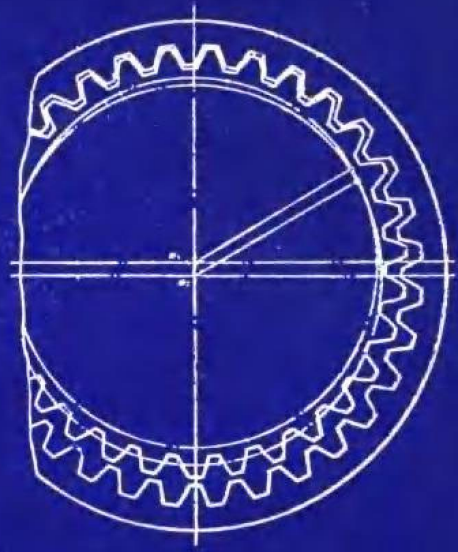
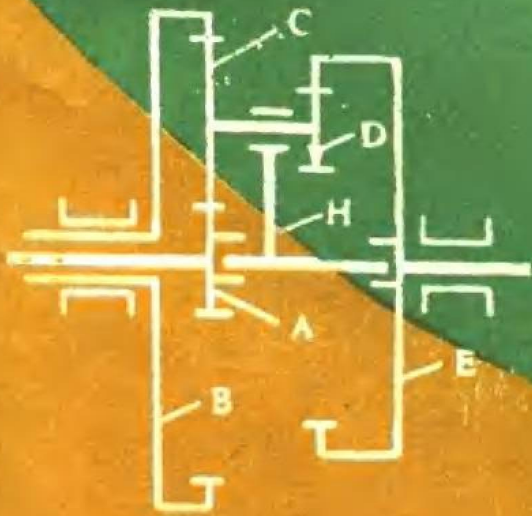


● 刘学厚 黎巨泉 编著
● 北京工业学院出版社



行星传动设计



•42

内容提要

行星传动设计系统地讲述了传动原理、传动比计算、结构设计和设计计算等，也叙述了可靠性计算、优化程序和计算机算例。书中还叙述了零齿差内齿轮副传动设计、少齿差行星传动变位系数选取、少齿差行星传动界限图计算机绘制、行星齿轮传动最小重量优化、摆线针轮传动最小体积优化和谐波齿轮传动啮合参数优化选取等。

本书可用作高等院校有关机械设计专业的教材，也可供从事行星传动设计、研究、生产和使用的工程技术人员参考。

行星传动设计

刘学厚 黎巨泉 编著

*

北京工业学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

河北省永清县印刷厂印刷

*

787×1092毫米16开本 18.5 印张 455 千字

1988年6月第一版 1988年6月第一次印刷

ISBN 7-81013-018-8/TH·4

印数：1-3000册 定价：3.10元

前 言

行星传动设计共有四章，即行星齿轮传动、渐开线少齿差行星传动、摆线针轮行星传动和谐波齿轮传动。本书叙述了它们的传动原理、结构设计和设计计算，也提供了有关计算机设计的方法、程序和算例。本书内容力求使知识系统完整，学会分析问题，掌握设计方法。

行星齿轮传动，是指在齿轮传动机构中有一个可动齿轮轴线的传动。其主要内容有：传动原理、传动比计算、各轮齿数确定、传动效率计算、变位齿轮、结构设计、可靠性计算和优化设计等。

渐开线少齿差行星传动（简称少齿差传动），它的行星轮和内齿轮的齿形是渐开线。加工渐开线齿形可以利用通常的齿轮机床和刀具，少齿差传动需要成对设计变位齿轮，行星轮和内齿轮的齿数仅相差很少几个齿，同时啮合齿数少。它适用于间断工作的中小型动力传动。对于利用界限图选取较佳变位系数和少齿差传动的几何计算，书中叙述了利用计算机绘制界限图程序和选取变位系数程序，并给出了计算例题。

摆线针轮行星传动（简称摆线针轮传动）的摆线轮是具有摆线齿形的行星轮，针轮是具有圆柱形针齿的内齿轮。加工摆线齿形需要专门的生产设备和刀具，摆线针轮传动需要成对设计摆线齿形和针齿，摆线轮和针轮的齿数仅相差一个齿，同时啮合齿数多，传动效率高，适用于连续运转的较大型动力传动。对于摆线针轮传动的最小体积优化，书中叙述了利用复合法法的求算，并给出了计算机程序和算例。

谐波齿轮传动，即具有弹性变形的齿轮传动。它具有传动比大、零件少和结构紧凑的特点，在输出扭矩较小的情况下已经得到迅速推广应用。对于谐波传动啮合参数的优化选取，书中叙述了利用混合罚函数法求算，并给出了计算机程序和算例。

本书是在教学实践的基础上参考了国内外有关书刊和吸取了近年来有关科研成果编写而成的。本书由黎巨泉（第一章）和刘学厚（第二、三、四章）两同志编写，刘学厚同志为主编，郑中男和陈知非两同志审阅。由于时间和水平有限，书中一定会有欠妥之处，敬希读者指正。

目 录

前言

第一章 行星齿轮传动

§ 1-1 绪言	(1)
一、行星齿轮传动特点	(1)
二、行星齿轮传动型式	(1)
§ 1-2 行星齿轮传动的传动比计算	(3)
一、符号和基本概念	(3)
二、确定传动比的基本方法	(3)
§ 1-3 行星齿轮传动各轮齿数的确定条件	(11)
一、传动比条件	(11)
二、同心条件	(11)
三、装配条件	(12)
四、邻接条件	(14)
§ 1-4 行星齿轮传动各轮齿数的确定方法	(15)
一、运动关系式	(15)
二、2K-H传动各轮齿数的确定	(15)
三、2K-H型NGW传动配齿的计算机程序	(24)
四、3K型NGWN传动各轮齿数的确定	(27)
§ 1-5 行星齿轮传动的传动效率	(33)
一、概述	(33)
二、用啮合功率法计算传动效率	(34)
§ 1-6 行星齿轮传动的齿轮变位和变位系数	(41)
一、2K-H传动的角度变位	(41)
二、3K传动的角度变位	(44)
§ 1-7 行星齿轮传动的强度计算特点	(49)
一、小齿轮转矩和圆周力	(50)
二、载荷不均匀系数	(50)
三、应力循环系数	(52)
§ 1-8 行星齿轮传动的结构设计	(52)
§ 1-9 行星齿轮传动的可靠性计算	(54)
一、动力学和运动学	(55)
二、行星齿轮轴承的可靠性和容量	(57)
三、太阳轮的可靠性和容量	(59)
四、内齿轮的可靠性和容量	(60)
五、行星齿轮的可靠性和容量	(62)
六、NW型传动系统的可靠性和容量	(63)
§ 1-10 行星齿轮传动的优化设计	(68)
一、概述	(68)

二、优化设计的基本要素和数学模型.....	(68)
三、2K-H行星减速器的重量最轻优化设计.....	(70)

第二章 渐开线少齿差行星传动

§ 2-1 少齿差传动原理和传动比计算.....	(78)
一、少齿差传动原理.....	(78)
二、少齿差传动的结构类型.....	(79)
三、传动比计算.....	(83)
四、少齿差传动的特点和应用.....	(84)
§ 2-2 少齿差传动的变位齿轮.....	(84)
一、分度圆齿厚和外齿轮变位系数.....	(84)
二、插齿中心分离系数和内齿轮变位系数.....	(85)
三、中心距和中心距分离系数.....	(87)
四、啮合角和无齿侧间隙啮合方程式.....	(88)
五、齿顶降低系数.....	(89)
§ 2-3 少齿差传动的变位系数选取.....	(90)
一、齿廓不重叠干涉.....	(90)
二、重合度.....	(92)
三、变位系数的限制条件.....	(93)
四、少齿差传动的设计顺序.....	(94)
§ 2-4 变位齿轮的测量尺寸.....	(95)
一、外齿轮公法线长度的计算.....	(95)
二、内齿轮量柱距的计算.....	(96)
§ 2-5 少齿差传动的几何计算和例题.....	(97)
§ 2-6 少齿差传动的强度计算.....	(104)
一、行星轮的轮齿弯曲强度计算.....	(104)
二、内齿轮的轮齿弯曲强度计算.....	(108)
三、许用弯曲应力的确定.....	(110)
四、齿轮强度的校核.....	(112)
五、销轴的弯曲强度.....	(117)
六、十字滑块的强度计算.....	(118)
§ 2-7 渐开线零齿差内齿轮副的几何计算.....	(119)
一、零齿差传动原理.....	(119)
二、啮合方程和变位系数.....	(120)
三、主要几何限制条件.....	(123)
四、零齿差内齿轮副的设计步骤.....	(124)
五、零齿差内齿轮副的几何计算和例题.....	(124)
§ 2-8 计算机选取少齿差传动的变位系数.....	(131)
一、目标逼近法的原理.....	(131)
二、目标逼近法的步骤.....	(132)
三、选取变位系数的程序框图.....	(134)
四、符号对照关系.....	(134)
五、计算机程序和算例.....	(134)
§ 2-9 计算机绘制少齿差传动的界限图.....	(137)
一、绘制界限图的原理.....	(137)
二、绘制界限图的步骤.....	(137)

三、绘制界限图的程序图框.....	(138)
四、计算机程序和图例.....	(142)

第三章 摆线针轮行星传动

§ 3-1 摆线针轮传动原理和应用.....	(148)
一、传动原理.....	(148)
二、特点和应用.....	(149)
§ 3-2 摆线针轮传动类型和传动比.....	(150)
一、摆线针轮传动类型.....	(150)
二、传动比计算.....	(151)
§ 3-3 摆线针轮的啮合原理.....	(152)
一、摆线齿廓的形成.....	(152)
二、摆线齿廓两种形成法之间的关系.....	(154)
三、齿廓啮合的基本定律.....	(156)
四、连续啮合条件.....	(157)
§ 3-4 基本尺寸的几何关系.....	(158)
§ 3-5 摆线齿廓的几何尺寸.....	(161)
一、摆线轮齿廓曲线的图解法.....	(161)
二、齿廓曲线曲率半径的图解法.....	(163)
三、摆线轮齿廓曲线方程式.....	(163)
四、齿廓曲线曲率半径的解析法.....	(165)
五、摆线轮齿廓的根切.....	(166)
§ 3-6 短幅系数和针径系数.....	(169)
一、短幅系数的选择.....	(169)
二、针径系数的选择.....	(171)
§ 3-7 摆线针轮传动的强度计算.....	(172)
一、摆线针轮传动的受力.....	(172)
二、摆线轮与针齿套的齿面接触强度.....	(175)
三、针齿销的弯曲强度.....	(177)
四、销轴套与销轴孔的接触强度.....	(178)
五、销轴的弯曲强度.....	(179)
六、转臂轴承的选择.....	(180)
§ 3-8 摆线针轮传动的设计步骤.....	(181)
§ 3-9 摆线针轮传动的最小体积优化.....	(191)
一、约束条件的选取.....	(191)
二、优化设计数学模型.....	(192)
三、优化方法和结果.....	(194)

第四章 谐波齿轮传动

§ 4-1 谐波齿轮的传动原理.....	(203)
一、概述.....	(203)
二、传动原理.....	(204)
三、波数和齿差数.....	(206)
§ 4-2 谐波齿轮传动的特点和应用.....	(207)
一、谐波传动的特点.....	(207)

二、谐波传动的应用	(200)
§ 4-3 谐波齿轮传动的结构类型	(210)
一、单级谐波传动的结构	(210)
二、双级谐波传动的结构	(211)
三、复级谐波传动的结构	(211)
四、谐波齿轮传动的分类	(212)
§ 4-4 谐波齿轮传动的传动比计算	(216)
一、基本概念	(216)
二、单级谐波传动的传动比	(217)
三、双级谐波传动的传动比	(220)
四、复级谐波传动的传动比	(222)
§ 4-5 柔轮结构及其联轴方式	(224)
一、筒形柔轮	(224)
二、环形柔轮	(226)
三、特殊形柔轮	(228)
§ 4-6 谐波发生器的结构	(234)
一、触头式谐波发生器	(234)
二、双偏心盘式谐波发生器	(235)
三、积极控制式谐波发生器	(236)
四、行星式谐波发生器	(237)
§ 4-7 谐波齿轮传动的啮合参数	(244)
一、直线三角齿形的计算	(244)
二、谐波传动的齿形分析	(247)
三、渐开线齿形的计算	(252)
§ 4-8 谐波齿轮传动的设计计算	(258)
一、承载能力的计算	(258)
二、柔轮弯曲应力和耐疲劳计算	(260)
三、柔轮的径向力和轴向力	(262)
四、传动效率的计算	(262)
五、散热计算	(263)
六、齿的运动速度计算	(264)
§ 4-9 谐波传动啮合参数的优化选取	(270)
一、啮合参数的优化原理	(270)
二、约束条件的确定	(270)
三、啮合参数优化的数学模型	(271)
四、啮合参数优化方法和算例	(272)
五、啮合参数优化的计算程序	(273)

附录一 主要符号表

附录二 参考资料

第一章 行星齿轮传动

§ 1-1 绪言

在齿轮传动机构中，只要有一个齿轮轴线的位置是可动的，则这种机构称为行星齿轮机构或称为行星齿轮传动（如表1-1中的简图）。在行星齿轮传动中，轴线位置不固定的齿轮称为行星轮（如齿轮C和D），支持行星轮自转及公转的构件叫做行星架（又称转臂或系杆），用字母H表示；具有固定轴线，且行星轮绕着它转动的齿轮称为中心轮或太阳轮（如齿轮A、B）。其中固定不转的中心轮称为支持轮。

一、行星齿轮传动特点

行星齿轮传动与普通齿轮传动（或称简单传动）相比具有许多优点：

结构紧凑、体积小和重量轻。因为各中心轮构成共轴式的传动，而且载荷分配在几个行星轮上，故每个齿轮所承受的负荷较小，因此可采用较小的模数，即在材料机械性能与制造精度相同时，它的外廓尺寸小，承载能力大；同时又能合理地应用内啮合，所以可使其结构紧凑。

传动比很大。只要适当的选择机构的型式，便可用较少的齿轮得到很大的传动比。

传动效率较高。在结构布置合理的情况下，其传动效率可达97~99%。

运动平稳、抗冲击和抗振动的能力较强。由于采用几个相同的行星轮，且均匀分布在中心轮的四周，因而能达到惯性力平衡。

行星齿轮传动的缺点是：结构复杂，制造精度要求较高，安装比较困难。但随着科学技术的发展，工艺水平的进步，其缺点是可以克服的。

二、行星齿轮传动型式

行星齿轮传动中，围绕固定轴转动或固定不动而在工作时承受由外力矩引起的载荷的构件称为基本构件。若按基本构件组成情况，行星齿轮传动可分为：2K-H、3K、K-H-V等类型。若按组成传动机构的齿轮啮合方式，行星齿轮传动又可分为：NGW、NW、NN、WW、NGWN和N等类型。

常用的行星齿轮传动的传动型式见表1-1。代表传动类型的字母的含义为：N——内啮合；W——外啮合；G——共用齿轮；K——中心轮；H——行星架；V——回转变件。例如，表1-1中所示的NGW型传动，是由内啮合N齿轮副、外啮合W齿轮副和内外啮合共用的行星轮G组成的行星齿轮传动机构。2K-H型传动表示具有两个中心轮和一个行星架的行星齿轮传动机构。也可说基本构件是两个中心轮A、B和行星架H。在3K传动中，基本构件是三个中心轮A、B和E，而行星架H只用来支承行星轮的位置，并不承受外力矩传来的载荷。在K-H-V传动中，基本构件是中心轮B、行星架H和回转变件V。而回转变件V的角速度等于行星轮C的角速度。

表1-1 常用的行星齿轮传动的型式与特点

传动型式	简 图	传 动 比	特 点
NGW (2K-H 的负号机构)		1.13~13.7, 推荐 值为 $i_{AH}^B = 2.7 \sim 9$	效率高,体积小,重量轻,结构简单,制造方便,传动功率范围大,轴向尺寸小.可用于各种工作条件,在机械传动中应用最广.但单级传动比范围小
NW (双联行 星齿轮的 2K-H的 负号机构)		1~50, 推荐值为 $i_{AH}^B = 7 \sim 21$	效率高,外型尺寸比NGW型小,传动比范围较NGW型大,可用于各种工作条件.但双联行星齿轮制造、安装都较复杂,故 i_{AH}^B 小于7时不宜采用
WW (双联行 星齿轮外 啮合的 2K-H的 正号机构)		1.2~几千	传动比范围大,但外型尺寸及重量较大,效率较低,制造困难,一般不用于动力传动
NGWN (3K)		<500 推荐值 $i_{AH}^B =$ 20~100	结构紧凑,体积小,传动比范围大,但效率低于NGW型,工艺性差,适用于中小功率或短期工作的传动
N (K-H-V)		7~100	传动比范围较大,结构紧凑,体积及重量小,但效率比NGW型低,且内啮合齿轮变位后径向力较大,使轴承径向载荷加大,适用于小功率或短期工作的传动
NN (双联行 星轮内啮 合的2K- H的正号 机构)		<1700, 推荐采 用: 当一个行星 轮时, $i_{HA}^B = 30$ ~100, 当三个行 星轮时, i_{HA}^B <30	传动比范围大,效率比WW型高,但仍然较低,适用于短期工作的传动

注: 1. 为了表示方便起见, 简图中未画出固定构件;

2. 传动型式栏内的“正号”、“负号”机构, 系指当行星架固定时, 主动和从动齿轮转向相同时为正号机构, 反之则为负号机构。

§ 1-2 行星齿轮传动的传动比计算

一、符号和基本概念

两个传动构件的角速度之比称为传动比。角速度以每分钟的转数 n 表示，或以每秒钟转过的弧度 ω 表示，并在字母代号 n 和 ω 附加脚注，以表示相对应的转动构件。因此，基本构件A、B和H的角速度可写成 n_A 、 n_B 、 n_H 或 ω_A 、 ω_B 、 ω_H 。并规定圆周速度总是正值，但角速度顺时针方向为正，反时针方向为负，故圆周速度 $V = R|\omega|$ 。式中 R 为回转半径（或齿轮的节圆半径）。

传动比用字母 i 表示。字母附加二个脚注时（如 i_{AB} ），则表示构件A的角速度 ω_A 与构件B的角速度 ω_B 之比值。即

$$i_{AB} = \omega_A / \omega_B, \quad i_{BA} = \omega_B / \omega_A$$

由此得

$$i_{AB} = 1 / i_{BA} \quad \text{或} \quad i_{AB} i_{BA} = 1$$

如果构件A和B的转动轴线是平行的，当构件A和B的角速度 ω_A 、 ω_B 方向相同时（如在简单传动中或在转化机构中的内啮合齿轮副），则传动比为正值，即 $i_{AB} > 0$ ；当构件A和B的角速度 ω_A 和 ω_B 方向相反时（外啮合），则传动比为负值，即 $i_{AB} < 0$ 。

传动比 i_{AB}^C 表示构件A相对于构件C的相对角速度与构件B相对于构件C的相对角速度之比，即

$$i_{AB}^C = (\omega_A - \omega_C) / (\omega_B - \omega_C)。$$

如果上标号是固定构件的代号，在表1-1中的NGW(2K-H)机构中，当中心轮B固定时（即 $\omega_B = 0$ ），则

$$i_{AB}^B = \omega_A / \omega_H \quad \text{或} \quad i_{HA}^B = \omega_H / \omega_A$$

在表1-1的WW机构中，如果行星架H固定，中心轮A和B的传动比 i_{AB}^H 就成为简单传动的传动比，则

$$i_{AB}^H = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{z_C z_B}{z_A z_D}$$

二、确定传动比的基本方法

对于圆柱齿轮的行星传动，确定传动比的基本方法有：行星架固定法、速度图解法和力矩法。

1、行星架固定法

行星架固定法又称为转化机构法或相对速度法。其分析的方法是：给整个行星机构附加一个角速度，其值与行星架的角速度 ω_H 大小相等，方向相反。这时构件的相对角速度并没有改变，而行星架却静止不动，则行星齿轮传动转化为简单齿轮传动，各构件之间的转速关系便很容易确定。

确定表1-1中所示的NGW型的2K-H传动的传动比。当行星架H不动时，则

$$i_{AB}^H = \frac{\omega_A - \omega_H}{\omega_B - \omega_H} = - \frac{z_B}{z_A}$$

当B轮固定时, 即 $\omega_B = 0$, 得

$$i_{AB}^H = \frac{\omega_A - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_A}{\omega_H} = 1 - i_{AH}^B$$

所以

$$i_{BH}^A = 1 - i_{AB}^H = 1 + \frac{z_B}{z_A} \quad (1-1)$$

若A轮固定, 即 $\omega_A = 0$, 仿上式得

$$i_{BH}^A = 1 - i_{BA}^H = 1 + \frac{z_A}{z_B} \quad (1-2)$$

对于表1-1中的WW型2K-H传动, 若B轮固定, 其传动比为

$$i_{AH}^B = 1 - i_{AB}^H = 1 - \frac{z_B z_C}{z_A z_D} \quad (1-3)$$

欲计算表1-1中的WW型的传动中行星轮C的角速度可用下式

$$i_{CA}^H = \frac{\omega_C - \omega_H}{\omega_A - \omega_H} = -\frac{z_A}{z_C}$$

则

$$\omega_C - \omega_H = (\omega_H - \omega_A) z_A / z_C$$

或

$$\omega_C = [(\omega_H - \omega_A) z_A / z_C] + \omega_H$$

ω_C 对设计行星轮的轴承是必需的。

现计算表1-1中NGWN型3K传动的传动比。如果构件B固定, A轮主动, E轮从动, 则 i_{AE}^B 就是3K传动的传动比, 即

$$i_{AE}^B = \omega_A / \omega_E$$

通过 ω_H 表示 ω_A 和 ω_E 值。将一个与行星架角速度反向的角速度 $(-\omega_H)$ 加给所有构件, 并因 $\omega_B = 0$, 则

$$i_{AB}^H = \frac{\omega_A - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_A}{\omega_H}, \quad \omega_A = (1 - i_{AB}^H) \omega_H$$

$$i_{EB}^H = \frac{\omega_E - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_E}{\omega_H}, \quad \omega_E = (1 - i_{EB}^H) \omega_H$$

所以

$$i_{AE}^B = (1 - i_{AB}^H) / (1 - i_{EB}^H) = \left(1 + \frac{z_B}{z_A}\right) / \left(1 - \frac{z_D z_B}{z_E z_C}\right) \quad (1-4)$$

如图1-1的NGWN型(3K)传动中, 若E轮固定, 即 $\omega_E = 0$, 则可得

$$i_{AE}^B = \frac{1 - i_{AE}^H}{1 - i_{BE}^H} = \frac{1 + \frac{z_C z_E}{z_A z_D}}{1 - \frac{z_B z_D}{z_C z_E}} \quad (1-5)$$

用上述方法可得各种传动型式的行星齿轮传动的传动比计算公式, 并列于表1-2中, 供设计计算时应用。

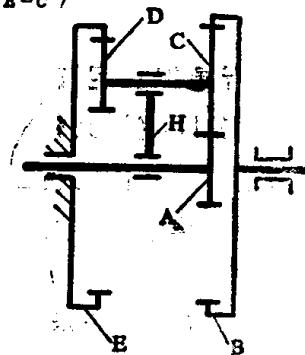
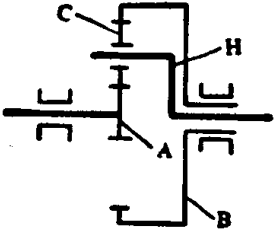
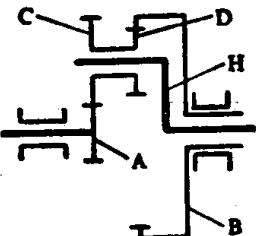
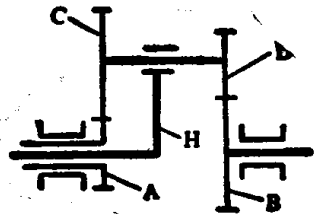
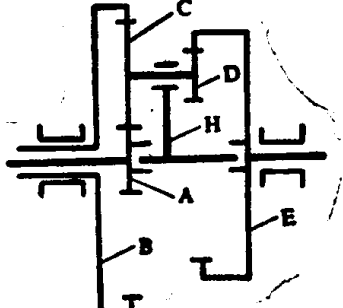


图1-1 NGWN (3K) 型传动简图

表1-2 行星齿轮传动的传动比计算公式

传动型式	简 图	传动比计算公式
NGW (2K-H 负号机构)		$i_{BH}^B = 1 + \frac{z_B}{z_A}, \quad i_{HA}^B = \frac{1}{i_{AH}^B}$ $i_{BH}^A = 1 + \frac{z_A}{z_B}, \quad i_{HB}^A = \frac{1}{i_{AB}^A}$ $i_{AB}^H = -\frac{z_B}{z_A}$ $i_{BA}^H = \frac{1}{i_{AB}^H} = -\frac{z_A}{z_B}$
NW (双联齿 轮的2K- H负号机 构)		$i_{BH}^A = 1 + \frac{z_B z_C}{z_A z_D}, \quad i_{HA}^B = \frac{1}{i_{AH}^B}$ $i_{BH}^A = 1 + \frac{z_A z_D}{z_C z_B}, \quad i_{HB}^A = \frac{1}{i_{AB}^A}$ $i_{AB}^H = -\frac{z_B z_C}{z_A z_D}$ $i_{BA}^H = \frac{1}{i_{AB}^H}$
WW (双联齿 轮外啮合 的2K-H 正号机构)		$i_{HA}^B = \frac{z_A z_D}{z_A z_D - z_B z_C}$ $i_{HB}^A = \frac{z_B z_C}{z_B z_C - z_A z_D}$ $i_{AH}^B = 1 - \frac{z_B z_C}{z_A z_D}$ $i_{BH}^A = 1 - \frac{z_A z_D}{z_B z_C}$ $i_{AB}^H = \frac{z_B z_C}{z_A z_D}, \quad i_{BA}^H = \frac{z_A z_D}{z_B z_C}$
NGWN (3K)		$i_{AE}^B = \frac{1 - i_{AB}^H}{1 - i_{BE}^H}$ $= \frac{1 + z_B/z_A}{1 - \frac{z_B z_D}{z_C z_E}}$ $= \frac{(z_A + z_B) z_C z_E}{z_A (z_C z_E - z_B z_D)}$ $i_{AB}^H = \frac{z_B}{z_A}, \quad i_{BE}^H = \frac{z_B z_D}{z_C z_E}$

例1-1 如表1-1中WW型2K-H的正号机构中，设 $z_A = 100$ ， $z_C = 101$ ， $z_D = 100$ 和 $z_B = 99$ ，试求传动比 i_{AH}^B 和 i_{HA}^B 。

解：根据表1-2中WW型传动比的计算公式得

$$i_{AH}^B = 1 - \frac{z_B z_C}{z_A z_D} = 1 - \frac{99 \times 101}{100 \times 100} = \frac{1}{10000}$$

$$i_{HA}^B = -\frac{1}{i_{AH}^B} = 10000$$

例1-2 如表1-2中的NGWN型(3K)传动中，设 $z_A = 18$ ， $z_B = 36$ ， $z_D = 33$ ， $z_E = 87$ ，试求传动比 i_{AB}^B 。

解：根据表1-2中3K型传动比计算式得

$$i_{AB}^B = \frac{1 + \frac{z_B}{z_A}}{1 - \frac{z_B z_D}{z_C z_E}} = \frac{1 + \frac{90}{18}}{1 - \frac{90 \times 33}{36 \times 87}} = 110$$

2. 速度图解法

根据理论力学的刚体平面运动原理，物体的平面运动可简化为平面图形的运动。为此可用垂直于固定轴线的平面切出构件截面，研究该截面平面图形的运动。当平面图形运动时，在每一时刻都有一个瞬时转动中心（一个速度等于零的点），对于绕定轴转动的构件，瞬心则在该轴上，而构件上任意点的线速度与该点到瞬心的距离成正比，其方向则垂直于该点与瞬心的连线。

在作平面运动的构件上有A和B两点（如图1-2所示），若给定其速度矢量 V_A 和 V_B （图1-2a），则瞬心是在通过A和B点而与矢量 V_A 和 V_B 垂直的两垂线的交点上。若矢量 V_A 和 V_B 平行而且 $V_A \neq V_B$ ，则瞬心O位于AB线与通过矢量 V_A 和 V_B 末点连线的交点上（图1-2b）。

在行星齿轮传动中，当中心轮B固定时，行星轮C的回转瞬心P就是其节圆与固定轮B节圆的切点（图1-2c）。

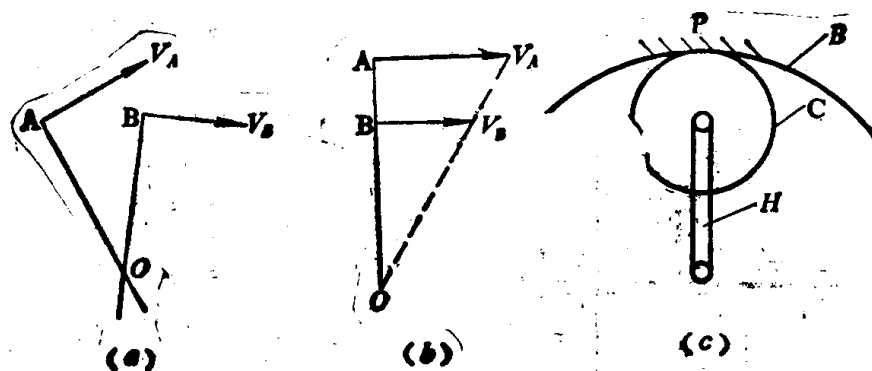


图1-2 运动速度图

关于速度线的画法：任何一条直线为两点所决定，故可按以下原则选取速度线。为了绘制速度线，应当选取行星机构两构件的线速度相同的点，节点和行星轮中心可以作为这样的点，因为在节点上两个互相啮合齿轮的线速度相同。在行星轮中心，行星轮和行星架的线速度也是相同的。为了绘制速度线，还应当选取行星机构上速度等于零的一点，即固定点，而中心轮公共轴线上的点和行星轮的节点都是这样的点。因为在固定轴线上的线速度都等于零。因此，它们可以作为回转瞬心。特别值得注意的是，行星轮的节点就是行星轮的回转瞬心。

为了说明速度图解法的应用，现用该法求NW型2K-H传动的传动比 i_{NM} 。

首先作速度图（图1-3）：作一直线 \overline{OK} 垂直于固定轴线 \overline{OO} ，并将O和P在其上投影得O

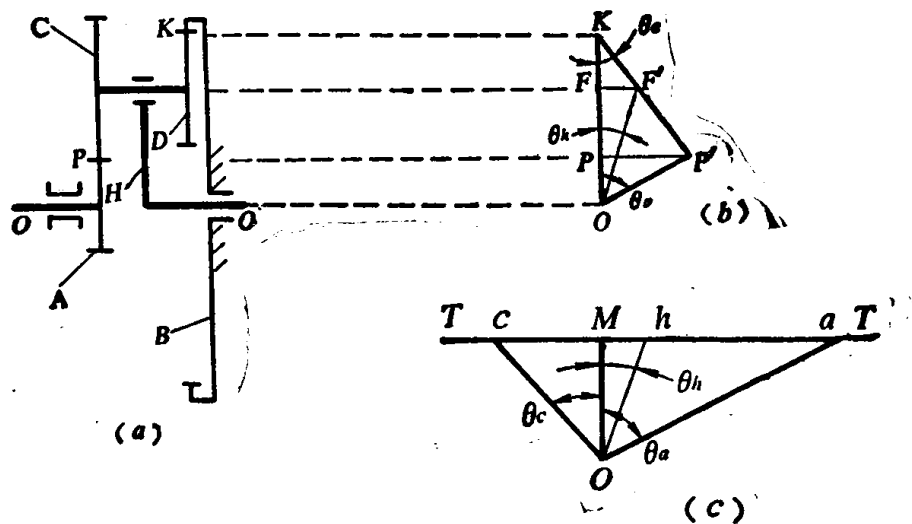


图1-3 速度图解法求传动比

和P两点。通过P点垂直于 \overline{OK} 的线段 $\overline{PP'}$ ，以表示齿轮A和C的节点的速度矢量 V_P ，即有 $V_P = \mu_v \overline{PP'}$ ，其中 μ_v 为速度比例尺。而中心轮A的节圆半径 $r_A = \mu_s \overline{OP}$ ，其中 μ_s 为半径比例尺（即长度比例尺）。再通过O点矢量 V_P 的端点 P' 作直线 OP' 便得到中心轮A的速度三角形即 $\Delta OPP'$ ，并假设 $\angle POP = \theta_a$ 。因为 $\omega_A = V_P / r_A$ ，故得

$$\omega_A = \frac{\mu_v \overline{PP'}}{\mu_s \overline{OP}} = \frac{\mu_v}{\mu_s} \operatorname{tg} \theta_a \quad \text{或} \quad \operatorname{tg} \theta_a = \frac{\mu_s}{\mu_v} \omega_A$$

按上述相同的比例尺，可作行星轮C和D的速度三角形，即 $\Delta KPP'$ 和 $\Delta KFF'$ （因为零速点K是行星轮D的回转瞬心）。假设 $\angle PKP = \theta_c = \theta_a$ ，也得

$$\operatorname{tg} \theta_c = \operatorname{tg} \theta_a = \frac{\mu_s}{\mu_v} \omega_c = \frac{\mu_s}{\mu_v} \omega_D$$

即表示行星轮C和D具有相同的角速度。

同理，也可得到行星架H的速度三角形即 $\Delta OFF'$ ，因为F点是行星轮中心与行星架H线速度相同的点，同理可设 $\angle FOF' = \theta_h$ ，则得

$$\operatorname{tg} \theta_h = \frac{\mu_s}{\mu_v} \omega_H$$

所以传动比

$$i_{AH}^B = \frac{\omega_A}{\omega_H} = \frac{\operatorname{tg}\theta_s}{\operatorname{tg}\theta_s} \quad (1-6)$$

为了便于分析，可取 $\mu_r = \mu_s = 1$ ，则得 $\omega = \operatorname{tg}\theta_s$ 。

由图1-3可知

$$\frac{\omega_A}{\omega_H} = \frac{\overline{PP'}}{\overline{OP}} \frac{\overline{OF}}{\overline{FF'}}$$

因 $\triangle KPP'$ 与 $\triangle KFF'$ 相似，得

$$\frac{\overline{PP'}}{\overline{FF'}} = \frac{\overline{FK}}{\overline{PK}} = \frac{r_D + r_C}{r_D}$$

再由 $\triangle OFF'$ 和 $\triangle OPP'$ 得

$$\frac{\overline{OF}}{\overline{OP}} = \frac{r_A + r_C}{r_A}$$

以上各式中的 r 为各齿轮的节圆半径。由此得

$$\frac{\omega_A}{\omega_H} = \frac{r_C + r_D}{r_D} \frac{r_A + r_C}{r_A}$$

由上式得

$$\begin{aligned} i_{AH}^B &= \frac{\omega_A}{\omega_H} = \frac{r_D r_A + r_C (r_D + r_C + r_A)}{r_D r_A} = \frac{r_D r_A + r_C r_B}{r_D r_A} \\ &= 1 + \frac{r_C r_B}{r_D r_A} \end{aligned}$$

将节圆半径变换为齿数，则上式与表1-2中的公式完全相同。

再作角速度图：画直线 TT 平行于固定轴 OD ，取 M 点为原点，过原点 M 作垂直于 TT 的直线，并在该直线上截取任意长度的线段 OM ，过 O 点作直线与 $\overline{OP'}$ 、 $\overline{OF'}$ 和 $\overline{KP'}$ 线平行，这些线与 TT 线的交点分别为 a 、 h 和 c 。因为

$$\overline{Ma} = \overline{OM} \operatorname{tg}\theta_s = \overline{OM} (\mu_s / \mu_r) \omega_A$$

或

$$\omega_A = (\overline{Ma} \mu_r) / (\overline{OM} \mu_s)$$

即在角速度图中，线段 \overline{Ma} 以 $\mu_s / (\overline{OM} \mu_s)$ 为比例尺代表中心轮 A 的角速度 ω_A 。

同理可得

$$\begin{aligned} \omega_H &= + (\mu_r / \mu_s \overline{OM}) \overline{Mh} \\ \omega_C = \omega_D &= - [(\mu_r / \mu_s \overline{OM}) \overline{Mc}] \end{aligned}$$

式中“+”表示角速度方向是顺时针的，对应图中 h 点在 M 点之右侧；“-”表示角速度方向是逆时针的，对应图中 c 点在 M 点之左侧。所以通过作角速度图，不仅能知道角速度的大小，还可以知道角速度的方向。

3. 力矩法

在一个传动机构中，如果不考虑摩擦则输入功率应当等于机构的输出功率，或功率的代

数和等于零，即

$$M_I \omega_I = -M_{II} \omega_{II} \text{ 或 } M_I \omega_I + M_{II} \omega_{II} = 0$$

因此，可得

$$i_{II I} = \frac{\omega_{II}}{\omega_I} = -\frac{M_I}{M_{II}} \quad (1-7)$$

上式表示传动比等于不考虑摩擦时力矩的反比并取负号，负号表示在主动轴上角速度与外力矩方向相同，而在从动轴上则方向相反。由此可得出决定传动比符号的规则：若主动轴与从动轴外力矩方向相反，则传动比为正；反之则为负。

作用在行星齿轮传动的机构上有三个外力矩：即主动件，被动件与不动件所受的扭矩 M_I 、 M_{II} 和 M_0 。在系统平衡时，这三个外力矩的代数和等于零，即

$$M_I + M_{II} + M_0 = 0 \quad (1-8)$$

因此， M_{II} 、 M_0 可以由上述平衡条件来确定。

现以图1-4(a)所示之3K传动为例说明力矩法的具体运用。图1-4(b)是按瞬时中心法绘出的各构件的圆周速度图。O点是中心轮A、E与行星架H的瞬心，而M点是行星轮C与D的瞬心，根据 ω_A 的方向可以很容易的画出各构件上特定点M、K、R、N点的圆周速度，从而可定出各构件的转向，并画在图1-4(c)上。由力矩与旋向之规则即可绘出各外力矩 M_A 、 M_E 与

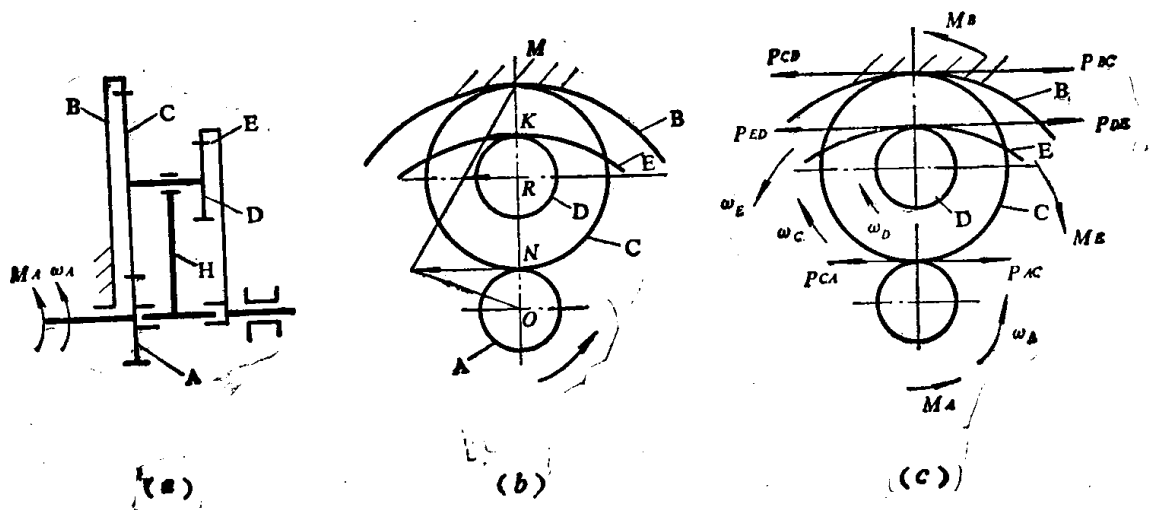


图1-4 力矩法求传动比

M_B 的方向： M_E 是顺时针方向， M_B 是反时针方向，根据外力矩即可画出它作用于与之相啮合的构件的圆周力。需要注意：3K传动的行星架仅起支承作用，不受外力矩作用，故在行星齿轮块平衡时有

$$P_{CA} r_C + P_{DE} r_D - P_{CB} r_C = 0$$

式中 P_{CA} —— A轮作用于C轮的切向作用力；

P_{DE} —— E轮作用于D轮的切向作用力；

P_{CB} —— B轮作用于C轮的切向作用力。

上式也可写为

$$-P_{CB} + P_{CA} + P_{DE} r_D / r_C = 0 \quad (1-8a)$$

又根据作用力与反作用力相等及平衡方程 (1-8) 可得

$$P_{CA}r_A - P_{CB}r_B - P_{DE}r_E = 0$$

或

$$P_{CB} + P_{CA} \frac{r_A}{r_B} - P_{DE} \frac{r_E}{r_B} = 0 \quad (1-8b)$$

(1-8a)式与(1-8b)式相加得

$$P_{CA} \left(1 + \frac{r_A}{r_B} \right) + P_{DE} \left(\frac{r_D}{r_C} - \frac{r_E}{r_B} \right) = 0$$

所以

$$P_{DE} = \frac{1 + \frac{r_A}{r_B}}{\frac{r_E}{r_B} - \frac{r_D}{r_C}} P_{CA}$$

代入 (1-8a) 式并整理得

$$P_{CB} = P_{CA} + P_{DE} \frac{r_D}{r_C} = P_{CA} + \frac{1 + \frac{r_A}{r_B}}{\frac{r_E}{r_B} - \frac{r_D}{r_C}} \frac{r_D}{r_C} P_{CA}$$

化简得

$$P_{CB} = \left(\frac{r_B r_D + r_A r_D}{r_E r_C - r_D r_B} + 1 \right) P_{CA}$$

根据 (1-7) 式得

$$i_{AB}^B = \frac{-(-M_E)}{M_A} = \frac{P_{DE} r_E}{P_{CA} r_A} = \frac{r_E}{r_A} \frac{1 + \frac{r_A}{r_B}}{\frac{r_E}{r_B} - \frac{r_D}{r_C}}$$

$$= \frac{1 + \frac{r_B}{r_A}}{1 - \frac{r_D r_B}{r_E r_C}}$$

若各齿轮模数相同, 则得

$$i_{AB}^B = \frac{1 + \frac{z_B}{z_A}}{1 - \frac{z_B}{z_C} \frac{z_D}{z_C}}$$

此式与用行星架固定法求得的传动比计算式完全相同 (见表1-2)。