

高等学校教材

大型同步发电机的运行

天津大学编

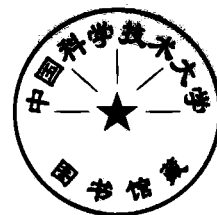
41.6

电力工业出版社

高等学校教材

大型同步发电机的运行

天津大学编



电力工业出版社

内 容 提 要

本书阐明同步发电机运行的基本理论, 现代大型同步发电机的各种运行方式(包括正常、进相、不对称、失磁和自励磁运行)及运行条件, 励磁系统及其对电力系统稳定性的影响, 各种系统故障情况下汽轮发电机转轴的机械力矩。书中力求反映国内、外在提高发电机运行稳定性和可靠性方面的研究成果。

本书是高等学校“电力系统及其自动化”和“发电厂及电力系统”专业高年级选修课教材, 也可供从事电力系统运行、设计、和科研的专业人员参考。

高等学校教材
大型同步发电机的运行
天津大学编

*

电力工业出版社出版
(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售
水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 10.5印张 230千字
1982年7月第一版 1982年7月北京第一次印刷
印数 0001—4590册 定价1.15元
书号 15036·4302

前 言

本书是根据电力工业部有关电力类高等学校教材编审出版计划编写的，可作为高等院校“电力系统及其自动化”和“发电厂及电力系统”专业高年级选修课教材。书中以较大的篇幅论述同步发电机运行的基本理论；对各种运行方式的分析和计算方法以及在特殊运行方式下所需采取的措施均作了介绍。

在内容的编排上，除保持各章间的连续性外，并注意各章的独立性以便于讲授时取舍。

本书由天津大学发电教研室集体编写。全书共分八章。参加编写工作的有刘维仲（第三、四章）、王荣藩（第六章）、袁世挺（第七章）、李树鸿（第八章）、黄纯华（第一、二、五章）等同志。由黄纯华同志主编。

本书承华北电力学院杨以涵教授（主审）、毛晋同志审阅，并得到郑州工学院王钦仁教授及其他兄弟院校的支持和帮助，在此一并表示感谢。

由于水平所限，加之编写时间仓促，书中错误在所难免，希读者批评指正。

编 者

文字符号说明

1. 主要符号的意义

A ——定子绕组、直流分量衰减因数、常数	Q ——无功功率
AVR ——励磁调节器	R ——电阻、调速器调定率
a ——距离、系数	r ——电阻
B ——磁感应强度	S ——视在功率、滑差
C ——电容	SCR ——短路比
D ——阻尼系数	SC ——短路
d ——直径	T ——变压器、时间常数、温度
$E(e)$ ——电势	t ——时间
F ——励磁机、磁势	$U(u)$ ——电压
f ——频率	v ——速度
$G(g)$ ——发电机	W ——能量、热能、齿的平均幅度
H ——发电机组惯性常数	X ——电抗
HP ——汽机高压缸	Z ——阻抗
h ——穿透深度	θ ——电角度
$I(i)$ ——电流	δ ——功率角
IP ——汽机中压缸	η ——效率
J ——转动惯量	τ ——时间、温升
K ——弹性系数、变比、常数	ϕ ——磁通、机械角度、相
L ——电感、输电线路	φ ——功率因数角
LP ——汽机低压缸	ψ ——磁链
l ——长度	ω ——电角速度
M ——互感、转矩	Ω ——机械角速度
m ——质量	α ——机械角加速度
N ——匝数	λ ——常数
n ——转速、极对数	σ ——饱和系数
P ——有功功率，磁导	β ——常数
p ——代表 $\frac{d}{dt}$ 算子、特征方程的根	

2. 主要下标符号意义

a ——有功、 A 相、电枢反应	d ——纵轴
ap ——非周期	e ——电、电磁
as ——异步	$F(f)$ ——转子、励磁绕组
av ——平均	$G(g)$ ——发电机
$B(b)$ ——基值、 B 相	i ——电流
bal ——平衡	imp ——冲击
C ——电容性、 C 相	L ——负荷、电感性
cr ——临界	l ——漏抗、线路
D ——阻尼绕组纵轴	m ——幅值、原动机

max——最大值
min——最小值
n——额定值
per——周期
Q——阻尼绕组横轴
q——横轴
re——整流
S——外部
sc——短路

SY——同步
t——时间
 ϕ ——相
***——标么值
0——零序
2——负序
1——正序
(2)——两相短路
(3)——三相短路

目 录

前 言

文字符号说明

第一章 同步发电机数学模型	1
1-1 同步发电机电压方程和磁链方程	1
1-1-1 电压方程	1
1-1-2 磁链方程	2
1-2 派克方程	5
1-2-1 派克变换	5
1-2-2 同步发电机的基本方程式(派克方程)	9
1-3 标么值	11
1-4 转矩和功率	12
1-5 电机的转子运动方程	13
第二章 同步发电机的正常运行	18
2-1 稳态运行分析和电压向量图	18
2-1-1 稳态运行分析和凸极机电压向量图	18
2-1-2 隐极机电压向量图	20
2-2 输出功率和功角的关系	21
2-2-1 隐极机功角特性及稳定判据	21
2-2-2 凸极机功角特性	23
2-3 同步发电机的安全运行极限	25
2-3-1 凸极同步发电机安全运行极限	25
2-3-2 隐极同步发电机安全运行极限	27
2-4 同步发电机工作状态与励磁调节的关系	28
2-4-1 发电机空载($P=0$)	28
2-4-2 发电机有功功率为常量	29
2-5 同步发电机工作状态与有功功率调节的关系	31
2-6 电压变化与发电机工作状态的关系	33
2-7 外部阻抗对发电机运行的影响	35
第三章 同步发电机的进相运行	37
3-1 进相运行的基本概念	37
3-2 进相运行应注意的问题	37
3-2-1 静态稳定性的降低	38
3-2-2 端部漏磁的发热	39
3-2-3 厂用电电压的降低	41
3-3 端部发热的计算	42
3-3-1 铁芯端部的等温度上升线图	42
3-3-2 温度上升算法	43
3-4 减少端部损耗和温升的措施	46

第四章 同步发电机的不对称运行	47
4-1 概述	47
4-2 不对称运行的计算	48
4-2-1 已知电源电势的计算方法	48
4-2-2 已知负荷电流的计算方法	52
4-3 发电机的不对称运行	59
4-3-1 负序电流对发电机的危害	59
4-3-2 运行中不对称的可能值	60
4-3-3 发电机不对称负荷的容许范围	61
4-3-4 汽轮发电机容许不对称负荷的决定	63
4-3-5 水轮发电机不对称运行的分析	66
4-4 减少负序电流的方法	68
4-4-1 减少负序电流的一般方法	68
4-4-2 发电机侧接入附加阻抗	68
4-4-3 调节变压器分接头法	71
第五章 同步发电机的失磁运行	73
5-1 概述	73
5-2 发电机失磁后的机电暂态过程	74
5-2-1 发电机的失步	74
5-2-2 异步运行	75
5-2-3 再同步过程	77
5-2-4 失磁后观察到的现象	79
5-3 汽轮发电机失磁运行时的特性	80
5-3-1 励磁回路开路时的异步运行特性	80
5-3-2 励磁回路短路时的异步运行特性	82
5-4 失磁运行的数值仿真	84
5-4-1 简单系统的失磁方程式	85
5-4-2 三机系统的失磁方程式	96
第六章 同步电机的自励磁	99
6-1 同步电机自励磁的物理特性	99
6-1-1 电路的参数谐振	99
6-1-2 同步电机的自励磁	100
6-2 同步电机自励磁区的确定	103
6-2-1 霍尔维茨判据	103
6-2-2 同步电机自励磁区的确定	105
第七章 励磁系统	112
7-1 励磁系统概述	112
7-1-1 励磁系统的典型结构	112
7-1-2 对励磁系统的基本要求	115
7-2 大容量发电机的励磁结构	117
7-2-1 旋转交流励磁机与静止整流器系统	117
7-2-2 交流励磁机旋转整流器(无刷励磁)	121
7-2-3 静止可控硅励磁	124
7-3 励磁调节器及励磁系统对系统稳定的影响	125

7-3-1 励磁调节器概述	125
7-3-2 励磁调节器的组成	126
7-3-3 励磁自动调节对系统稳定性的影响	129
第八章 电力系统故障对大型汽轮发电机组转轴机械力矩的影响	135
8-1 前言	135
8-2 分析电磁转矩时的基本假定	136
8-3 突然三相短路的电磁转矩	137
8-3-1 突然三相短路的电流方程	137
8-3-2 磁链方程	138
8-3-3 突然三相短路时的交变电磁转矩	138
8-3-4 突然三相短路的单向电磁转矩	139
8-3-5 突然三相短路的电磁转矩表达式	140
8-4 突然两相短路的电磁转矩	140
8-4-1 突然两相短路的电流	140
8-4-2 突然两相短路的交变电磁转矩	141
8-4-3 突然两相短路的单向电磁转矩	142
8-4-4 突然两相短路的电磁转矩表达式	142
8-5 非同期并列时发电机的电磁转矩	142
8-5-1 非同期并列的电流	143
8-5-2 非同期并列时的电磁转矩	144
8-6 汽轮发电机组的机械模型	146
8-7 简化的二质点模型	147
8-8 在不同频率的电磁转矩作用下转轴机械力矩的灵敏度	148
8-9 线路三相重合闸动作对转轴机械力矩的影响	150
8-10 影响转轴最大机械力矩的其他因素	156
8-11 降低机组轴应力及减少转轴损伤的措施	157
8-12 结束语	158
参考文献	159

第一章 同步发电机数学模型

同步发电机是电力系统的主要元件之一，它在电力系统运行中起着重要作用。电机学中，已介绍过同步电机理论，本章仅从理想同步发电机内部磁电各量的相应关系，导出有关同步发电机组的数学模型，为以下各章作必要的理论准备。

所谓“理想电机”，就是假定

- 1) 电机磁路部分的导磁系数为常数，即忽略磁路饱和、磁滞和涡流的影响。
- 2) 对纵轴和横轴而言，电机转子在结构上是完全对称的。
- 3) 定子的三个绕组是对称的，而且三个绕组的轴线依次在空间相差 120° 。同时，它们都在气隙中产生按正弦形分布的磁动势。
- 4) 定子和转子的槽不影响电机定子和转子的电感，即认为电机的定子和转子具有光滑的表面。

在以后的分析中，采用与转子做同步旋转的直角坐标系，即 d 、 q 、 o 坐标系统。 d 轴是沿转子磁场绕组纵轴方向，称之为纵轴或直轴； q 轴是沿转子磁场绕组的横轴方向，称之为横轴或交轴； o 轴是沿转子轴线方向，被称为静止轴。同时，假定 q 轴的正方向超前于 d 轴的正方向 90° 。如图1-1所示。

1-1 同步发电机电压方程和磁链方程

1-1-1 电压方程

图1-2 为一具有阻尼绕组的同步发电机电路图，共有六个回路，即定子 a 相、 b 相、 c 相三个回路，转子励磁回路(F)，纵轴等值阻尼回路(D)及横轴等值阻尼回路(Q)。

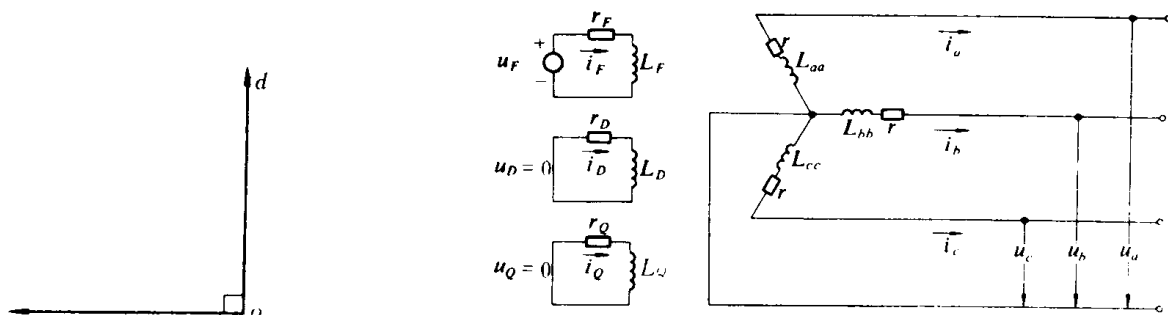


图 1-1 坐标

图 1-2 同步发电机电路图

要建立同步发电机电压方程式，首先须选定磁链、电流和电压的正方向。在定子方面，采用定子各相轴线的正方向作为各相绕组的磁链的正方向，如图1-3所示。由绕组中性点

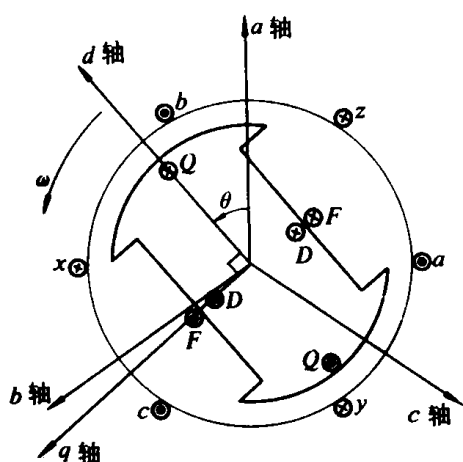


图 1-3 同步电机定子和转子轴线

流向电机端点的方向，作为发电机定子电流的正方向。同时定子各相电流产生的磁力线方向与该相轴线方向相反，即定子各相的正值电流产生该相负值磁链（如 $\psi_a = -L_{aa} i_a$ ）。定子各相端电压的正方向如图1-2所示，向负荷方面看，电压降的正方向与电流的正方向一致。根据以上所选定的各量的正方向，便可以写出定子电压方程式：

$$\left. \begin{aligned} u_a &= p \psi_a - r i_a \\ u_b &= p \psi_b - r i_b \\ u_c &= p \psi_c - r i_c \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中， ψ_a 、 ψ_b 、 ψ_c 为a、b、c各相的磁链； i_a 、 i_b 、 i_c 为a、b、c各相电流； u_a 、 u_b 、 u_c 为a、b、c各相端电压； r 为a、b、c各

相电阻； $p = \frac{d}{dt}$ 为算子。

在转子方面，选择励磁绕组磁链的正方向与转子纵轴方向一致。当励磁绕组中的电流所产生的磁力线方向与纵轴方向一致时，则该电流为正值，即正值的励磁电流产生正值的励磁绕组的磁链（ $\psi_F = L_{FF} i_F$ ）。励磁电压的正方向如图1-2所示，向励磁绕组方面看，电压降的正方向与励磁电流的正方向一致。用类似研究励磁绕组的方法来选择两组等值阻尼绕组的磁链、电流及电压的正方向，便可写出转子的电压方程式：

$$\left. \begin{aligned} u_F &= p \psi_F + r_F i_F \\ 0 &= p \psi_D + r_D i_D \\ 0 &= p \psi_Q + r_Q i_Q \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

式中， ψ_F 、 ψ_D 、 ψ_Q 为励磁绕组、纵轴阻尼绕组、横轴阻尼绕组磁链； i_F 、 i_D 、 i_Q 为励磁绕组及阻尼绕组中的电流； r_F 、 r_D 、 r_Q 为励磁绕组及阻尼绕组电阻； u_F 为励磁绕组端电压。

将 (1-1)、(1-2) 电压方程式写成如下矩阵形式

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ \dots \\ u_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \psi_a \\ p \psi_b \\ p \psi_c \\ \dots \\ p \psi_F \\ p \psi_D \\ p \psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & & & \\ 0 & r & 0 & & & \\ 0 & 0 & r & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & r_F & 0 & 0 \\ 0 & & & 0 & r_D & 0 \\ & & & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \dots \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

1-1-2 磁链方程

根据前面所选择的磁链及电流的正方向，可以写出定子各相绕组和转子各绕组的磁链方程式如下

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_F \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ \hline L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

式中, L 为电感, 当下标 $j = K$ 时, L_{jK} = 自感; 当 $j \neq K$ 时, L_{jK} = 互感。且在所有情况下 $L_{jK} = L_{Kj}$ 。在 (1-4) 式中习惯用的下标标记, 小写字母表示定子量, 大写字母表示转子量。式中大部分电感是转子位置角 θ 的函数。下面进一步分析这些电感的变化规律。

1. 定子绕组自感

在凸极发电机中, 由于空气隙的磁导是不均匀的, 所以定子磁势在空气隙中沿定子轴线所产生的磁通, 将和定子 a 轴与 d 轴之间的夹角 θ 有关。也就是说, 任一定子绕组的自感, 在 d 轴与相轴重合 (θ 为 0° 或 180°) 时, 磁通最大, 自感呈现最大值, 当转子转过 90° , q 轴与相轴重合 (θ 为 90° 或 270°) 时, 磁通最小, 自感亦变为最小值。由于转子是对称的, 定子自感变化的周期为 180° 。

以 a 相为例, 由于绕组是正弦分布的, a 相里的电流 i_a , 在空气隙中产生一个按正弦分布的空间磁势, 对转子而言, 它仅属于基波, 可以很方便的将其分成与 $(\cos \theta)$ 和 $(-\sin \theta)$ 成比例的两个分量, 分别作用于 d 轴和 q 轴。这些磁势分量所产生的相应磁通分量是 $\phi_d = P_d \cos \theta$ 和 $\phi_q = -P_q \sin \theta$, 其中 P_d 和 P_q 分别为 d 轴和 q 轴的气隙导磁。这样, 由于这个磁通而发生的 a 相磁链和下式成比例:

$$\begin{aligned} \psi_a &\propto (\phi_d \cos \theta - \phi_q \sin \theta) \\ &= P_d \cos^2 \theta + P_q \sin^2 \theta \\ &= \frac{1}{2} (P_d + P_q) + \frac{1}{2} (P_d - P_q) \cos 2\theta \\ &= A + B \cos 2\theta \end{aligned} \quad (1-5)$$

还有一些链着 a 相而不链着转子的磁通, 这个磁通可归并到上式的常数项 A 内, 因此, 定子各相自感的关系式, 可表达为

$$\left. \begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos 2\theta \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos 2(\theta - 120^\circ) \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos 2(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式中, L_s 为自感的平均值; L_m 为自感变化部分的幅值。由于电感总是正值, 所以 $L_s > L_m$ 。对于隐极机 L_m 为零。

2. 定子互感

在凸极机中, 定子相间的互感也与转子位置有关。例如要决定 a 相和 b 相之间的互感, 就 a 相里的电流而论, 其所产生的气隙磁通仍和前述一样, 而这些磁通分量穿链 b 相绕组的磁链则为:

$$\begin{aligned} \psi_{ab} &\propto \phi_d \cos(\theta - 120^\circ) - \phi_q \sin(\theta - 120^\circ) \\ &= P_d \cos \theta \cos(\theta - 120^\circ) + P_q \sin \theta \sin(\theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{4}(P_d + P_q) + \frac{1}{2}(P_d - P_q) \cos 2(\theta - 60^\circ) \\
&= -\left[\frac{1}{2}A + B \cos 2(\theta + 30^\circ) \right]
\end{aligned} \tag{1-7}$$

因此, a 相和 b 相之间的互感的关系如(1-8)式所示。同样, b 、 c 相间或 c 、 a 相间的互感关系也列于(1-8)式中。

$$\left. \begin{aligned}
L_{ab} &= -[M_s + M_m \cos 2(\theta + 30^\circ)] = L_{ba} \\
L_{bc} &= -[M_s + M_m \cos 2(\theta - 90^\circ)] = L_{cb} \\
L_{ca} &= -[M_s + M_m \cos 2(\theta + 150^\circ)] = L_{ac}
\end{aligned} \right\} \tag{1-8}$$

应该注意, 互感的可变部分与自感的可变部分恰有同样大小的幅值, 而它的恒定部分的大小, 非常接近自感恒定部分的一半, 即 $M_m = L_m$, $M_s \approx \frac{1}{2}L_s$ 。

对于隐极机, 气隙均匀, 则 $P_d = P_q$, (1-8)式中后面一项为零, 即定子各相间的互感和转子的位置无关。

3. 转子自感

因为忽略了定子槽及饱和的影响, 所以全部转子自感均为常数。即励磁绕组自感 L_F 、纵轴阻尼绕组自感 L_D 、及横轴阻尼绕组自感 L_Q 等都是常数。

4. 转子绕组间的互感

励磁绕组 F 和纵轴阻尼绕组 D 之间的互感是常数, 即

$$L_{FD} = L_{DF} = \text{常数} \tag{1-9}$$

由于转子是对称的, 在任一纵轴电路与横轴电路之间的互感均为零, 且所有成 90° 角差的两个绕组间互感均为零。因此

$$\begin{aligned}
L_{FQ} &= L_{QF} = 0 \\
L_{DQ} &= L_{QD} = 0
\end{aligned} \tag{1-10}$$

5. 定子和转子绕组之间的互感

最后, 分析定子与转子绕组间的互感。转子绕组里的电流所产生的磁通, 只有空间基波分量匝链定子, 故全部定子和转子绕组间的互感均为转子角 θ 的函数, 且按正弦律函数而变化, 当所涉及的两个绕组的轴线相重合时, 其值最大。因此, 可以得到:

$$\left. \begin{aligned}
L_{aF} &= L_{Fa} = M_F \cos \theta \\
L_{bF} &= L_{Fb} = M_F \cos (\theta - 120^\circ) \\
L_{cF} &= L_{Fc} = M_F \cos (\theta + 120^\circ) \\
L_{aD} &= L_{Da} = M_D \cos \theta \\
L_{bD} &= L_{Db} = M_D \cos (\theta - 120^\circ) \\
L_{cD} &= L_{Dc} = M_D \cos (\theta + 120^\circ) \\
L_{aQ} &= L_{Qa} = M_Q \cos \theta \\
L_{bQ} &= L_{Qb} = M_Q \cos (\theta - 120^\circ) \\
L_{cQ} &= L_{Qc} = M_Q \cos (\theta + 120^\circ)
\end{aligned} \right\} \tag{1-11}$$

由以上分析看出, 定子自感、定子互感及定子与转子之间的互感都是 θ 角的正弦律函数, 所以电压方程式 (1-3) 为变系数的微分方程。

1-2 派 克 方 程

1-2-1 派克变换

由上节可知, 同步发电机有六个电路并建立了六个很复杂的、带有周期性变化的变系数微分方程式, 求解这些方程式异常困难。因而想到用一些新的变量来代替旧的变量, 以简化方程式。在实用中, 有多种坐标系, 每一种变换都有其优缺点。在解决实际问题时, 采用哪种坐标系, 取决于所研究问题的条件, 以得到最简捷的方法和最准确的结果。本书采用了派克变换。

派克变换, 就是将 a 、 b 、 c 相坐标系表示的三相电磁量(电流、电压、磁链等), 变换到以转子纵轴 d 、横轴 q 及静止轴 0 为坐标轴的 d 、 q 、 0 坐标系, 使按相坐标建立的变系数微分方程变换为按 d 、 q 、 0 坐标系表示的常系数微分方程。从而为研究同步发电机的运行问题, 提供了简捷、准确的条件。

设 d 轴和 a 轴重合的时间为 $t = 0$, 则在 t 时间后 d 轴和 a 轴的夹角为 $\theta = \omega_0 t$, 见图 1-4。此时三相电流的瞬时值为 i_a 、 i_b 、 i_c 。

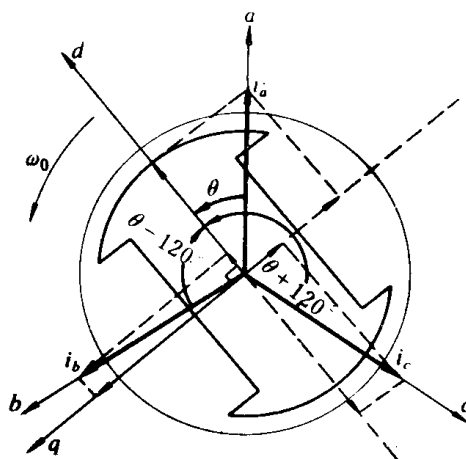


图 1-4 电流由 $a b c$ 坐标变换到 $d q$ 坐标示意图

三相电流在 d 轴、 q 轴上的投影乘以 $\frac{2}{3}$ 分

别叫作电流的纵轴分量 i_d 和横轴分量 i_q

$$\begin{aligned}
 i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos \theta + i_b \cos (\theta - 120^\circ) + i_c \cos (\theta + 120^\circ)] \\
 i_q &= \frac{2}{3} [i_a \cos (\theta + 90^\circ) + i_b \cos (\theta + 90^\circ - 120^\circ) + i_c \cos (\theta + 90^\circ + 120^\circ)] \\
 &= -\frac{2}{3} [i_a \sin \theta + i_b \sin (\theta - 120^\circ) + i_c \sin (\theta + 120^\circ)] \quad (1-12)
 \end{aligned}$$

这里乘 $\frac{2}{3}$ 的目的是因为三相总电枢反应磁势是相电流的 $\frac{3}{2}$ 倍, 乘以 $\frac{2}{3}$ 后可使 i_d 和相电流幅值在数值上相等。

如果要消去三个电流 i_a 、 i_b 、 i_c , 一般来说, 需要用三个新变量代替。 i_d 、 i_q 分量, 是新的三个变量中的两个, 那么第三个变量是什么呢? 因为

$$\begin{aligned}
 \cos \theta + \cos (\theta - 120^\circ) + \cos (\theta + 120^\circ) &= 0 \\
 \sin \theta + \sin (\theta - 120^\circ) + \sin (\theta + 120^\circ) &= 0
 \end{aligned}$$

因此, 如果 i_a 、 i_b 、 i_c 中包含有零序分量

$$i_{a0} = i_{b0} = i_{c0} = i_0$$

则在 i_d 和 i_q 中互相抵销, 没有包括进去, 因此零序分量应单独列出。即

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} i_a + \frac{1}{2} i_b + \frac{1}{2} i_c \right)$$

这样可以得到由 $a b c \rightarrow d q 0$ 的线性变换方程, 写成矩阵形式则为

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1-13)$$

上式可表示为

$$\mathbf{i}_{dq0} = \mathbf{P} \mathbf{i}_{abc} \quad (1-14)$$

式中, 电流向量定义为

$$\mathbf{i}_{dq0} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

且定义 $\mathbf{P}$ 为

$$\mathbf{P} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

上式称为派克变换矩阵, 这个矩阵的行列式不等于零, 因而是非奇异矩阵, 其逆矩阵 $\mathbf{P}^{-1}$ 是存在的。

因而, 电流逆转换关系可简写为

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} \quad (1-17)$$

式中

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

同样, 对于电压和磁链可以写出变换式

$$\boldsymbol{\Psi}_{dq0} = \mathbf{P} \boldsymbol{\Psi}_{abc} \quad \boldsymbol{\Psi}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{dq0} \quad (1-19)$$

$$\mathbf{U}_{dq0} = \mathbf{P} \mathbf{U}_{abc} \quad \mathbf{U}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{U}_{dq0} \quad (1-20)$$

下面进一步分析电感的变换。(1-4)式中的电感, 多数都随时间而变化的非常数量,

这样在电压方程中, $p \psi$ 项必须用式 $p \psi = L \frac{d i}{d t} + \frac{d L}{d t} i$ 式来计算。

对于(1-4)式, 同样可通过派克变换(1-16)将以 $a b c$ 相坐标系统表示的电感变换到以 $d q 0$ 转子坐标表示的电感, 使问题得到简化。其变换如下。

式(1-4)中各变量, 可区分成定子侧变量和转子侧变量两大类, 从而可写为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{abc} \\ \text{---} \\ \boldsymbol{\psi}_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \text{---} & \text{---} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{abc} \\ \text{---} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

式中， $\mathbf{L}_{aa}$ 表示定子与定子间的电感； $\mathbf{L}_{aR}$ 、 $\mathbf{L}_{Ra}$ 为定子与转子间电感； $\mathbf{L}_{RR}$ 为转子与转子间电感。

将 (1-21) 两侧同乘 $\begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}$ 可以得到

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{dq0} \\ \text{---} \\ \boldsymbol{\psi}_{FDQ} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{abc} \\ \text{---} \\ \boldsymbol{\psi}_{FDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \text{---} & \text{---} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{abc} \\ \text{---} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \text{---} & \text{---} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{abc} \\ \text{---} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \text{---} & \text{---} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{dq0} \\ \text{---} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{L}_{aa}\mathbf{P}^{-1} & \mathbf{P}\mathbf{L}_{aR} \\ \text{---} & \text{---} \\ \mathbf{L}_{Ra}\mathbf{P}^{-1} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{dq0} \\ \text{---} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (1-22) \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{U}_3$ 是 3×3 阶单位矩阵。

对上式中电感矩阵的各子阵再进行运算，又可得到

$$\mathbf{P}\mathbf{L}_{aa}\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{dq0} \quad (1-23)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} L_d &= L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m \\ L_q &= L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \\ L_0 &= L_s - 2M_s \end{aligned} \right\} \quad (1-24)$$

$$\mathbf{P}\mathbf{L}_{aR} = \begin{bmatrix} m_{aF} & m_{aD} & 0 \\ 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

$$\mathbf{L}_{Ra} \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} m_{aF} & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} m_{aD} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} m_{aQ} & 0 \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

此外，将 $\mathbf{L}_{RR}$ 中各元素的下标简化后可写成

$$\mathbf{L}_{RR} = \begin{bmatrix} L_F & m_{FD} & 0 \\ m_{DF} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \quad (1-27)$$

经过上述变换，新坐标系统所表示的磁链方程式则为

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_F \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & m_{aF} & m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} m_{aF} & 0 & 0 & L_F & m_{FD} & 0 \\ \frac{3}{2} m_{aD} & 0 & 0 & m_{DF} & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} m_{aQ} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-28)$$

在(1-28)式中的 ψ_d 及 ψ_q ，可认为是其轴线分别与转子纵轴和横轴重合，并且随转子一块运动的两个等效三相定子绕组的电路中所对应磁链。 L_d 、 L_q 分别是这两个等效、电路的自感。 L_0 可视为另一等效的零序轴绕组的自感，就磁的意义来说，它是对其他全部绕组完全隔离的。

但是，由于磁链和电流的转换，使定子和转子之间的互感不可逆。由式(1-28)可以看出，定子电流产生的转子磁链其互感是 $-\frac{3}{2} m_{aF}$ 、 $-\frac{3}{2} m_{aD}$ 、 $-\frac{3}{2} m_{aQ}$ ，但转子电流产生的定子磁链其互感为 m_{aF} 、 m_{aD} 、 m_{aQ} 。为解决这个问题，我们将转子电流的单位乘以 $\frac{2}{3}$ 倍，同时将相应的互感乘以 $\frac{3}{2}$ 倍，从而达到定子和转子间互感是可逆的。为了与前面有所区别，将转子的量改用大写字母来代表。即

$$\left. \begin{aligned} I_F &= \frac{2}{3} i_F & I_D &= \frac{2}{3} i_D & I_Q &= \frac{2}{3} i_Q \\ M_{aF} &= \frac{3}{2} m_{aF} & M_{aD} &= \frac{3}{2} m_{aD} & M_{aQ} &= \frac{3}{2} m_{aQ} \\ L_F &= \frac{3}{2} l_F & L_D &= \frac{3}{2} l_D & L_Q &= \frac{3}{2} l_Q \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$