

陈陆君 梁昌洪 著

国家自然科学基金资助

孤立子理论及其应用

光孤子理论及光孤子通信

西安电子科技大学出版社

5
63

孤立子理论及其应用

——光孤子理论及光孤子通信

陈陆君 梁昌洪 著

西安电子科技大学出版社

1997

(陕)新登字 010 号

孤立子理论及其应用

——光孤子理论及光孤子通信

陈陆君 梁昌洪 著

责任编辑 李纪澄 李惠萍

西安电子科技大学出版社出版发行

西安电子科技大学印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 21 14/16 字数 513 千字

1997 年 7 月第 1 版 1997 年 7 月第 1 次印刷 印数 1-1000

ISBN 7-5606-0479-X/O·0030 定价: 32.80 元

内 容 提 要

本书系统地论述了孤立子理论及其应用方面所取得的一部分成果。全书共 12 章,分三个部分,研究内容横跨孤立子基础理论和孤子细胞自动机、流体孤子和光学孤子与光纤孤子通信三个领域。

第一部分,概述了孤子基础理论中的各种解析方法和数值方法,包括行波分析、孤子逆散射理论、KdV 方程和 NLS 方程的逆散射求解、Hirota 方法等;论述了一般孤子方程的(作为一种微扰方法)等价粒子一般理论,并以 KdV 和 NLS 方程为例给出了等价粒子分析实例;最后,论述了一种双参量、可变速孤子细胞自动机和暗孤子细胞自动机及其“内禀孤子”概念。

第二部分,首先概述了流体孤子,特别是水槽中参数激励流体孤子的背景和发展概况及流体孤子方程的建立;论述了水槽中双孤波相互作用的微扰变分分析及双非传播孤波解;论述了倾斜水槽中孤波移动的能量分析、传输方程和等价粒子分析;论述了以一种近似的尺度假设和小功率因数尺度假设为基础的参量激励分析和各种微扰分析等;最后,讲述了流体耦合孤子实验及理论。

第三部分,首先概述了光学中的所有孤子现象及各种类型的孤波方程的建立,光纤中孤子的基本特性及物理解释,以及光纤孤子通信应用及其发展动态;论述了普通光纤及饱和光纤中二阶孤子、二阶一阶混合孤子、反相孤子、暗孤子及其序列的传输特性和相互作用规律的数值模拟结果以及通信应用问题;论述了各种高阶效应所支持的小幅孤波解;论述了孤子在突变界面的反射透射问题的孤波耦合方程和两种情况下的边界条件近似,以及对皮秒孤子和亚皮秒孤子反射问题的数值模拟结果;论述了光孤子相互作用的等价粒子理论;系统地论述了耦合 NLS 方程的建立和求解,及其在双折射光纤、双模耦合、双信道耦合和反向传输模耦合以及全光孤子开关方面的应用。

本书可用作物理、光学、数学、力学、流体力学、等离子体物理、光通信、光电子学、非线性电磁学、通信与电子系统等相关专业的高年级大学生和研究生的教材或参考读物,也可供上述有关领域的科技工作者和工程技术人员参考。

前 言

世纪之交正是现代科学进入了历史性大变动时期。科学分类正经历着从分化到综合，从封闭到开放，从平衡到非平衡，从线性到非线性，从低层次到高层次的演化。学科正在渗透、交叉，新兴学科层出不穷，猛烈地震撼着横亘在思维科学、自然科学和社会科学之间的森严壁垒。在所有这些新学科中，非线性是一个十分诱人的课题。可以说非线性现象既是思维科学、自然科学及社会科学的共同特征，或者说非线性是一般存在的普遍现象；同时，对非线性的描述——非线性理论又是研究这些问题的重要工具。我国已把非线性科学列为远期发展八个重大课题之一。一般广义而言，非线性理论包括了浩瀚的领域，如控制论、信息论、耗散结构、协同学、突变论、混沌、生命系统、宇宙学、分形、思维科学、生态学、神经网络、符号动力学、社会动力学、进化论、音乐与艺术、非平衡系统经济学、生物学、化学、地质学、孤子理论等等。因此，孤立子理论及其应用作为非线性问题的重要分支，就显得特别重要。本书主要论述作者在孤立子理论及其应用方面的研究成果，并简要介绍前人所取得的研究进展，包括孤立子理论、流体孤子、光孤子和孤子细胞自动机等。

孤子理论在 1965 年孤子被命名之后，取得了突飞猛进的发展。各个领域中的各种孤子方程相继被建立、发展和完善，求解非线性孤波方程的各种解析法和数值解法及非线性方程的各种性质相继被发现、发展和成熟，如逆散射方法、Hirota 双线性法(包括被推广的三线性法)、Darboux 变换法(包括亚纯矩阵变换法)、Backlund 变换法和各种微扰法等。作者提出将等价粒子理论作为微扰法用于研究一些近似可积系统，也可算作是一种微扰新方法。

本书分为三部分，即孤子基本理论(包括孤子细胞自动机和数值方法)、流体孤子和光孤子。这里所说的流体孤子，更确切地说是水槽中参数激励下的孤子或孤波现象，这是一个非常诱人的研究领域。这一现象在 1984 年被发现，国内外许多学者都倾心对其作了有益的研究，我们对此也作了系统的研究。在光孤子方面的研究更是前程似锦，光孤子概念自 1973 年被提出，1980 年在实验中被发现，现在光孤子已被无形变地传输到 14 000 km 和 1 000 000 km(后者需经过再生)。它为光纤通信提供了最优信息载体，即以光电为媒介的通信手段的最优信息载体，其通信容量可高出普通光纤通信容量 100 倍，因此有着广阔的应用前景。对光孤子的研究，已取得了蓬勃的发展，美国光学学会会刊 *Opt. Lett.* 从 1985 年至今，发表的光孤子论文逐年递增，以其复印件的厚度计，在 1987 年只不过一个订书钉所能订的厚度；到 1991 年，达到四个订书钉的厚度。作者对此也作了广泛的研究，并在这一方面已申请国家自然科学基金和陕西省自然基金的资助，本书的绝大部分内容都是关于这方面的研究。

自动机本来是研究复杂系统的一种方法，即用离散化的简单模型，定义其时间演化规

则和与近邻相互作用的规则，来模拟复杂系统(如晶体生长、生命现象、凝聚态等)演化的一种方法，因此，它实质上是一种布尔(Boole)化的离散动力系统。后来，Park 等人发现，有一种演化系统的行为非常类似于孤子的行为，于是日本学者 Satsuma 提出了孤子细胞自动机。在本书中介绍了作者提出的一种可变速双参量孤子细胞自动机和暗孤子细胞自动机。

非线性的重要性已为人们所认识，非线性可以产生本质上全新的一些现象，而这些现象不可能从线性化方程出发的微扰理论得到，很多非线性方程组可以用一些具有孤子解的非线性演化方程逼近。我们认为，在很多情况下，这些方程只是提供了一个比线性化方程更好的起点，或者说更好的零级近似，然后，在孤子解的框架下，再用微扰方法去处理真实系统对这些特殊方程的偏离。因此，人们不能用对待目前非常成熟的线性理论如电磁理论(线性电磁理论)的思维方式及要求来对待非线性问题。最简单的例子是，对流体孤子问题的理论解释，不可能像电磁领域那样，理论对实验的解释能够达到一位、二位甚至更高位的有效数字的吻合；对流体问题，往往只能达到数量级的符合。

本书在表述上非常注重理论的统一性、简单性、直观性和易读性。如果本书能成为理论工作者与实验工作者之间的一座桥梁，或者能为实验工作者了解他所关心的有关理论问题提供一条捷径，那么作者也就如愿以偿了。书中错误和不当之处在所难免，作者恳请批评指正。

作 者

1995年3月

于西安电子科技大学

目 录

第一部分 孤立子基础理论

| | |
|---------------------------------------|-----------|
| 第 1 章 孤立子基本概念及孤子行波解 | 3 |
| 1.1 孤立子理论研究背景及其发展 | 3 |
| 1.2 孤子方程与孤子分类 | 5 |
| 1.3 非线性方程行波解的一般论述 | 6 |
| 1.4 KdV 方程和 RLW 方程的行孤波解 | 10 |
| 1.5 Burgers 方程和 KP 方程的行孤波解 | 11 |
| 1.6 MKdV 方程的行孤波解 | 12 |
| 1.7 NLS 方程和 Sine-Gordon 方程的行孤波解 | 13 |
| 第 2 章 孤子方程的解析解法 | 15 |
| 2.1 逆散射方法——KdV 方程 | 15 |
| 2.1.1 逆散射方法的一般论述 | 15 |
| 2.1.2 KdV 方程解的几点性质 | 18 |
| 2.1.3 KdV 方程解的初值问题 | 20 |
| 2.2 Lax 算子与 AKNS 推广 | 25 |
| 2.2.1 单分量情形 | 25 |
| 2.2.2 双分量情形 | 27 |
| 2.3 二分量方程的逆散射方法——NLS 方程 | 29 |
| 2.3.1 Lax 对 | 29 |
| 2.3.2 Jost 解与散射矩阵 | 30 |
| 2.3.3 Jost 解对谱参数的渐近行为和无穷个守恒律 | 34 |
| 2.3.4 逆散射方程 | 37 |
| 2.3.5 散射数据的时间演化 | 40 |
| 2.3.6 NLS 方程的 N-孤子特解 | 42 |
| 2.3.7 NLS 方程的初值问题 | 47 |
| 2.3.8 N-孤子解与 N 阶孤子解 | 50 |
| 2.3.9 附录: Jost 解的解析性质证明 | 51 |
| 2.4 Hirota 方法 | 53 |
| 2.4.1 KdV 方程 | 53 |
| 2.4.2 Sine-Gordon 方程 | 55 |
| 2.4.3 MKdV 方程 | 56 |

| | |
|---|-----------|
| 2.4.4 附录: D 算子的性质 | 56 |
| 2.5 其它方法简介 | 59 |
| 2.5.1 Backlund 变换法 ^(51~53) | 59 |
| 2.5.2 Darboux 变换法 | 60 |
| 2.5.3 变分法与不变量方法 | 61 |
| 2.5.4 变分微扰法 | 61 |
| 2.5.5 逆散射微扰法 | 61 |
| 2.6 孤子的等价粒子理论 | 65 |
| 2.6.1 引言 | 65 |
| 2.6.2 一般论述与 Noether 定理 | 65 |
| 2.6.3 KdV 方程的等价粒子描述 | 68 |
| 2.6.4 KdV 方程的等价粒子微扰方法与孤子相互作用 | 70 |
| 2.6.5 多分量 Noether 定理 | 73 |
| 2.6.6 NLS 方程的等价粒子理论 | 75 |
| 2.6.7 拓扑孤子的等价粒子理论 | 77 |
| 2.6.8 微扰拓扑孤子的等价粒子理论及修正守恒律 | 79 |
| 2.6.9 需要进一步探讨的问题 | 80 |
| 第 3 章 数值方法与孤子自动机 | 81 |
| 3.1 数值方法的必要性 | 81 |
| 3.2 有限差分法 | 81 |
| 3.3 光束传播法 ^(68,69) | 83 |
| 3.4 分裂步长 Fourier 变换法 ^(67,70) | 84 |
| 3.5 Park 和 Satsuma 孤子细胞自动机 | 85 |
| 3.6 双参量孤子细胞自动机的时间演化及其相互作用 | 87 |
| 3.7 孤子细胞自动机的守恒量与内禀孤子 | 90 |
| 3.8 暗孤子细胞自动机 | 92 |

第二部分 流体孤子理论

| | |
|---------------------------------------|-----------|
| 第 4 章 流体孤子方程 | 97 |
| 4.1 引言 | 97 |
| 4.2 流体力学方程组 | 98 |
| 4.3 起伏变化刚性边界与表面张力 | 99 |
| 4.4 水波包演化的两种极限 | 101 |
| 4.4.1 KdV 极限 | 102 |
| 4.4.2 NLS 极限 | 103 |
| 4.5 Larraza 和 Putterman 的非传播孤波解 | 105 |
| 4.6 其它理论简介 | 110 |

| | |
|--------------------------------------|------------|
| 第 5 章 水槽中孤波传播、相互作用与参量激励近似分析 | 113 |
| 5.1 孤波相互作用的微扰变分分析 | 113 |
| 5.1.1 双孤波相互作用的微扰变分耦合方程及其解 | 113 |
| 5.1.2 同相和反相极化孤波的相互作用 | 117 |
| 5.2 倾斜水槽中的孤波 | 119 |
| 5.2.1 倾斜水槽中孤波传播的能量分析法 | 119 |
| 5.2.2 倾斜水槽中的孤波方程 | 123 |
| 5.2.3 倾斜水槽孤波逆散射微扰解 | 126 |
| 5.2.4 倾斜水槽中孤波的等价粒子分析 | 128 |
| 5.3 参数激励多重尺度分析与小功率因数尺度 | 129 |
| 5.3.1 孤波方程 | 129 |
| 5.3.2 非传播孤波解 | 133 |
| 5.3.3 耗散分析与 Δ_c - Ω 曲线 | 134 |
| 5.4 水槽孤波的其他近似尺度分析 | 137 |
| 5.4.1 多重尺度预分析 | 137 |
| 5.4.2 孤波方程强微扰分析 | 142 |
| 5.5 水槽中的 kink 波 | 146 |
| 5.5.1 实验中的 kink 现象及其理论描述 | 146 |
| 5.5.2 倾斜水槽中的 kink 孤波解 | 151 |
| 5.5.3 倾斜水槽中 kink 的移动 | 153 |
| | |
| 第 6 章 双水槽耦合孤波观察及其理论分析 | 158 |
| 6.1 引言 | 158 |
| 6.2 实验装置及主要实验现象 | 158 |
| 6.3 耦合孤波动力学方程——耦合 NLS 方程的建立 | 164 |
| 6.4 耦合 NLS 方程的稳态解与耦合孤波初步理论分析 | 167 |
| 6.5 小结 | 171 |

第三部分 光孤子理论

| | |
|---------------------------|------------|
| 第 7 章 光孤子与光孤子通信 | 175 |
| 7.1 自聚焦空间孤子 | 175 |
| 7.2 自感应透明与 Sine-Gordon 方程 | 176 |
| 7.3 三波相互作用与参量过程 | 179 |
| 7.4 光纤中的 NLS 方程 | 181 |
| 7.5 推广 NLS 方程 | 184 |
| 7.6 光纤孤子的应用前景、研究进展及存在的问题 | 186 |
| 7.7 各阶光孤子的演化特性 | 188 |

| | | |
|-------------------------------|---------------------------|------------|
| 7.8 | 光纤损耗与孤子绝热特性 | 191 |
| 7.9 | 一阶孤子对的相互作用与通信码率 | 191 |
| 7.10 | 一阶孤子序列的相互作用 | 193 |
| 7.11 | 孤子啁啾与自相位调制 | 194 |
| 7.12 | 光孤子通信设计问题 | 196 |
| 第 8 章 光孤子序列的相互作用 | | 199 |
| 8.1 | 二阶光孤子的相互作用与双源耦合注入孤子 | 199 |
| 8.1.1 | 引言 | 199 |
| 8.1.2 | 二阶孤子的相互作用特性 | 199 |
| 8.1.3 | 准二阶孤子的相互作用 | 200 |
| 8.1.4 | 一阶与准二阶孤子的相互作用 | 201 |
| 8.1.5 | 双源耦合注入和叠加原理 | 202 |
| 8.1.6 | 三进制码通信方案及其可行性 | 203 |
| 8.1.7 | 小结 | 205 |
| 8.2 | 反相光孤子序列的相互作用 | 206 |
| 8.2.1 | 引言 | 206 |
| 8.2.2 | 反相孤子序列的演化与相互作用 | 206 |
| 8.2.3 | 反相序列间的演化与相互作用 | 208 |
| 8.2.4 | 小结 | 209 |
| 8.3 | 暗孤子及其序列的相互作用 | 209 |
| 8.3.1 | 引言 | 209 |
| 8.3.2 | 暗孤子的解析解 | 210 |
| 8.3.3 | 暗孤子序列相互作用的数值模拟 | 210 |
| 8.3.4 | 暗孤子序列相互作用的渐近行为 | 212 |
| 8.3.5 | 小结 | 213 |
| 8.4 | 光纤 N 孤子解的 Hirota 分析 | 214 |
| 8.4.1 | 引言 | 214 |
| 8.4.2 | N-明孤子解 | 214 |
| 8.4.3 | N-暗孤子解的 Hirota 分析 | 216 |
| 第 9 章 饱和非线性支持的孤子 | | 219 |
| 9.1 | 饱和型半导体掺杂光纤中的明暗孤子行波解 | 219 |
| 9.1.1 | 引言 | 219 |
| 9.1.2 | 一般行波解及其性质 | 219 |
| 9.1.3 | 明、暗孤波解 | 222 |
| 9.1.4 | 明、暗孤波级数解 | 224 |
| 9.1.5 | 小结 | 226 |
| 9.2 | 饱和光纤孤子分类与孤子序列相互作用 | 226 |

| | | |
|---------------|-------------------------------|------------|
| 9.2.1 | 饱和 Kumar 型 NLS 方程的孤子分类 | 226 |
| 9.2.2 | 饱和 Kumar-NLS 方程孤波相互作用 | 228 |
| 9.2.3 | 小结 | 230 |
| 9.3 | 饱和非线性光纤中的小幅孤波 | 231 |
| 9.3.1 | 引言 | 231 |
| 9.3.2 | 小幅孤波方程与小幅孤波解 | 232 |
| 9.3.3 | 小幅明、暗孤波特性及存在区域 | 235 |
| 第 10 章 | 高阶效应与小振幅孤波 | 238 |
| 10.1 | 零色散点附近的小振幅孤波 | 238 |
| 10.1.1 | 引言 | 238 |
| 10.1.2 | 连续波背景上的小振幅孤波解 | 238 |
| 10.1.3 | 小振幅明、暗孤子的传输特性 | 242 |
| 10.1.4 | 光纤放大增益的作用与明、暗孤子转换 | 244 |
| 10.1.5 | 小结 | 244 |
| 10.2 | 非常色散区自变陡效应支持的小振幅孤波 | 245 |
| 10.2.1 | 引言 | 245 |
| 10.2.2 | 微扰 KdV 方程与小振幅孤波解 | 245 |
| 10.2.3 | 孤波解类型及其传输特性 | 249 |
| 10.2.4 | 三阶色散的作用 | 251 |
| 10.3 | 增益色散及双光子吸收所支持的小振幅孤波 | 252 |
| 10.3.1 | 引言 | 252 |
| 10.3.2 | 微扰分析与小振幅孤波 | 252 |
| 10.3.3 | 两类暗孤子的参数区域及传输特性 | 256 |
| 第 11 章 | 光孤子的反射、透射和等价粒子分析 | 258 |
| 11.1 | 皮秒光孤子反射和透射研究初步 | 258 |
| 11.1.1 | 单界面问题的支配方程 | 258 |
| 11.1.2 | 突变界面的边界条件 | 261 |
| 11.1.3 | 数值模拟与结果 | 263 |
| 11.1.4 | 小结 | 266 |
| 11.2 | 亚皮秒光孤子脉冲在突变界面的反射 | 267 |
| 11.2.1 | 引言 | 267 |
| 11.2.2 | 支配方程的进一步讨论 | 267 |
| 11.2.3 | 边界条件的改进 | 269 |
| 11.2.4 | 数值模拟及其结果 | 271 |
| 11.2.5 | 小结 | 273 |
| 11.3 | 光孤子的等价粒子理论 | 273 |
| 11.3.1 | 引言 | 273 |

| | | |
|---------------|-----------------------------------|------------|
| 11.3.2 | 光孤子粒子理论的一般描述 | 273 |
| 11.3.3 | 光孤子相互作用的等价粒子分析 | 276 |
| 11.3.4 | 自聚焦空间孤子界面反射方程及其分析 | 278 |
| 11.3.5 | 自聚焦空间孤子界面反射等价粒子理论 | 280 |
| 11.3.6 | 小结 | 283 |
| 第 12 章 | 耦合 NLS 方程与光孤子耦合 | 284 |
| 12.1 | 耦合 NLS 方程及其物理背景 | 284 |
| 12.1.1 | 引言 | 284 |
| 12.1.2 | 双信道间的耦合 | 285 |
| 12.1.3 | 两种极化分量之间的耦合 | 288 |
| 12.2 | 双折射光纤中光波耦合的严格理论 | 289 |
| 12.2.1 | 引言 | 289 |
| 12.2.2 | 线性理论——色散分析 | 290 |
| 12.2.3 | 非线性理论——耦合 NLS 方程 | 294 |
| 12.2.4 | 空间周期平均 | 298 |
| 12.3 | Manakov 方程的解 | 298 |
| 12.4 | 极化调制明孤波行波耦合分析 | 300 |
| 12.4.1 | Hirota 方法及其行孤波行波解 | 300 |
| 12.4.2 | 解的物理意义及结果分析 | 304 |
| 12.5 | 暗—暗孤波、明—暗孤波耦合的分析 | 305 |
| 12.6 | 非等幅线性极化孤子的耦合及其可能的应用 | 306 |
| 12.6.1 | 引言 | 306 |
| 12.6.2 | 两种极化分量的耦合与能量周期转移 | 307 |
| 12.6.3 | 线性极化耦合孤子开关应用设想 | 309 |
| 12.6.4 | 小结 | 311 |
| 12.7 | 耦合孤子的相互作用 | 312 |
| 12.7.1 | 引言 | 312 |
| 12.7.2 | 不同线性极化孤子间的相互作用 | 313 |
| 12.7.3 | 不同圆极化暗孤子及其相互作用 | 316 |
| 12.8 | 交叉相位调制对孤子传输及光通信的影响 | 318 |
| 12.8.1 | 偏振不稳定性 | 318 |
| 12.8.2 | 双折射对孤子传输的影响 | 318 |
| 12.8.3 | 交叉相位调制对孤子通信的影响 | 320 |
| 12.9 | 反向传输的光波间的耦合 ^[92] | 321 |
| 12.10 | 双折射光纤中的孤子影 | 322 |

参 考 文 献

| | |
|----------------|-----|
| 第一部分 | 325 |
| 第二部分 | 327 |
| 第三部分 | 329 |
| 本书主要引用文献 | 336 |

第一部分

孤立子基础理论

“...it has usually been thought that in a relativistic field theory, in order to have stationary bound states, quantum mechanics must be crucial. As we shall see, this turns out not to be the case. In a nonlinear field theory, with an appropriate amount of nonlinearity, stable bound states can exist on a classical, as well as quantum mechanical, level. Such bound states are called solitons.”

——T. D. Lee

第 1 章

孤立子基本概念及孤子行波解

1.1 孤立子理论研究背景及其发展

孤立子理论自 1965 年由 Zabusky 和 Kruskal⁽¹⁾ 对孤立子(soliton, 简称孤子)命名之后, 得到了迅猛的发展。究其原因是孤波现象无所不在, 从天上涡旋星系的密度波、海上冲击波、等离子体、分子系统、生物系统、光纤中光的传输、激光传播、非线性传输线、超流氦—3、超导 Josephson 结、磁学、结构相变、液晶、流体动力学以及基本粒子等, 都与孤子有关。早期的专著^(2~5)、会议录^(6~9)、综述^(10~18)和科普^(19~21)文章等把有关孤子概念及知识介绍给各个领域的学者, 使得孤子理论及其在各个领域的应用研究取得了突飞猛进的发展。其发展大致可分为三个阶段。

第一阶段, 主要是在上世纪。最早讨论孤立子问题的是 Scott Russell, 他在 1844 年 9 月英国科学促进会第 14 次会议上作了如下的《论波动》报告(1854 年出版):

| | |
|---|---|
| ON WAVES. | 311 |
| <i>Report on Waves. By J. SCOTT RUSSELL, Esq., M.A., F.R.S. Edin., made to the Meetings in 1842 and 1843.</i> | |
| <i>Members of Committee</i> | <i>Sir JOHN ROBISON, Sec. R.S. Edin. J. SCOTT RUSSELL, F.R.S. Edin.</i> |
| <p>I believe I shall best introduce this phenomenon by describing the circumstances of my own first acquaintance with it. I was observing the motion of a boat which was rapidly drawn along a narrow channel by a pair of horses, when the boat suddenly stopped—not so the mass of water in the channel which it had put in motion; it accumulated round the prow of the vessel in a state of violent agitation, then suddenly leaving it behind, rolled forward with great velocity, assuming the form of a large solitary elevation, a rounded, smooth and well-defined heap of water, which continued its course along the channel apparently without change of form or diminution of speed. I followed it on horseback, and overtook it still rolling on at a rate of some eight or nine miles an hour, preserving its original figure some thirty feet long and a foot to a foot and a half in height. Its height gradu-</p> | |

ally diminished, and after a chase of one or two miles I lost it in the windings of the channel. Such, in the month of August 1834, was my first chance interview with that singular and beautiful phenomenon which I have called the Wave of Translation, a name which it now very generally bears; which I have since found to be an important element in almost every case of fluid resistance, and ascertained to be the type of that great moving elevation of the sea, which, with the regularity of a planet, ascends our rivers and rolls along our shores.

报告中讲述了 1834 年 8 月, 他在运河里发现了一个波形不变的单个凸起的水团, 这个水团运动一二英里之后在河流拐弯处消失了。他以物理学家的敏锐注意到这个现象绝非一般水波, 因为在一般情况下, 人们所观察到的水波总是由一串具有周期特点的波列组成的, 如把石子投入水面的一个短暂的冲击所激发的圆形圈不是一个而是一串, 数学上可由一个波动方程描述, 其解是周期性的波列。Russell 以不同寻常的敏锐注意到, 他所观察到的那个波绝对不可能是波动方程的解。随后 Russell 进一步提出, 他所碰到的孤立的对象实际上是流体力学的一个稳定解, 他那时已命名它为“孤立波”(solitary wave)(注意: 前面所说的命名(1965 年)是“孤立子”(soliton)), 可以说孤波现象的发现是“观察机遇+敏锐思维”的结果。它与冲击波(其波前有奇异性)不同, “孤立波”到处正则, 没有奇异性, 而且它不扩散, 因此同普通的波包不同, 后者是要弥散的。10 年之后(1844 年)Russell 在浅水槽中做了一些实验, 用多种方法激发, 看到了相同的现象。但是, Russell 的学说并未能成功地使当时的物理学家信服, 从 Lord Rayleigh 1876 年发表的论文可以看到, 孤立波的问题在当时许多物理学家中间引起了热烈争论, 直到 1895 年才告一段落, 即 60 年之后, Korteweg 和 de Vries 导出了著名的 KdV 方程, 解释了 Russell 的浅水波。与此同时, 在 1876~1882 年发现了 Backlund 变换, 成为后来发展孤子理论的重要基础。

第二阶段大致可划在 1955~1975 年。1955 年, Fermi, Pasta, Ulam(FPU)用计算机计算了一维非线性晶格在各个振动模之间的转换, 发现在时间足够长时能量又似乎回到了开始的分布, 这与经典理论是背道而驰的, 即: 只要有非线性效应存在, 能量就会均分, 各态经历的现象就会出现。或者说, 任何微弱的非线性作用, 可导致系统由非平衡态向平衡态过渡。由于 FPU 问题是在频域考察的, 因此未能发现孤波解。后来, Toda 研究了这种模式的非线性振动, 得到了孤波解, 使 FPU 问题得到正确的解答, 从而激发起人们对孤立波的研究兴趣。

1962 年, Perring 和 Skyrme 将 Sine-Gordon 方程用于基本粒子研究; 1965 年, Zabusky 和 Kruskal⁽¹⁾ 命名 Soliton; 1967 年 Gardner, Greene, Kruskal 和 Miura⁽²²⁾ 发明了求解 KdV 方程的逆散射方法, 同年, McCall 和 Hahm 做出了激光自感应透明的孤子实验; 1973 年, Scott, Chu, McLaughlin 发表综述文章⁽¹¹⁾, 在电子、光学界普及了孤子知识; 同年 Hasegawa 和 Tappert 预言光纤孤子的存在; 1975 年, Krumhansl 和 Schieffer⁽²³⁾ 开始研究了孤波的统计力学。

第三阶段(1973~), 把孤子概念及理论广泛应用于物理学、生物学、天文学等各个领域, 如在文献〔15, 16, 18, 24~26〕中, 将孤子应用于场论模型和基本粒子, 等等。同时, 开展了高维孤子的研究⁽¹⁴⁾。1980 年非线性效应专刊 Physica D 问世, 与此同时,