時須注意之事項	10
第六節	互變異分析法之優點及缺點	13
第二章	$CRAC-r$ 模式之分析過程及應用	15
第一節	模式之構造及意義	15
第二節	模式之性質	16
第三節	一致性變異數之檢定過程——Bartlett 法、Hartley 法及 Cochran 法	18
第四節	共同斜率之檢定過程	23
第五節	共軛變數是否受處理影響之測定及意義	25
第六節	平方和及積和項之分割	26
第七節	調整平方和項之計算	31
第八節	調整後 $ANOV A$ 表之編製及處理效果之檢定	36
第九節	迴歸係數之測定及檢定	40
第十節	調整處理平均數之計算及意義	43
第十一節	$CRAC-r$ 法應用時效之評估	45

第十二節	單一處理平均數之推定	46
第十三節	兩處理平均數間差異之推定	49
第十四節	多重區間之推定——事先型	51
第十五節	多重區間之推定——事後型	55
第十六節	$CRAC - r$ 設計之實例解析(1)(2)	57
第三章	$CRAC - ab$ 模式之分析過程及應用	83
第一節	模式之構造及意義	83
第二節	模式之性質	84
第三節	一致性變異數之檢定過程 ($n > 1$) —— Hartley 之修正法	85
第四節	共同斜率之檢定過程	87
第五節	共軛變數是否受處理影響之測定及意義	88
第六節	平方和及積和項之分割—— AB 交互作用項, A 因子 主效果及 B 因子主效果	89
第七節	調整平方和項之計算—— AB 交互作用項, A 因子主 效果及 B 因子主效果	85
第八節	調整後 $ANOVA$ 表之編製及處理效果之檢定—— AB 交互作用項, A 因子主效果, B 因子主效果	87
第九節	迴歸係數之測定及檢定	101
第十節	調整處理平均數之計算及意義	102
第十一節	$CRAC - ab$ 應用時效率之評估	102
第十二節	單一處理平均數之推定	104
第十三節	兩處理平均數間差異之推定	106
第十四節	多重區間之推定——事先型	108
第十五節	多重區間之推定——事後型	110

第十六節	$CRAC - ab$ 設計中參數之估計及另一種假設之設定	118
第十七節	$CRAC - ab$ 設計之實例解析(3)	119

第四章 多重互變異模式之分析及應用 141

第一節	模式之構造及意義	141
第二節	模式之性質及平衡效果之觀念	142
第三節	一致變異數之檢定過程——Bartlett 法	144
第四節	共同斜率之檢定過程	145
第五節	共軛變數是否受處理影響之測定及意義	147
第六節	平方和及積和項之分割	148
第七節	調整平方和項之計算	154
第八節	調整後 $ANOVA$ 表之編製及處理效果之檢定	161
第九節	迴歸係數之測定及檢定	163
第十節	調整處理平均數之計算及意義	167
第十一節	多重互變異模式應用時效率之評估	168
第十二節	單一處理平均數之推定	169
第十三節	兩處理平均數間差異之推定	170
第十四節	多重區間之推定——事先型	171
第十五節	多重區間之推定——事後型	172
第十六節	多重互變異設計之實例解析(4)	174

第五章 互變異分析設計之專題探討(一)——迴歸分析法 191

第一節	迴歸分析法之意義及應用	191
第二節	迴歸分析法應用於共同斜率檢定之研究	192
第三節	迴歸分析法應用於線型性質檢定之研究	195

第四節	迴歸分析法應用於處理效果檢定之研究·····	197
第五節	迴歸分析法應用於處理平均數間差異推定之研究·····	203
第六節	迴歸分析法與互變異分析調整法之對應性·····	207
第七節	應用迴歸分析法之優點及缺點·····	209
第八節	應用迴歸分析法探討資料之實例解析(5)·····	209
第六章	互變異分析設計之專題探討(二) ·····	223
第一節	<i>CRAC</i> 設計在分析資料時須具備的觀念——偏差影響 的改善·····	223
第二節	<i>CRAC</i> 設計應用時須注意的重要因素·····	225
	6-2-1 斜率不相等時，處理效果差異之探討·····	225
	6-2-2 共軛變數 X 有測度誤差時，處理效果差異之 探討·····	226
	6-2-3 <i>CRAC</i> 設計中其他重要共軛變數引進時，有 關問題之探討·····	229
第三節	P 個共軛變數， r 個處理及一個屬質因子時 <i>CRAC</i> 設 計之探討·····	231
第四節	b_r ， b_w 及 b_B 諸迴歸斜率之探討·····	239
第五節	組間，組內及總平方和之間相關係數之計算及意義··	244
第六節	Block 設計與 <i>CRAC</i> 設計同時應用之實例解析(6)·····	246
第七章	Z 點設計之導源及應用 ·····	259
第一節	Z 點設計法之意義·····	259
第二節	Z 點設計法之優點·····	259
第三節	Z 點設計法之應用·····	260
第四節	兩組調整處理平均數之比較·····	260

第五節	多組調整處理平均數之比較.....	266
第六節	指定參考分類標準時調整平均數之計算.....	267
第七節	一般方法， <i>CRAC</i> 設計及 <i>Z</i> 點設計法之實例解析(7)及 比較.....	269
第八節	<i>CRAC</i> 設計與 <i>Z</i> 點設計法之比較及效率之評估.....	274
參考書目		277
附 錄		281

第一章 互變異分析設計之導源及敘說

第一節 基本概念

- ① **目的**：降低實驗誤差，改善 CR 設計之缺點，提高實驗效率。
- ② **方法**：採用變異數分析（ $ANOVA$ ）與迴歸方法之綜合運用，抉擇適當之共軛變數（ $Concomitant Variables$ ），消除外在之變因，提高檢定效果。
- ③ **範圍**：互變異分析沿自完全隨機設計法（ CR ），因此互變異分析（ $CRAC$ ）可以配合(a)隨機設計實驗(b)隨機集區實驗(c)因子設計實驗(d)拉丁方格實驗及(e)分塊設計（ $split-split$ ）實驗。本文將着重於(a)(b)(c)三種方法之實驗效果，另外由於 $CRAC$ 法之假設條件較多，因此在文后另引介限制條件較少之 Z 點設計法（ $Z-scores$ ），然而 Z 點設計法之抉擇標準不易訂定，所以最後再導引改善之 Z 點設計法，決定一合理之分類標準以從事調整處理平均數之計算。爲了瞭解 $CRAC$ 法之效率及如何配合資料之使用，在本文中將針對 $CRAC$ 法與 Z 點

設計法做一分析式的比較，以使學者瞭解分析資料時應注意的事項，而達到融會貫通之境界。

④ 基本概念及敘說：

實驗是一項過程，要將實驗做得完善，則須注意兩項因素(1)實驗設計及(2)統計分析方法。而在實驗設計中包含有兩項重要的成因(a)為隨機化(b)為重複實驗，因此要將實驗設計進行得臻善，尚須有效地運用這兩項特性。在本文所提及之互變異分析法即為上述實驗設計中的一種，它也是一種統計分析方法，其引用之目的在有效地控制實驗誤差，提高檢定力。互變異分析法本身綜合了迴歸分析及變異數分析之優點，在實驗資料分析中，它擔當相當重要的任務，除了改善原始資料因隨機化所造成的偏差外。在實驗程序中尚可用以探討共軛變數與測度值間的關係程度及處理效果間之檢定與推定。

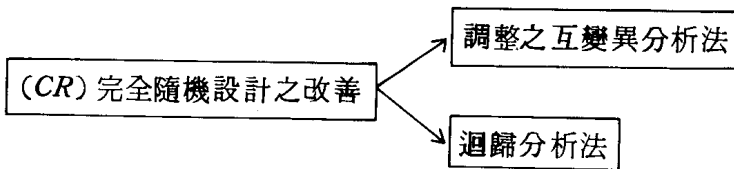
因此互變異分析模式是由相依變數 (Y) 與(1)處理效果 ($\mu_{..} + \tau_j$) 或 ($\mu_{..} + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$) 及(2)共軛變數 (X) 所構成。當然互變異分析模式之組成也可以推廣至較複雜的型式，不過本文中所著重的是常用的 $CRAC-r$ ， $CRAC-ab$ 及多重互變異模式。上述所提及的共軛變數在互變異分析中擔負一項重要的角色。它本身在實驗中是表示一項尚未被控制的變異來源，而且對相依變數 Y 有相當地影響，因此適時地引進共軛變數，可以消除這項變異的來源及影響，使資料能在公正合理地情況下進行一系列的分析及探討。

一般資料分析效率方面，互變異分析法較完全隨機設計為佳，而在改善完全隨機設計 (CR) 方面又較隨機集區設計便於實施，因為在完全隨機設計中由於實驗單位之特性不易控制，雖然採用隨機化實驗但卻無法完全達到隨機性之優點，因此改善的方法可分別經由隨機集區設計及互變異分析法達到目的。但是隨機集區設計通常不易實施

，除非資料是來自實驗方式取得者：否則採用調查資料不易將集區劃分得很臻善，亦即應用隨機集區設計時劃分集區較為困類，所以在改善實驗效率，降實驗誤差方面，互變異分析法不失為一較佳的方法之一。

由於共軛變數之引進互變異分析中可以同時進行處理效果間顯著性之探討及變數間相關性之分析，所以討論範圍較為廣泛且具有縱深度，在本文中將分別引介(1)單一共軛變數之 $CRAC-r$ 模式(2)單一共軛變數重複實驗之 $CRAC-ab$ 模式及(3)兩個共軛變數之多重互變異分析模式之製作過程及分析步驟。

第二節 採用互變異分析法分析資料之沿革



改善 CR 設計法之方法尚有其他設計，本文中針對調整之互變異分析法及迴歸分析法詳加探討，並說明其對應性。早先採用改善 CR 設計的方法是調整後之互變異分析法，因為互變異分析法是源自變異數分析法 ($ANOVA$) 之改良，而且 $ANOVA$ 中之諸項計算方式，學者也較為熟悉，因此，經過調整後之 $COANOVA$ 法在執行及實施方面也較為便利。近年來由於電子計算機的不斷改良，較龐大及複雜的計算及分析步驟皆能藉用計算機之協助而達到所需要的計算結果。由於兩者方法間具有相互對應性，因此進行資料分析時可以將兩者相輔相成的互相運用，在文中首先引介互變異分析法分析資料的一系列步驟及程序，然後推介迴歸方法之應用，最後以表列方式表示兩者方法之

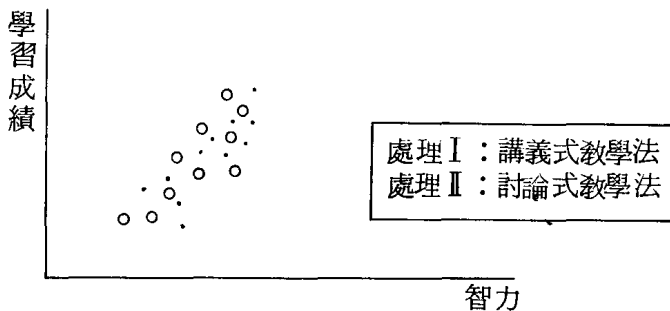
對應性，以使學者能充份地瞭解，而在分析資料時能融會貫通，得心應手。

第三節 共軛變數之建立及抉擇

共軛變數在互變異分析模式中是用於消除未加控制的變異來源，它的功用同於迴歸模式中之獨立變數，但在互變模式中由於多加入處理效果之因子實驗，因此綜合運用之功效及用途較迴歸模式廣泛。因此在實驗之前或收集資料時須事先選定，爲了使互變異分析模式在實驗過程中能充份地發揮功能，該項共軛變數須不受處理 (Treatments) 之影響。因爲共軛變數受到處理影響時，從事互變異分析會消除部份處理對相依變數之研究效果，以致造成不精確之分析，因此在共軛變數受到處理影響時，應用互變異分析法須格外地謹慎，通常爲測定其影響程度，可經由實際收集之資料，予以正式檢定探討，其檢定統計量爲 $F^* = \frac{MSTR_{x_j}}{MSE_{x_j}}$ ， $j = 1, 2$ ，若經檢定結果發現共軛變數受處理

影響之效果存在時，最好重新抉擇一新的共軛變數，否則須另尋求新模式以配合資料。在互變異分析模式中引進共軛變數之主旨是在降低誤差變異及探討變數間關係之密切度，假若共軛變數與相依變數無相關性或相關程度較小時，採用互變異分析法並不能獲得任何效益，此時只要應用一般之變異數分析法即可進行資料之實驗分析。通常吾人在分析資料時所抉擇之共軛變數包含年齡，智力，資質，實驗前之態度傾向，才能等，若採用商店爲實驗單位，則常用之共軛變數爲實驗期間之銷售量，或僱員人數。若有一實例在分析兩種不同教學方法（講義教學法及討論式教學法）對學生學習成績之影響，現由班上50位同學中以隨機方式各分派25位同學進行一種教學方法之學習，然後予

以評定教學方法對學生學習成績是否有顯著之影響，這種實驗設計方法，即為通常所稱之 *CR* 設計。如果分析員仔細地做深入地探討，可以瞭解採用隨機化法時，如果分配效果不佳，難免會使一班學生的資質或智力超過另外一班，亦即會造成實驗單位的特性不易控制，而使資料在進行分析時，造成較大的實驗誤差。若此時分析人員將影響學習成績的變數（智力）引進變異數分析中，即構成上述所提之互變異分析模式，由於 *IQ* 對學生的學習成績有相當重要的影響，因此將其引進模式，可以消滅在 *CR* 設計中受實驗單位特性不同所造成的較大誤差，而使原始資料呈現出真實的一面，此時比較處理間之效果檢定或進行一系列的推定及分析，才會顯得更有意義。在上述資料分析中特別要注意到引進之共軛變數 *IQ* 須不受教學方法（處理）之影響，否則一切的努力將會因處理觀察值之交絡現象，而造成不正確的結果。一般之交絡圖如下所示：



第四節 互變異模式之特性及分析資料時應具備之條件

(一) CRAC 模式之特性① 處理效果之比較—CRAC— r , CRAC— ab 及多重互變異模式

(a) CRAC— r 模式以 $\tau_j - \tau_{j'}$ 表示其差異性，以圖表示即為其高度之差異。

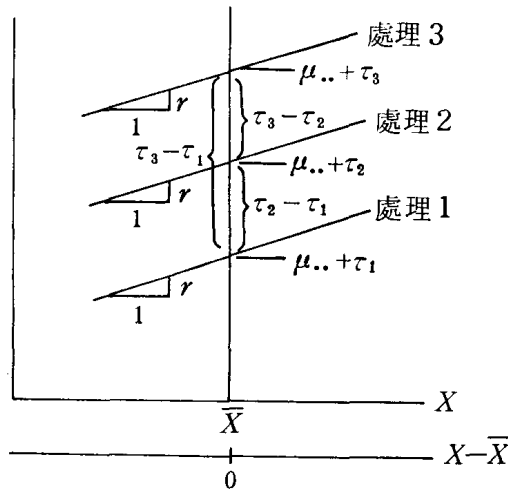


圖 2 - 1

由於上述三條迴歸綫皆有相同之斜率，所以三條綫段平行，因此兩處理平均數間之差異即可用高度表示，譬如 $\tau_3 - \tau_2$ 表示處理 3 與處理 2 之差異，若 $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$ 表處理迴歸綫在同一綫段上，彼此間無差異存在。

(b) 在 CRAC— ab 模式中，同樣每一處理必有一條迴歸綫，而且每條迴歸綫具有相同斜率之性質，因此綫段之高度亦表示兩處理間之差異，主因子 A 之處理效果差異以下式表示：

$$\alpha_i - \alpha_i' = \mu_{i..} - \mu_{i'..} - r(\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{i'..}) \quad (1.1)$$

而主因子 B 之處理效果差異則以下式表示：

$$\beta_j - \beta_j' = \mu_{.j.} - \mu_{.j'.} - r(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{.j'.}) \quad (1.2)$$

AB 因子交互作用效果差異以下式表示：

$$(\alpha\beta)_{ij} - (\alpha\beta)_{i'j'} = (\mu_{ij.} - \mu_{i'j'.}) - r(\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i'j'.}) \quad (1.3)$$

(c) 在多重互變異分析模式中，由於有兩個共軛變數存在，因此每一處理是以迴歸曲面表示，在此模式中因為具有相同斜率，所以各曲面具有平行之性質，所以兩處理間之差異以 $\tau_j - \tau_j'$ 表示以平面圖表示為：

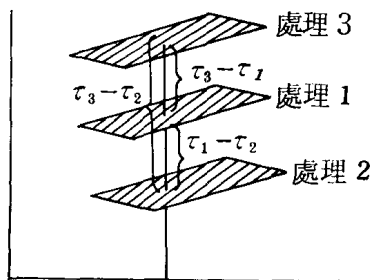


圖 1 - 2

②斜率具一致性

在互變異分析模式中，若斜率不具一致性時，分析處理效果較為困難，通常遭遇交絡現象時，都以其他方法分析，如隨機集區設計。

斜率具交叉之現象如下圖所示，兩處理間之差異隨 X 值移動而發生不同之變化，因此分析較無意義。